



ALGEBRA Y TRIGONOMETRÍA

EJERCICIOS Y PROBLEMAS DE GEOMETRÍA ANALÍTICA, PRIMER SEMESTRE 2004

Viviana Barile M

1. Determine usando fórmula de distancia si los siguientes puntos son colineales $A(-3, 4)$, $B(3, 2)$, $C(6, 1)$.
2. Hallar el perímetro del triángulo cuyos vértices son $A(-2, 5)$, $B(4, 3)$, $C(7, -2)$.
3. Hallar las coordenadas del punto que equidista de los puntos fijos : $A(3, 3)$, $B(6, 2)$, $C(8, -2)$.
4. Sabiendo que el punto $(9, 2)$ divide al segmento que determinan los puntos $P_1(6, 8)$ y $P_2(X_2, Y_2)$ en la razón $r = \frac{3}{7}$, hallar las coordenadas de P_2 .
5. Hallar los puntos P y Q , que dividan el segmento que une $A(0, 2)$ con $B(9, 8)$ en tres partes iguales.
6. Un punto se mueve de tal manera que su distancia al eje Y disminuida en 3, es siempre igual al doble de su distancia al eje X . Hallar la ecuación de su lugar geométrico.
7. Hallar las coordenadas del extremo $C(x, y)$ del segmento que une este punto con el punto $A(2, -2)$ sabiendo que el punto $B(-4, 1)$ está situado a una distancia de A igual a las tres quintas partes de la longitud total del segmento.
8. Hallar la ecuación de la recta que :
 - a) Pasa por $A(2, -5)$ y tiene pendiente -1
 - b) Pasa por $A(-3, 2)$ y tiene un ángulo de inclinación de 30°
 - c) Pasa por los puntos $A(2, -5)$ y $B(0, -8)$
9. Encuentre a de modo que el trazo que une el origen con el punto $(4 - a, 2a + 1)$ sea paralelo a la recta de ecuación $L : 2y - 5x + 1 = 0$
10. Encuentre b de modo que el punto $(2 - b, b + 1)$ equidiste de $(1, 4)$ y de la recta $L : x + 2 + y = 5b$
11. Dado el triángulo de vértices $A(-5, 6)$, $B(-1, -4)$ y $C(3, 2)$. Determinar las ecuaciones de las alturas y de los lados.

12. El costo total para un fabricante incluye costos indirectos fijos de 5000 dólares más costos de producción de 60 dólares por unidad. Expresar el costo total como una función de la cantidad de unidades y elaborar la gráfica.
13. Si un fabricante estima que puede producir R relojes al cabo de m meses ; donde;
 $R = f(m) = 30m + 10$ determine :
- Cuántos relojes se pueden producir al cabo de tres trimestres?
 - En cuántos meses puede producir 910 relojes ?
 - Cuántos relojes se produjo el quinto mes?
 - Grafique la función que interpreta el problema.

14. Dada las relaciones :

$$R = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x + y \leq 0\}$$

$$S = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid 2x + 4y > 2\}$$

$$T = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 \leq 0\}$$

$$U = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x \leq \frac{4}{3}y\}$$

Determine

- $\text{Dom}(R \cap S), \text{Dom}(T \cap S)$
 - $\text{Rec}(R \cap S), \text{Rec}(T \cap S)$.
15. Para cada caso obtener la ecuación de la circunferencia:
- Centro en $(2, 4)$ y radio 5.
 - Centro en $(-3, 2)$ y el extremo de un diámetro en el punto $(2, -4)$.
 - Pasa por el origen y su centro es $(5, -1)$
16. Considere el triángulo de vértices $A = (-2, 1)$, $B = (4, 7)$ y $C = (6, -3)$. Encuentre:
- Las ecuaciones de sus lados.
 - La ecuación de la recta que pasa por el vértice A y es paralela al lado opuesto BC .
 - Las ecuaciones de las rectas que pasan por el vértice B y trisecan al lado opuesto AC .
 - Los vértices del triángulo formado por las rectas que pasan por los vértices A, B, C y que son paralelas a los lados opuestos.
 - Las ecuaciones de las medianas y las coordenadas de su punto de intersección.
 - Las ecuaciones de las mediatrices de los lados y las coordenadas de su punto de intersección. Este punto se denomina circuncentro.
 - Las ecuaciones de las alturas y su punto de intersección. Este punto se denomina ortocentro.
 - Las coordenadas del pie de la altura correspondiente al lado AC . Luego encuentre la longitud de la altura y el área del triángulo.
 - Halla la longitud de la perpendicular trazada desde el punto $P = (x_0, y_0)$ a la recta L . Demostrar a partir de esto que la distancia del punto P a la recta $L : Ax + By + C = 0$ está dada por:

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

- Determinar la ecuación de la Circunferencia que pasa por los puntos $(2, 3)$ y $(3, 6)$ y es tangente a la recta $2x + y - 2 = 0$

