

Problemas de circunferencias

4. Escribe la ecuación de la circunferencia de centro $C(-2,3)$ y radio 4.
Sol: $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 16$.
5. Calcula la potencia del punto $P(-1,2)$ a la circunferencia: $x^2 + y^2 - 2x + 3 = 0$. Sol: 10.
6. Halla el centro y el radio de las circunferencias: a) $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 23 = 0$; b) $x^2 + y^2 - 2y - 8 = 0$; c) $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$. Sol: a) $C(1,-1)$, $r=5$; b) $C(0,1)$, $r=3$; c) $C(1,3)$, $r=2$
7. ¿Cuáles de las siguientes expresiones representan circunferencias?: a) $x^2 - y^2 + x + 2y + 5 = 0$; b) $x^2 + y^2 + xy + 3y - 3 = 0$; c) $2x^2 + 2y^2 - 8y - 10 = 0$. Sol: a) No; b) No; c) Sí
8. Halla las ecuaciones de las circunferencias: a) de centro $C(2,0)$ y radio 3; b) de centro $C(0,2)$ y radio 3. Sol: a) $x^2 + y^2 - 4x - 5 = 0$; b) $x^2 + y^2 - 4y - 5 = 0$
9. Halla la ecuación de la circunferencia que es tangente al eje de abscisas y cuyo centro es el punto $C(2,3)$. Sol: $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 9$
10. Halla la ecuación de la circunferencia que es tangente al eje de abscisas y cuyo centro es el punto $C(1,2)$. Sol: $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$
11. Dibuja las circunferencias: $x^2 + y^2 = 4$, $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0$; y calcula analítica y gráficamente los puntos de intersección entre ambas.
Sol: $(2,0)$, $(0,2)$
12. Calcula las potencias de los puntos $O(0,0)$; $A(3,0)$ y $B(4,0)$ a la circunferencia $x^2 + y^2 - 9 = 0$. Comprueba los signos que obtienes dependiendo de cómo es el punto respecto a la circunferencia. Sol: -9 interior, 0 pertenece a la circunferencia, 7 exterior
13. Halla los puntos de intersección de la circunferencia $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 6 = 0$ con la recta $y = x$. Sol: $(1,1)$, $(3,3)$
14. Halla la ecuación de la tangente a la circunferencia de centro $C(-1,3)$ en el punto de tangencia $(2,5)$. Sol: $(x-2)/2 = (y-5)/-3$.
15. Calcula la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos $A(2,3)$; $B(0,-1)$ y $C(-1,0)$. Sol: $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 5$
17. ¿Cuál es la ecuación de la circunferencia cuyo centro es $C(-1,3)$ y pasa por el punto $P(-2,1)$?
Sol: $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 5$.
18. Halla la ecuación de la circunferencia cuyo diámetro tiene por extremos los puntos $A(1,1)$ y $B(3,-1)$. Sol: $(x-2)^2 + y^2 = 2$

19. Calcula la longitud de la cuerda que determina la recta $x=3$ al cortar a la circunferencia $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 8 = 0$. Sol: 4

20. Calcula la ecuación de una circunferencia tangente a los ejes coordenados y que pasa por A(9,2)

Sol: $c = (5,5)$ $r = 5$; $c = (17,17)$ $r = 17$.

21. ¿Para qué valor de b la recta $y = x - b$ es tangente a la circunferencia $x^2 + y^2 = 8$?

Sol: $b = 4$.

