

Guía de Trigonometría

1. Determine si las siguientes igualdades determinan identidades trigonométricas.

$$(a) \frac{1 - \cos(2x) + \sin(2x)}{1 + \cos(2x) + \sin(2x)} = \operatorname{tg}(x).$$

$$(b) \frac{\sin(2x)}{1 - \cos(2x)} \frac{1 - \cos(x)}{\cos(x)} = \operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right).$$

$$(c) \frac{\sin^2\left(\frac{p}{2} - x\right) \sec(x)}{\csc(x) \cot\left(\frac{p}{2} - x\right)} = \cos^2(x).$$

$$(d) \operatorname{tg}\left(x + \frac{p}{6}\right) \operatorname{tg}\left(x - \frac{p}{6}\right) = \frac{1 - 2\cos(2x)}{1 + 2\cos(2x)}.$$

$$(e) \csc^2(x) - \cot(x) \cos(x) \csc(x) - 1 = 0.$$

$$(f) (\operatorname{tg}(x) - \cot(x)) \sin(x) \cos(x) + 2\cos(2x) = 1 - 2\cos^2(x).$$

$$(g) \operatorname{arctg}(x) + \operatorname{arctg}(y) = \operatorname{arctg}\left(\frac{x+y}{1-xy}\right).$$

$$(h) \operatorname{arcsen}\left(\frac{3}{5}\right) + \operatorname{arcsen}\left(\frac{8}{17}\right) + \operatorname{arcsen}\left(\frac{36}{85}\right) = \frac{p}{2}.$$

2. Resuelva las siguientes ecuaciones trigonométricas.

$$(a) \operatorname{tg}(x) = 2\sin(x).$$

$$(b) 2\cos(2x) + 2\sqrt{2} = 3\sec(2x).$$

$$(c) 3\operatorname{tg}(x) + \cot(x) = 5\csc(x).$$

$$(d) \sin^2(x) + 2\sin(x)\cos(x) - \cos^2(x) = \frac{1}{2}.$$

$$(e) \cot(x) - \operatorname{tg}(x) = \sin(x) + \cos(x).$$

$$(f) 5\sin^2(x) - 12\sin(x) + 5 = 0.$$

$$(g) \sqrt{1 + 2\sin(x)} = 2 - 3\sin(x).$$

$$(h) 3\sin(x) - \sqrt{4\sin^2(x) - 1} = 2.$$

$$(i) \operatorname{arcsen}(x) + \operatorname{arcsen}(1-x) = \arccos(x).$$

$$(j) \operatorname{arctg}(2x) + \operatorname{arctg}(3x) = np + \frac{3p}{4}.$$

3. Grafique las siguientes funciones.

(a) $f(x) = |\sin x|$.

(e) $f(x) = \sqrt{\cos(x)}$.

(b) $f(x) = \left| \frac{1}{\tan(x)} \right|$.

(f) $f(x) = |\tan(x)|$.

(c) $f(x) = \max\{\sin(x), 0\}$.

(g) $f(x) = \left| \frac{1}{\sin(x)} \right|$.

(d) $f(x) = \max\{\cos(x), 0\}$.

(h) $f(x) = \sqrt{\tan(x)}$.

4. Encuentre amplitud, periodo y bosqueje el gráfico de las siguientes funciones.

(a) $f(x) = 5\sin(2\pi x)$.

(c) $f(x) = 3\sin\left(\frac{\pi x}{3}\right)$.

(b) $f(x) = 2\sin\left(\frac{x}{2}\right)$.

(d) $f(x) = 0.5\cos(4x)$.

5. Dada la función

$$f(x) = \left(2\sqrt{2+\sqrt{2}}\right)\sin(3x) + \left(2\sqrt{2-\sqrt{2}}\right)\cos(3x)$$

reduzca a la forma $f(x) = A\sin(wx+a)$, y determine los valores de A , w y a , si existen.

