

MAT 210E- GUIA N°6

1. Un punto describe la parábola $y^2 = 12x$ de manera que su abscisa crece uniformemente a razón de 2 cm por segundo. En qué punto crece con la misma rapidez la abscisa y la ordenada?

Respuesta:(3,6)

2. Un barco navega hacia el sur con rapidez constante de 6 millas por hora, mientras que otro lo hace hacia el **ESTE** a 8 millas por hora. A las 4 de la tarde el segundo barco cruza la ruta del primero en el punto donde le primero se encontraba a las 2 de la tarde.

- (a) Con qué rapidez estaba cambiando la distancia entre los barcos a las 3 de la tarde?

Respuesta:5, 6 millas / hora

- (b) Y a las 5 de la tarde?

Respuesta: $\frac{172}{388}$ millas/hora

- (c) En qué instante la distancia entre los barcos no estaba variando?

Respuesta: Aprox. 3 horas 17 min

3. Una bola de nieve puesta al sol está disminuyendo su volumen con velocidad proporcional a su superficie. Demuestre que su diámetro disminuye con velocidad constante.

4. Un auto avanza a 80Km/hora por una carretera recta de ecuación $3x - 2y + 12 = 0$. Una cámara de televisión situada en el origen enfoca al auto. Calcule la velocidad del ángulo de giro de la cámara con respecto al eje X cuando el auto cruza el eje Y.

Respuesta: $\frac{80}{39}\sqrt{13}$

5. Una lámpara dista 10 m de una pared y está colgada a una altura de 3 m respecto al eje de un sendero perpendicular de la pared. Un hombre que mide 1.775 m de altura camina por el sendero hacia la pared al paso de 1 m por segundo. Cuando dista 3m de la pared, qué tan rápidamente sube la sombra de su cabeza por la pared?

Respuesta: 0,408 m/seg

6. Demuestre que la función $f(x) = x^3 - 3x + b$ no puede tener más de una raíz en el intervalo $[-1, 1]$, cualquiera sea el valor de b .
7. Demuestre que la ecuación $x + \cos(x) = a$, no tiene soluciones positivas si $a \leq 1$. Qué ocurre si $a > 1$. Demuestre que si $0 < x < \sqrt{\frac{\pi}{2}}$ entonces:

$$\sin^2(x) < \sin(x^2)$$

8. Usando diferenciales calcule aproximadamente el valor de :

(a) $\tan(46)$

Respuesta: $1 + \frac{\pi}{90}$

(b) $\sqrt[4]{80}$

Respuesta: $\frac{323}{108}$

(c) $\arctan(1,05)$

Respuesta: $\frac{\pi}{4} + 0,025$

(d) El volumen de materia usado en una pelota que tiene 20 cm de diámetro interior y 4mm de grosor.

Respuesta: 6400π

9. Encuentre las ecuaciones de la tangente y la normal a las siguientes curvas en el punto indicado:

(a) $x = t^2, \quad y = 2t + 1 \quad \text{en } t = 1.$

Respuesta: $y = x + 2$ y $x + y = 3$ respectivamente.

(b) $x = t^3, \quad y = 3t \quad \text{en } t = -1.$

Respuesta: $y = x - 2$ y $x + y = -4$ respectivamente.

10. Encuentre y' e y'' para los valores dados de las variables:

(a) $x^2 - 4y^2 = 9, \quad x = 5, \quad y = 2$

Respuesta: $y' = \frac{5}{8}, \quad y'' = -\frac{9}{128}$

(b) $x^2 + 4xy + y^2 + 3 = 0, \quad x = 2, \quad y = -1$

Respuesta: $y' = 0, \quad y'' = -\frac{1}{3}$

(c) $x^3 - xy^2 + y^3 = 8, \quad x = 2, \quad y = 2$

Respuesta: $y' = -1, \quad y'' = -\frac{11}{4}$