22. ¿Qué posiciones ocupan los puntos A(-1,0); B(3,3); C = (2,2); D = (5,-1) respecto a la circunferencia: $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 6 = 0$? Sol: A exterior, B pertenece a la circunferencia, C interior, D exterior

24. Escribe la ecuación de una circunferencia concéntrica a $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 4 = 0$ y cuyo radio es 2. Sol: $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 4$

25. Halla la circunferencia circunscrita al triángulo cuyos lados están sobre las rectas: $x - 2y + 1 = 0$; $x + 3y = 14$ y $2x + y = 3$. Sol: $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 10$

26. Dadas las ecuaciones de segundo grado siguientes, determinar cuales son ecuaciones de circunferencia y hallar, en su caso, centro y radio. a) $x^2 - y^2 - 4x - 4y + 2 = 0$; b) $2x^2 + 2y^2 - 2x - 2y - 1 = 0$; c) $x^2 + y^2 - 4x - 2y = -1$; d) $x^2 + y^2 - xy + x - 1 = 0$. Sol: a) No; b) Sí, C(2,1), $r = 1$; d) No

27. Halla la ecuación de la circunferencia definida por los puntos A = (3,0), B = (-3,0) y C = (0,9). Sol: $x^2 + (y-4)^2 = 25$

28. Halla la ecuación de la circunferencia de centro C, situado en la recta m: $x + 2y - 5 = 0$, y que pasa por los puntos A = (-1,4) y B = (3,0). Sol: $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 8$

29. La recta a: $x + 2y - 2 = 0$ es tangente en (0,1) a una circunferencia, que pasa por el punto P (3,4). Hallar su ecuación. Sol: $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 5$

31. Halla la ecuación de la recta que pasa por los puntos de intersección de las circunferencias: $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 3 = 0$ y $x^2 + y^2 - 12x - 10y + 36 = 0$. Sol: $2x + y = 7$

32. Determina la ecuación de la circunferencia de centro el punto A(1,1) y es tangente a la recta r: $3x + 4y = 32$. Sol: $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 25$

33. Halla las ecuaciones de las circunferencias de radio 3, tangentes a la de ecuación $x^2 + y^2 = 25$ en el punto P(4,-3). Sol: $(x-32/5)^2 + (y+24/5)^2 = 9$; $(x-8/5)^2 + (y+6/5)^2 = 9$

35. Halla las ecuaciones de las rectas tangentes a la circunferencia dada, en los puntos de ordenada $y = 0$. $x^2 + y^2 - 6x + 5 = 0$. Sol: $x = 1$, $x = 5$

36. Dada la circunferencia $x: (x-2)^2 + (y-1)^2 = 4$, halla las ecuaciones de las tangentes trazadas desde $A(4,3)$. Sol: $x = 4$, $y = 3$

37. Dada la circunferencia $r: (x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$, halla las ecuaciones de las tangentes a ella paralelas a la recta $x-2y+2=0$. Sol: $x-2y-5=0$
%

39. Dadas las circunferencias $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 8 = 0$ y $x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$, hallar las coordenadas del punto A, que tiene igual potencia respecto de ambas y pertenece a la recta $x-y+2=0$. Sol: $(1,3)$

40. Estudia la posición relativa de las siguientes parejas de circunferencias: a) $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 7 = 0$ y $x^2 + y^2 + 2y - 3 = 0$; b) $x^2 + y^2 + 2x - 2y - 8 = 0$ y $x^2 + y^2 - 4x - 20y + 64 = 0$; c) $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$ y $x^2 + y^2 + 2x + 2y - 2 = 0$.

Sol: a) secantes; b) tangentes; c) exteriores

41. Calcula m para que el radio de la circunferencia $x^2 + y^2 + mx + 4y + 4 = 0$ sea 1. Sol: $m = -2$

42. Halla la ecuación de la circunferencia que pasa por el punto $A(1,0)$ y es tangente a la recta $r: x + y - 3 = 0$ en el punto $B(1,2)$. Sol: $x^2 + (y-1)^2 = 2$

43. Halla la ecuación de la circunferencia de centro $C(1,2)$ y tangente a la recta $r: y = -2x + 9$. Sol: $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$

44. Halla la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos $A(4,3)$ y $B(-2,3)$ y tiene su centro en la recta $r: 2x - y - 1 = 0$. Sol: $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 13$