6. La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 7 metros más que uno de los catetos y 14 metros más que el otro, determine $\sin(a)$; $\cos(a)$; $\tan(a)$ y el valor de cada lado (a y b son los ángulos agudos)
7. Un hombre observa la cumbre de una montaña con un ángulo de elevación de 45° , enseguida avanza 50 metros y observa la cumbre con un ángulo de 60° de elevación. ¿Cuál es la altura de la montaña?
8. La altura de un triángulo divide al lado correspondiente en 2 segmentos que miden 12 y 6 cm. Si la altura mide 6 cm. Entonces ¿la medida de sus ángulos es?
9. Desde la cumbre de un cerro se observa una persona con un ángulo de depresión de 72° . ¿Cuál es la altura del cerro, sabiendo que la persona se encuentra a 1.000 metros del pie del cerro?
10. Se tienen dos grandes edificios, donde uno de ellos tiene 30 metros más de altura que el otro. Un observador ubicado a 100 metros de distancia de la más baja (en línea recta a ambas), observa que sus cúspides se encuentran en una línea recta cuya inclinación respecto a la horizontal es de 27° . ¿Determine las alturas aproximadas de ambos edificios?

11. Determine la altura a la que se encuentra un volantín si el ángulo que forma el hilo con la base del piso es de 30° y el hilo desplegado tiene una longitud de 20 metros.
12. Un globo es inflado con gas helio y se ata al piso con un cordel que tiene longitud x . Si cuando el ángulo de elevación es 60° el cordel proyecta sobre el suelo una sombra de 12 metros, ¿Cuál es el largo del cordel y a qué altura se encuentra el globo?
13. Una escalera de 50 metros de largo se deja descansar contra un muro vertical. El pie de la escalera está a 14 metros de la base del muro. Si el extremo superior de la escalera se desliza 8 metros, entonces, determine cuánto se correrá el pie de la escalera.
14. Dos postes de 3 y 7 metros de altura, están separados 15 metros. Determine la altura de la intersección de las rectas que unen las cúspides de cada uno con la base del poste contrario.
15. Una colina mide 420 metros de altura. Se encuentra que el ángulo de elevación a la cima vista desde un punto R en el suelo es de 30° . Determine la distancia desde R al pie de la colina.
16. Una escalera de 13,5 metros de longitud llega hasta la parte superior de un muro. Si la escalera forma un ángulo de 60° con el muro. Determine la altura de éste y la distancia a él desde el pie de la escalera.
17. Un asta de bandera está enclavada verticalmente en lo alto de un edificio; a 12 metros de distancia, los ángulos de elevación de la punta del asta y de la parte superior del edificio son de 60° y 30° respectivamente. Determine la longitud del asta.
18. Desde la cúspide de un monumento de 30 metros de altura, los ángulos de depresión de dos objetos, que están sobre el terreno en la dirección Oeste del monumento son de 45° y 30° respectivamente. Hallar la distancia que los separa.
19. Mirando hacia el sur desde la parte superior de un acantilado, los ángulos de depresión de una roca y una boya se observa que son de 45° y 60° . Si se sabe que estos objetos están separados 110 metros hallar la altura del acantilado.
20. Desde lo alto de un acantilado de 1.500 m de altura los ángulos de depresión de dos embarcaciones que están situadas al sur del observador son de 25° y 85° respectivamente. Determine las distancias entre estas embarcaciones.
21. Una torre está al pie de una colina cuya inclinación con respecto al plano horizontal es de 9° . Desde un punto de la colina 12 metros más arriba la torre subtiende un ángulo de 54° . Determine la altura de la torre.
22. Dos astas de bandera se levantan verticalmente sobre un plano horizontal. A y B son dos puntos sobre la recta que une los pies de las astas y están entre ellos. Los ángulos de elevación de los extremos superiores de las astas vistos desde A son 30° y 60° y vistos desde B son 60° y 45° . Si la longitud de AB es de 9 m hallar las longitudes de las astas y la distancia que los separa.

