

1.- Determine, si existe el conjunto solución del siguiente sistema :

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 0 \\ x_1 + 4x_2 - x_4 = 0 \\ 2x_1 + 6x_2 - x_3 + 5x_4 = 0 \end{cases}$$

2.- ¿Para que valores de “a” y “b” el sistema tiene solución?

$$\begin{cases} 5x - 13y = 5a - 2b \\ x + 2y = a + b - 1 \\ 3x - 7y = a \\ x + y = b \end{cases}$$

3.- Calcule en función de λ , cuando el siguiente sistema tiene una única solución, infinitas soluciones o no tiene solución:

$$\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + \lambda x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + (1 - \lambda)x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 + (1 + \lambda)x_4 = 1 \end{cases}$$

4.- Determine el valor de k de modo que el sistema

$$\begin{cases} x + y - z = 2 \\ x + 2y + z = 3 \\ x + y + (k^2 - 4)z = k \end{cases}$$

- a) infinitas soluciones
- b) solución única
- c) sea incompatible

SOLUCIÓN DE SISTEMAS

1

$$\begin{array}{l} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 0 \\ x_1 + 4x_2 - x_4 = 0 \\ 2x_1 + 6x_2 - x_3 + 5x_4 = 0 \end{array}$$

$$\left| \begin{array}{cccc|c} 2 & -1 & 3 & 2 & 0 \\ 1 & 4 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & 6 & -1 & 5 & 0 \end{array} \right|$$

$$x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 0$$

existe una única solución

$$2 \quad \left| \begin{array}{ccc|c} 5 & -13 & 5a-2b & \\ 1 & 2 & a+b-1 & \\ 3 & -7 & a & \\ 1 & 1 & b & \end{array} \right|$$

$$F_{24}^{-1} \left| \begin{array}{ccc|c} 5 & -13 & 5a-2b & \\ 0 & 1 & a-1 & \\ 3 & -7 & a & \\ 1 & 1 & b & \end{array} \right|$$

$$F_{14} \left| \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & b & \\ 0 & 1 & a-1 & \\ 3 & -7 & a & \\ 5 & -13 & 5a-2b & \end{array} \right|$$

$$F_{31}^{-3} \left| \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & b & \\ 0 & 1 & a-1 & \\ 0 & -10 & a-3b & \\ 0 & -18 & 5a-7b & \end{array} \right|$$

$$F_{41}^{-5} \left| \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & b & \\ 0 & 1 & a-1 & \\ 0 & -10 & a-3b & \\ 0 & -18 & 5a-7b & \end{array} \right|$$

$$F_{12}^{-1} \left| \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & b-a+1 & \\ 0 & 1 & a-1 & \\ 0 & 0 & 11a-3b-11 & \\ 0 & 0 & 23a-7b-18 & \end{array} \right|$$

$$F_{32}^{10} \left| \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & b-a+1 & \\ 0 & 1 & a-1 & \\ 0 & 0 & 11a-3b-11 & \\ 0 & 0 & 23a-7b-18 & \end{array} \right|$$

$$F_{42}^{18} \left| \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & b-a+1 & \\ 0 & 1 & a-1 & \\ 0 & 0 & 11a-3b-11 & \\ 0 & 0 & 23a-7b-18 & \end{array} \right|$$

$$X = b - a + 1$$

$$Y = a - 1$$

$$11a - 3b - 10 = 0$$

$$23a - 7b - 18 = 0$$

$$\left| \begin{array}{ccc|c} 11 & -3 & 10 & \\ 23 & -7 & 18 & \end{array} \right|$$

$$F_{21}^{-1} \left| \begin{array}{ccc|c} 11 & -3 & 10 & \\ 12 & 4 & 8 & \end{array} \right|$$

$$F_2^{-\frac{1}{4}} \left| \begin{array}{ccc|c} 11 & -3 & 10 & \\ -3 & 1 & 2 & \end{array} \right|$$

$$F_{21} \left| \begin{array}{ccc|c} -3 & 1 & 2 & \\ 11 & 3 & 10 & \end{array} \right|$$

$$F_1^{-\frac{1}{3}} \left| \begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{-1}{3} & \frac{2}{3} & \\ 11 & 3 & 10 & \end{array} \right|$$

$$F_{21}^{-11} \left| \begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{-1}{3} & \frac{2}{3} & \\ 0 & \frac{2}{3} & \frac{8}{3} & \end{array} \right|$$

$$F_{\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} \left| \begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{-1}{3} & \frac{2}{3} & \\ 0 & 1 & 4 & \end{array} \right|$$

$$F_{12}^{\frac{1}{3}} \left| \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 2 & \\ 0 & 1 & 4 & \end{array} \right|$$

$$a = 2 \qquad b = 4$$

3

$$\left| \begin{array}{ccccc} \lambda & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & \lambda & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1-\lambda & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1+\lambda & 1 \end{array} \right|$$

$$\left| \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{1+\lambda} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{1}{1+\lambda} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1-\lambda}{(1+\lambda)\lambda} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{-(1-\lambda)}{(1+\lambda)\lambda} \end{array} \right| \quad \begin{array}{l} X_1 = \frac{1}{1+\lambda} \\ X_2 = \frac{1}{1+\lambda} \\ X_3 = \frac{1-\lambda}{(1+\lambda)\lambda} \\ X_4 = \frac{\lambda-1}{(1+\lambda)\lambda} \end{array}$$

única solución = $\forall \lambda \neq -1 \wedge 0$

∞ soluciones = $\lambda = -1 \wedge 0$

$\emptyset$ soluciones = nunca

4

$$\left| \begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & & 2 \\ 1 & 2 & 1 & & 3 \\ 1 & 1 & 0 & k-(k^2-4) & \\ \hline 1 & 0 & 0 & 7+3k-3k^2 & \\ 0 & 1 & 0 & 2k^2-2k-3 & \\ 0 & 0 & 1 & 2+k+k^2 & \end{array} \right|$$

$$X_1 = 7 + 3k - 3k^2$$

$$X_2 = 2k^2 - 2k - 3$$

$$X_3 = 2 + k + k^2$$

a) nunca

b) $\forall k \in \mathbb{R}$

c) nunca