45. Halla las ecuaciones de las rectas tangentes a la circunferencia $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 1$, en los puntos de abscisa $x = 0$. Sol: $2x - y + 3 = 0$; $2x + y - 1 = 0$

46. Dada la circunferencia $(x-5)^2 + (y-2)^2 = 8$, halla las ecuaciones de las tangentes trazadas desde el punto $P(1,2)$. Sol: $x + y = 3$, $x - y + 1 = 0$

47. Dadas las siguientes circunferencias, halla la potencia del punto $A(1,1)$ respecto a cada una de ellas, indicando su posición. a) $r: x^2 + y^2 - 2 = 0$; b) $s: x^2 + y^2 - 4 = 0$; c) $t: x^2 + y^2 - y = 0$. Sol: a) $P = 0$, A $\in$ r; b) $P < 0$ A interior a s; c) $P > 0$ A exterior a t

48. Halla el centro y el radio de las circunferencias: a) $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$; b) $x^2 + y^2 - 2y = 0$; c) $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$. Sol: a) $(1,3)$, $r = 2$; b) $(0,1)$, $r = 1$; c) $(2,-1)$, $r = 3$

49. Escribe la circunferencia de centro $(1,3)$ y radio 2. Sol: $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 4$

50. Escribe la circunferencia de centro $(3,-1)$ y radio 3. Sol: $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 9$

51. Halla la ecuación de la circunferencia que tiene de centro el punto $(-1,3)$ y es tangente al eje de abscisas. Sol: $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 9$

52. Halla la ecuación de la circunferencia cuyo diámetro tiene por extremos los puntos A(2,2) y B(4,-6) Sol: $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 17$

53. Halla la ecuación de la circunferencia cuyo centro es el punto (1,-1) y pasa por el punto (3,2). Sol: $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 13$

54. Halla la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos: (3,2), (2,1) y (3,0). Sol: $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 1$

55. Calcula la longitud de una cuerda determinada por la recta $4 = x + y$ al cortar a la circunferencia: $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$. Sol: $2\sqrt{2}$

56. Halla la ecuación de la tangente a la circunferencia de centro (-1,3) en el punto de tangencia (0,2). Sol: $-x + y = 2$

57. ¿Para qué valor de "a" la recta $y = -2x + a$ es tangente a la circunferencia: $x^2 + y^2 - 2x = 4$? Sol: $a = 7$, $a = -3$

58. Halla la ecuación de una circunferencia concéntrica a la circunferencia $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 2 = 0$ y cuyo radio es 3. Sol: $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 9$.

59. Hallar la ecuación de la circunferencia que es tangente al eje de ordenadas y pasa por A(2,3) y B(4,1). Sol: $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 4$

60. Calcula las potencias de los puntos A(0,1) B(0,2) y C(3,0) a la circunferencia: $x^2 + y^2 - 4 = 0$. Sol: -3, 0, 5

61. Halla la ecuación de la circunferencia que tiene su centro en el punto (1,3) y es tangente al eje de abscisas. Sol: $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 9$

62. Halla la ecuación de la circunferencia que tiene su centro en el punto de intersección de las rectas: $2x - 3y + 4 = 0$; $x + y - 3 = 0$ y su radio es 3. Sol: $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$

63. Halla la ecuación de la circunferencia que tiene su centro en el punto (1,2) y es tangente a la recta: $-3x + 4y = 0$. Sol: $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$

64. Halla la ecuación de la circunferencia que pasa por el punto (-1,5) y por los puntos A=(1,1) y A' (simétrico de A respecto a la recta $y = -2x + 8$). Sol: $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 10$

Problemas de Elipses

1. Calcula la ecuación de la elipse formada por los puntos cuya suma de distancias a $F_1(1,-1)$ y $F_2(7,1)$ es igual a 10. Sol: $(x-1)^2/25 + (y-4)^2/9 = 1$

2. Encuentra los elementos principales de la elipse $(x^2/25) + (y^2/9) = 1$ y dibuja su gráfica. Sol: $a = 5$; $b = 3$; $c = 4$; $F(-4,0)$; $F'(4,0)$.