23. Dos chimeneas AB y CD tienen la misma altura. Una persona que está entre ellas en la recta AC que une sus bases observa que la elevación de la más cercana es de 60° . Después de caminar 24 m en una dirección perpendicular a AC observa que las elevaciones son de 45° a la más cercana y 30° a la otra. Hallar la altura de las chimeneas y la distancia que las separa.
24. Dos postes verticales cuyas alturas son a y b subentienden el mismo ángulo a desde un punto que está en la línea que une sus pies. Si ellos subentienden ángulos b y g desde un punto del plano horizontal desde el cual la línea que une sus pies subentiende un ángulo recto; demuestre que:

$$(a + b)^2 \cot^2(a) = a^2 \cot^2(b) + b^2 \cot^2(g)$$

25. Determinar la altura de un árbol si el ángulo de elevación de su extremo superior crece de 20° a 40° , cuando un observador avanza 75 cm, hacia el pie del árbol.
26. Desde el punto de una torre cuya altura es h metros, los ángulos de depresión de dos objetos que están en el mismo plano y en la misma línea que pasa por el pie de la torre son $(45 - a)$ y $(45 + a)$ determine la distancia que separa los objetos.
27. Un cuadro de 5 pies de longitud cuelga de una pared de modo que la arista inferior del cuadro esta a cuatro pies del piso. Un observador cuyos ojos están a cinco pies sobre el piso mira hacia el cuadro desde un punto situado a x pies de la pared. Demuestre que el ángulo b subentendido por el cuadro en el ojo del observador esta dado por:

$$\operatorname{tg} b = \frac{5x}{x^2 - 4}.$$

28. Desde una distancia de 300 metros a la base de una chimenea, el ángulo de elevación a la cúspide de ella es 30° , determine la altura de la chimenea.
29. Determinar la distancia de un observador a la cúspide de una iglesia que tiene 132 yardas de alto, sabiendo que el ángulo de elevación es de $41^\circ 18'$.
30. Una bandera esta atada a un mástil de 10 pies de altura. Los ángulos de elevación al punto superior e inferior de la bandera son de 60° y 30° , respectivamente. Determine el ancho de la bandera.
31. Cada uno de los lados de un rombo mide 12,22 cm. y cada ángulo $42^\circ 5'$. Determinar la longitud de sus diagonales.
32. En un edificio se construye una escalera cuyos peldaños tienen 26cm de ancho y 14 cm de alto ¿qué inclinación tiene la escalera con respecto a la horizontal?
33. Un hombre de 1.70 metros de altura y ubicado a 25 metros de un árbol observa el punto mas alto de este árbol con un ángulo de elevación de 36° . Calcular la altura del árbol.

34. Se necesita conocer la diferencia entre las alturas de dos chimeneas que están a 30. Metros de distancia. Para ello un observador se ubica entre ellas a 10 metros de la mas baja. Los ángulos de elevación son 35° con la menor y 51° con la mayor.
35. Un árbol ha sido roto por el viento de manera que el tronco forma con la tierra un triángulo rectángulo. La parte superior del árbol forma un ángulo de 35° con el piso y la distancia medida sobre el piso, desde el tronco hasta la cúspide del árbol es de 5 metros. Determine la altura del árbol antes de quebrarse.
36. Para determinar la distancia desde una posición B a una posición enemiga A, se han medido una base BC y los ángulos ABC y BCA. Si dichas medidas son 1006 metros, 44° y 70° respectivamente; hallar AB.
37. Dos boyas están separadas por una distancia de 64,2 metros y un bote esta a 74,1 metros de la más cercana. El ángulo que forman las dos visuales del bote a las boyas es de $27^\circ 18'$. Determinar la distancia que hay entre el bote y la boya más lejana.
38. Un paralelogramo tiene lados de longitud 30cm y 70 cm y uno de sus ángulos es 65° . Calcular la longitud de cada diagonal.
39. Un poste vertical de 40 pies de altura se encuentra en la ladera de una colina que forma un ángulo de 17° con la horizontal. Determinar la longitud de la mínima del cable necesario para unir la parte superior del poste con un punto directamente debajo de la colina a 72 pies de la base del este.