

GUIA 2
ECUACIONES DIFERENCIALES

- 1) ¿Para que valores del número real m , la función $y = e^{mx}$ es solución de la ecuación diferencial $y'' - 5y' + 6y = 0$? Resp. $m = 2, m = 3$
- 2) Determine a y b para que:
 - a) $y(x) = ae^{2x} + be^x + 2\sin(x)$ satisfaga la ecuación con condición inicial:
 $y(0) = 0, y'(0) = 0$. Resp. $a = -2, b = 2$
 - b) $y(x) = a\sin(x) + b\cos(x) + 1$ satisfaga la ecuación con condición inicial:
 $y(\pi) = 0, y'(\pi) = 0$ Resp. $a = 0, b = 1$
- 3) Verifique que la función dada en forma implícita por: $y + \sin(y) = x$ es solución de la ecuación $(y\cos(y) - \sin(y) + x)y' = y$
- 4) Verifique que la función: $y = e^{x^2} \int_0^x e^{-t^2} dt$ es solución de la ecuación $y' = 2xy + 1$
- 5) Obtenga la función $y = f(x)$ si $\frac{dy}{dx} = u$, donde $\frac{du}{dx} = 5x^{-3} + 2$, si además se sabe que $(1, -3) \in f, (2, 0) \in u$
- 6) Por integración inmediata determine una función $y = y(x)$ que satisfaga la ecuación diferencial dada y las condiciones iniciales declaradas.
 - a) $\frac{dy}{dx} = 2x + 1; y(0) = 3$ Resp: $y = x^2 + x + 3$
 - b) $\frac{dy}{dx} = \sqrt{x}; y(4) = 0$ Resp: $y = \frac{2x^{\frac{3}{2}} - 16}{3}$
 - c) $\frac{dy}{dx} = (x + 2)^{-\frac{1}{2}}; y(2) = -1$ Resp: $y = 2\sqrt{x + 2} - 5$
 - d) $\frac{dy}{dx} = \frac{10}{x^2 + 1}; y(0) = 0$ Resp: $y = 10 \arctg(x)$
 - e) $\frac{dy}{dx} = xe^x; y(1) = 3$ Resp: $y = xe^x - e^x + 3$
 - f) $(x + 1)(x^2 + 1)\frac{dy}{dx} = 2x^2 + x$ Resp: $y = \frac{1}{4} \ln(x + 1)^2 (x^2 + 1)^3 - \frac{1}{2} \arctg(x) + 1$

7) Resuelva las siguientes ecuaciones de variables separables:

a) $y' + 2xy = 0$

Resp: $y = Ce^{-x^2}$

b) $dy = y \sin(x) dx$

Resp: $y = Ce^{-\cos(x)}$

c) $2\sqrt{x} \frac{dy}{dx} = \sqrt{1-y^2}$

Resp: $y = \sin(C + \sqrt{x})$

d) $(1-x^2) \frac{dy}{dx} = 2y$

Resp: $y = \frac{C(1+x)}{1-x}$

e) $y^3 \frac{dy}{dx} = (y^4 + 1) \cos(x)$

Resp: $\ln(y^4 + 1) = C + 4 \sin(x)$

8) Resuelva las siguientes ecuaciones homogéneas

a) $(x+y)dx + xdy = 0$

Resp: $x^2 + 2xy = C$

b) $xy^2 dy - (x^3 + y^3)dx = 0$

Resp: $y = x^3 \sqrt[3]{3 \ln(Cx)}$

c) $y' = \frac{y+x}{x}$

Resp: $y = x \ln(Cx)$

d) $(x+y)dx + (y-x)dy = 0$

Resp: $\ln(x^2 + y^2)^{\frac{1}{2}} - \arctg \frac{y}{x} = C$

e) $y' = \frac{2y^4 + x^4}{xy^3}$

Resp: $y^4 = Cx^8 - x^4$

9) Integre las siguientes ecuaciones lineales

a) $\frac{dy}{dx} - \frac{n}{x}y = e^x x^n$

Resp: $y = e^x x^n + Cx^n$

b) $y' + y = \sin(x); y(\pi) = 1$

Resp: $y = \frac{1}{2}(e^{\pi-x} + \sin(x) - \cos(x))$

c) $\frac{dy}{dx} - 7y = \sin(2x)$

Resp: $y = Ce^{7x} - \frac{2}{53} \cos(2x) - \frac{7}{53} \sin(2x)$

10) Resuelva la ecuación: $(1+x^2+y^2+x^2y^2)dy = y^2dx$

11) Pruebe que el cambio de variable $z = ax + by + c$ transforma la ecuación diferencial

$\frac{dy}{dx} = f(ax + by + c)$ en una ecuación de variables separables y aplique este método

para resolver:

a) $\frac{dy}{dx} = (x+y)^2$

Resp: $x + y = \tg(x + C)$

b) $\frac{dy}{dx} = \sin^2(x-y+1)$

Resp: $\tg(x-y+1) = x + C$