3. Halla los elementos principales de la elipse: $9x^2 + 25y^2 = 900$.
Sol: $a = 10$; $b = 6$; $c = 8$.

4. Escribe la ecuación reducida de la elipse cuya distancia focal es 16 y cuyo semieje mayor tiene de longitud 10. Sol: $(x^2/100) + (y^2/36) = 1$.

5. Encuentra la ecuación reducida de la elipse cuyo semieje mayor tiene longitud 5 y que pasa por $P(4,12/5)$. Sol: $(x^2/25) + (y^2/16) = 1$.

6. Halla la ecuación de la tangente a la elipse $(x^2/25) + (y^2/9) = 1$ en el punto de abscisa 5. Sol: $x = 5$

7. Encuentra los semiejes, vértices y focos y averigua la excentricidad de las elipses:
a) $(x^2/169) + (y^2/144) = 1$; b) $16x^2 + 25y^2 = 400$; c) $x^2 + 16y^2 = 25$. Sol: a) $a = 13$, $b = 12$, $c = 5$; $V: ("13,0), (0,"12)$; $F: ("5,0)$; $e = 5/13$; b) $a = 5$, $b = 4$, $c = 3$, $V: ("5,0), (0,"4)$, $F: ("3,0)$, $e = 3/5$; c) $a = 5$, $b = 5\sqrt{15}/4$; $c = 5/4$; $V: ("5\sqrt{15},0), (0,"5/4)$; $F: ("5\sqrt{15}/4,0)$; $e = 1/4$

8. Averigua el dominio y recorrido de la elipse: $(x^2/144) + (y^2/64) = 1$. Sol: Dom: $(-12,12)$, Rec: $(-8,8)$

9. Determina la ecuación reducida de la elipse cuyo eje mayor mide 8 y pasa por el punto $P(3,1)$. Sol: $x^2/64 + y^2/(64/55) = 1$

10. Escribe la ecuación de la elipse cuya suma de distancias a $F_1(8,0)$ y $F_2(-8,0)$ vale 20. Sol: $x^2/100 + y^2/36 = 1$

11. Encuentra la ecuación de la elipse de focos $F_1(-1,0)$ y $F_2(1,0)$ cuyo semieje mayor tiene longitud 2. Sol: $x^2/4 + y^2/3 = 1$

12. Halla las ecuaciones de las elipses definidas por los siguientes datos: a) $a = 3$, $b = 2$; b) $a = 5$, $c = 4$; c) $b = 1$, $c = 2$. Sol: a) $x^2/9 + y^2/4 = 1$; b) $x^2/25 + y^2/9 = 1$; c) $x^2/5 + y^2 = 1$

13. Halla la ecuación de la elipse con centro en el origen sabiendo que los radios vectores de un punto P son $r = 4$ y $r' = 6$ y que la distancia focal es 8. Sol: $x^2/25 + y^2/9 = 1$

15. Halla la ecuación de la elipse que pasa por el punto $P(6,64/10)$ y cuyos semiejes mayor y menor son proporcionales, respectivamente a 5 y 4. Sol: $x^2/100 + y^2/64 = 1$

16. Una elipse, cuya ecuación está referida a sus ejes, tiene sus focos en $F(3,0)$ y

F'(-3,0) pasa por P(5,0). Halla su ecuación. Sol: $x^2/25 + y^2/16 = 1$

20. Halla las ecuaciones de las tangentes a la elipse $x^2 + y^2/2 = 1$, paralelas a la recta $y = x$. Sol: $y = x \pm \sqrt{3}$

23. Dada la ecuación de la elipse: $x^2 + 2y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$. de ejes paralelos a los coordenados, Hallar: a) La ecuación reducida. b) Las coordenadas del centro. c) La excentricidad. Sol: a) $(x-1)^2/2 + (y+1)^2 = 1$; b) (1,-1); c) $e = 1/\sqrt{2}$