- k) Dada la ecuación general de la circunferencia : $25x^2 + 25y^2 + 30x - 20y - 62 = 0$; determine su centro y radio completando cuadrados.
- l) Hallar la ecuación de la tangente a la circunferencia : $x^2 + y^2 + 2x - 2y - 39 = 0$ en el punto $(4, 5)$
- m) Considerar la ecuación de la circunferencia $C : x^2 + y^2 - 6x - 2y - 15 = 0$ y la ecuación de la recta $L : by - (b - 1)x - b(b + 1) = 0$ con b numero real.
- 1) Determine centro y radio de la circunferencia
 - 2) Determinar b de manera que L sea tangente a la C en el punto $(0, 5)$
 - 3) Graficar ambas curvas.
- n) Un punto se mueve de tal manera que su distancia del punto $(1, -1)$ es siempre igual al doble de su distancia de la recta de ecuación $3X - 2Y + 6 = 0$. Hallar la ecuación de su lugar geométrico.
- $\tilde{n}$) Determinar la ecuación de la circunferencia inscrita en el triángulo de vértices $A(0, 0)$, $B(8, 0)$ y $C(4, 5)$
- o) Aplicando la definición de la parábola, encuentre la ecuación de la parábola a partir de los datos dados.
- 1) Foco: $(3, 4)$, directriz: $x - 1 = 0$.
 - 2) Foco: $(3, -5)$, directriz: $y - 1 = 0$.
 - 3) Vértice: $(2, 0)$, foco : $(0, 0)$.
 - 4) Foco: $(-1, 1)$, directriz: $x + y - 5 = 0$
- p) Encontrar la ecuación del lugar geométrico de un punto que se mueve de tal manera que su distancia a la recta $x + 3 = 0$ es siempre dos unidades mayor que su distancia al punto $(1, 1)$.
- q) Una circunferencia pasa por el vértice y los extremos del lado recto de la parábola $x^2 - 4y = 0$. Encuentre su ecuación. (El lado recto de una parábola es la perpendicular al eje de simetría de la parábola, que pasa por su foco.)
- r) Determina las características de:
- 1) Dos circunferencias secantes.
 - 2) Dos circunferencias tangentes.
 - 3) Circunferencias concéntricas.
 - 4) Dos circunferencias no coincidentes
- s) Graficar las siguientes relaciones :
- 1) $R = \{(x, y) \in \mathbb{Z}^2 \mid x^2 + y^2 = 100\}$.
 - 2) $S = \{(x, y) \in \mathbb{Z}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 100\}$.
 - 3) $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 > 100\}$.
 - 4) $U = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = \frac{4}{3}x\}$.
 - 5) $V = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \leq \frac{4}{3}x\}$
- t) Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por el punto $M(-3, 6)$ y es concéntrica a la circunferencia. $x^2 + y^2 + 3x - 4y - 1 = 0$.

- u) El espejo de un faro de un automóvil tiene forma parabólica, encuentre la ecuación de esta parábola teniendo en cuenta que el diámetro del faro es de 20cm y la profundidad de 15cm . El eje OX es el eje del faro, el origen de las ordenadas está situado en la parte profunda del espejo.
 - v) Un punto se mueve de tal manera que su distancia al punto $A(-1, 2)$ es siempre igual al doble de la distancia al eje x . Determine el lugar geométrico del punto.
 - w) Hallar la ecuación del lugar geométrico de un punto que se mueve de tal manera que su distancia al punto $A(2, 3)$ es siempre igual a 5
 - x) La suma de los segmentos que una recta determina sobre los ejes coordenados es igual a 3. Hallar la ecuación. La suma de los segmentos que una recta determina sobre los ejes coordenados es igual a 3. Hallar la ecuación de la recta si pasa por el punto $(2, 10)$.
 - y) El sonido de una explosión de dinamita se oye a diferentes horas en dos puntos A y B . De esto se deduce que la explosión ocurrió 1,000 metros más cerca de A que de B . Si A y B están a 2,600 metros de distancia el uno del otro, muestre que la ubicación de la explosión está en una rama particular de una hipérbola, y encuentre la ecuación de la rama.
 - z) Un satélite de la tierra se mueve en una órbita de trayectoria elíptica con el centro de la tierra en un foco. Tiene una altitud mínima de 200 millas y una máxima de 1,000 millas sobre la superficie de la tierra. Si el radio de la tierra es de 4,000 millas, cuál es la ecuación de su trayectoria?
 -) Hallar el valor de k de manera que la recta de ecuación $2x + 3y + k = 0$ sea tangente a la circunferencia $x^2 + y^2 + 6x + 4y = 0$.
17. Identifique las siguientes cónicas y encuentre las coordenadas del centro, los vértices y focos, etc.
- a) $x^2 + 4y^2 - 6x + 16y + 21 = 0$.
 - b) $4x^2 + 9y^2 + 32x - 18y + 37 = 0$.
 - c) $x^2 + 4y^2 - 10x - 40y + 109 = 0$.
 - d) $9x^2 + 4y^2 - 8y - 32 = 0$.
 - e) $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 1 = 0$.
 - f) $x^2 + y^2 - 4y - 12 = 0$.
 - g) $x^2 + y^2 = 1$.
 - h) $16x^2 - 9y^2 = 144$.