24. Halla la ecuación de la elipse cuyo centro es C(2,1), uno de los vértices A(7,1) y la excentricidad $e = 3/5$. Sol: $(x-2)^2/25 + (y-1)^2/16 = 1$

27. Halla la ecuación de forma reducida de la elipse con centro (0,0) y que es incidente con los puntos A(-5,0) y B(4,9/5). Sol: $x^2/25 + y^2/9 = 1$

28. Halla todos los elementos de la elipse: $(x^2/25) + (y^2/9) = 1$. Sol: $a = 5$, $b = 3$, $c = 4$

29. Halla la ecuación de una elipse centrada en el origen cuyo eje mayor mide 12 y pasa por el punto (3,4). Sol: $x^2/36 + y^2/(64/3) = 1$

30. Escribe la ecuación de una elipse cuya suma de distancias a los focos F₁(8,0) y F₂(-8,0) vale 20. Sol: $x^2/100 + y^2/36 = 1$

31. Encuentra la ecuación de la elipse cuyos focos son (1,0) y (-1,0) y cuyo eje mayor tiene de longitud 4. Sol: $x^2/4 + y^2/3 = 1$

32. Escribe la ecuación reducida de una elipse cuya distancia focal es 16 y cuyo semieje mayor 17. Sol: $x^2/289 + y^2/225 = 1$

33. Halla la ecuación de la recta tangente a la elipse $(x^2/25) + (y^2/16) = 1$ en el punto de abscisa 3. Sol: $3x + 5y - 25 = 0$

34. Halla cual es el dominio de la elipse $(x^2/64) + (y^2/4) = 1$. Sol: (-8,8)

35. Escribe la ecuación de la elipse cuyo centro es (0,0), un foco (3,0) y un vértice es (4,0). Sol: $x^2/16 + y^2/7 = 1$

Problemas de Hipérbolas

1. Calcula los elementos principales de la hipérbola $4x^2 - 9y^2 = 36$. Sol: $a = 3$, $b = 2$; $c = \sqrt{13}$

2. Escribe la ecuación reducida de la hipérbola en la que uno de los focos es $F(17,0)$ y uno de los vértices $V(15,0)$. Sol: $x^2/225 - y^2/64 = 1$

3. Escribe la ecuación reducida de la hipérbola en la que una de las asíntotas es $y = (1/2)x$ y que pasa por $V(2,0)$. Sol: $x^2/4 - y^2 = 1$

4. Encuentra los vértices, los focos, las asíntotas y averigua la excentricidad de: a) $9x^2 - 16y^2 = 144$; b) $-x^2/25 + y^2/144 = 1$; c) $(x^2/36) - (y^2/64) = 1$. Sol: a) $v(6,0)$, $F(10,0)$, $y = \frac{4}{3}x$; $e = 5/3$; b) $V(0,12)$, $F(0,13)$, $y = \frac{5}{12}x$, $e = 13/12$; c) $v(6,0)$, $F(10,0)$, $y = \frac{4}{3}x$, $e = 5/3$

5. Encuentra el dominio y recorrido de la hipérbola: $(x^2/9) - (y^2/16) = 1$. Sol: Dom: $(-4, -3) \cup (3, +4)$, recorrido: $\mathbb{R}$

6. Halla la ecuación de la hipérbola cuya diferencia de distancias a $F_1(5,0)$ y $F_2(-5,0)$ vale 6. Sol: $x^2/9 - y^2/16 = 1$

7. Halla las ecuaciones de las hipérbolas definidas por los siguientes datos: a) $a = 2$, $b = 2$; b) $a = 4$, $c = 5$; c) $b = 1$, $c = \sqrt{5}$; d) $b = 3$, $e = 5/4$. Sol: a) $x^2/4 - y^2/4 = 1$; b) $x^2/16 - y^2/9 = 1$; c) $x^2/4 - y^2 = 1$; d) $x^2/16 - y^2/9 = 1$

8. Determina la ecuación de una hipérbola que tiene por excentricidad $e = 5/3$ y es incidente con el punto $P(10, 32/3)$. Sol: $x^2/36 - y^2/9 = 1$

9. Halla la ecuación de la hipérbola incidente con los puntos $A(4, \sqrt{6})$ y $B(12, 6\sqrt{2})$. Sol: $x^2/4 - y^2/2 = 1$

10. Una hipérbola tiene por asíntotas $y = \pm 2x$ y es incidente con el punto $P(6,4)$. Halla su ecuación. Sol: $x^2/32 - y^2/128 = 1$

11. De una hipérbola se conoce $a = 4$ y que el ángulo que forman las asíntotas es 90° . Halla la ecuación de la hipérbola. Sol: $x^2/4 - y^2/4 = 1$

12. Calcula m para que la recta $y = x + m$ sea tangente a la hipérbola: $x^2 - 2y^2 = 4$. Sol: $m = \pm \sqrt{2}$

13. Una hipérbola equilátera pasa por el punto $P(3, \sqrt{5})$. Halla su ecuación y las coordenadas de los vértices y de los focos. Sol: $x^2/4 - y^2/4 = 1$; $V(2,0)$, $F(\sqrt{32}, 0)$

14. Halla b para que $2x^2 + by^2 = 3$ sea la ecuación de una hipérbola equilátera. Sol:

$$b = -2$$

15. Determina a, b, c, la excentricidad y las coordenadas de los vértices y focos de las siguientes hipérbolas: a) $(x^2/9)-(y^2/16)=1$; b) $(x^2/6)-(y^2/2)=1$; c) $(x^2/9)-(y^2/4)=1$. Sol: a) $a=3$, $b=4$, $c=5$, $e=5/3$, $V(3,0)$, $F(5,0)$; b) $a=\sqrt{6}$, $b=\sqrt{2}$, $c=\sqrt{8}$, $V(\sqrt{6},0)$, $F(\sqrt{8},0)$; c) $a=3$, $b=2$, $c=\sqrt{5}$, $e=\sqrt{5}/3$, $V(3,0)$, $F(\sqrt{5},0)$

16. Halla la ecuación de la hipérbola sabiendo que pasa por el punto A(2,2) y una de sus asíntotas es $y=2x$. Sol: $x^2-y^2/4=1$

17. Escribe la ecuación reducida de la hipérbola en que uno de sus focos es (17,0) y uno de sus vértices es (15,0). Sol: $(x^2/225)-(y^2/64)=1$

18. Escribe la ecuación de la hipérbola de focos (3,2) y (-3,2), cuyo semieje mayor tiene longitud 2. Sol: $(x^2/4)-(y-2)^2/2=1$

19. Halla la ecuación de la hipérbola cuya diferencia de distancias a (3,0) y (-3,0) es 4. Sol: $(x^2/4)-(y^2/48)=1$

20. Escribe la ecuación reducida de una hipérbola sabiendo que su distancia focal es 16 y la distancia de un foco al vértice más próximo es 4. Sol: $x^2/16-y^2/48=1$

Problemas de Parábolas

1. Calcula la ecuación de la parábola formada por los puntos que equidistan de la recta $x + y + 1 = 0$ y de foco $F(1,2)$. Sol: $xy^2 - 6x - 10y - 2xy + 9 = 0$

2. Halla los elementos principales de la parábola $y^2 = 6x$ y dibuja su gráfica. Sol: $F(3/2, 0)$, $V(0, 0)$, $p = 3$, $x = -3$

3. Halla la tangente a la parábola $y^2 = 6x$ en el punto $P(6, 6)$. (Nota: la tangente es la bisectriz del ángulo que forman el radiovector PF y la recta perpendicular por P a la directriz). Sol: $2x - (1 + \sqrt{5})y - 6 + 6\sqrt{5} = 0$

4. Encuentra el vértice, el foco, el eje y la directriz de las siguientes parábolas: a) $y^2 = 16x$; b) $y^2 - 4y - 8x + 36 = 0$; c) $x^2 - 4x - 16y + 36 = 0$. Sol: a) $V(0, 0)$, $F(4, 0)$, eje $y = 0$, $r: x = -4$; b) $V(2, 2)$, $F(4, 2)$, eje $y = 2$, $r: x = 0$; c) $V(2, 2)$, $F(2, 6)$, eje $x = 2$, $r: y = -2$

5. Halla el dominio de la parábola $y^2 = 4x + 2$. Sol: $[-1/2, +\infty)$

6. Escribe la ecuación de la parábola de foco $F(1, 0)$ y directriz $x + y = 0$. Sol: $x^2 + y^2 - 2xy - 4x + 1 = 0$

7. Encuentra la tangente a la parábola $y^2 = 2x$ en el punto $P(2, 2)$. Sol: $x - 2y + 2 = 0$

8. sabemos que $y = x^2$ es una parábola. ¿Cuál es su foco?. ¿Y su directriz?. Demuestra que se verifica que cualquiera de sus puntos equidista del foco y de la directriz. Sol: $F(0, 1/4)$, $y = -1/4$

9. Halla la ecuación de la parábola de foco $F(2, 0)$ y directriz la recta $y = x$. Sol: $x^2 - 4x + xy - y^2 + 4 = 0$

10. Dada la parábola $y^2 + 2x - 2y + 1 = 0$, haz una traslación conveniente para escribirla en la forma general $y'^2 = kx$. Sol: $(y - 1)^2 = 2x$

11. Una parábola de eje vertical tiene por vértice $V = (3, -2)$ y por foco $F(3, 0)$. Halla las ecuaciones del eje, de la directriz y de la parábola. Sol: $x = 3$, $y = -4$, $(x - 3)^2 = 8(y + 2)$

12. Halla k para que la recta $y = 2x + k$ sea tangente a la parábola: $y = 2x^2 - 1$. Sol: $k = -3/2$

13. Halla la ecuación de la tangente a la parábola $x^2 = 2y - 1$ en el punto $A(3, 5)$. Sol: $3x - y - 4 = 0$

14. Dada la parábola de ecuación $y^2 = 8x$, halla las coordenadas del vértice y del foco y las ecuaciones de la directriz y del eje. Sol: $V(0, 0)$, $F(2, 0)$, $x = -2$, $y = 0$

15. Halla la longitud del segmento interceptado por la recta $r: x - 3y + 4 = 0$ en la

parábola: $y^2 = 2x$. Sol: $\sqrt{40}$

16. Halla la ecuación de la tangente a la parábola $y^2 = 4x$ en el punto (1,2). Sol: $y = x + 1$

17. Encuentra la tangente a la parábola $y^2 = 4x$ en el punto (1,-2). Sol: $y = -x - 1$

18. Encuentra el vértice, el foco, el eje y la directriz de la parábola: $y^2 = 12x$. Sol: V(0,0), F(3,0), $y = 0$, $x = -3$

19. Halla el dominio de la parábola $y^2 = -4x$. Hallar además vértice, foco, eje y directriz. Sol: Dom: $[-4,0]$, V(0,0), F(-1,0), $y = 0$, $x = 1$

20. Escribe en forma reducida las ecuaciones de las parábolas siguientes indicando el valor del parámetro, la situación de la curva respecto a los ejes, las coordenadas del foco y la ecuación de la directriz. a) $6y^2 - 24x = 0$; b) $14x^2 = -28y$. Sol: a) $y^2 = 4x$; $p = 2$; en el primer y cuarto cuadrante, F(1,0), $x = -1$; b) $x^2 = -2y$; $p = 1$; en el tercer y cuarto cuadrantes, F(0,-1/2), $y = 1/2$