Usando modelos para representar a realidade

Ronald N. Giere
Departamento de Filosofia
Centro de Filosofia da Ciência
Universidade de Minnesota

Publicado originalmente em: MAGNANI, L.; NERSESSIAN, N. J. & THAGARD, P. (eds.). *Model-Based Reasoning in Scientific Discovery*, pp. 41-57. New York: Kluwer / Plenum, 1999.

Tradução: Prof. Valter A. Bezerra
Universidade Federal do ABC

1. Introdução

Tem havido recentemente um crescente interesse acerca do papel dos modelos na ciência, e o simpósio de Pavia sobre o raciocínio baseado em modelos [*model-based reasoning*] é uma manifestação diso. Uma resultado dessa maior atenção foi uma proliferação de pontos de vista sobre o que são os modelos e sobre como eles são utilizados na ciência. Nesta apresentação, irei desenvolver uma interpretação unificada sobre a natureza e o papel dos modelos na ciência. Nesta interpretação, um lugar central é ocupado por uma compreensão das relações entre os modelos e os outros elementos que fazem parte de uma visão de ciência — particularmente as teorias, os dados e as analogias. A minha conclusão será a de que os modelos desempenham um papel na ciência que é muito maior do que costumam afirmar até mesmo os mais ardentes entusiastas dos modelos. Do meu ponto de vista, a modelagem não é, de modo algum, um apêndice do fazer científico, mas sim algo central para se construir descrições científicas do mundo natural.

Quando digo que busco uma *interpretação* da natureza e das funções dos modelos na ciência, admito que outras interpretações são possíveis. Não há, na natureza dos modelos, uma essência única que possa ser revelada pela análise filosófica. Não obstante, penso que minha interpretação é melhor do que algumas outras, e tentarei convencê-los de que é esse o caso.

2. A teoria de modelos

A afirmação de que uma compreensão dos modelos é central para o entendimento da ciência não é algo novo. Quase quarenta anos atrás, Patrick Suppes (1960) publicou um artigo muito citado com o título: "Uma comparação dos significados e usos dos modelos na matemática e nas ciências empíricas". A tese daquele artigo era que o significado e o uso dos modelos podem ser interpretados como sendo os *mesmos* nas ciências empíricas e na matemática (e, particularmente, na lógica matemática).

Na época em que Suppes escreveu seu artigo, a teoria de modelos estava estreitamente ligada com a lógica. Assim, Suppes escreveu: Uma teoria é uma entidade lingüística consistindo de um conjunto de sentenças, e os modelos são entidades não-lingüísticas nas quais a teoria é satisfeita. Mais especificamente, um modelo, para Suppes, é uma estrutura conjuntista [*set-theoretical structure*] consistindo de um conjunto de objetos juntamente com as propriedades, relações e funções definidas sobre o conjunto de objetos. O ponto importante é que quando os objetos, propriedades, relações e funções específicas são coordenados com os termos nos axiomas da teoria, os axiomas resultam todos verdadeiros — relativamente, é claro, ao nosso entendimento anterior do domínio de objetos considerados. Assim, nessa descrição, um modelo fornece uma *interpretação* de um conjunto de axiomas não-interpretados. Por essa razão, tais modelos são freqüentemente chamados de “modelos interpretativos”. Eles também poderiam ser chamados de “modelos instanciais”, uma vez que eles instanciam os axiomas de uma teoria, entendida como consistindo de enunciados lingüísticos (incluindo enunciados matemáticos).

Para os lógicos, a maioria dos modelos considerados consistem em entidades *abstratas*, tais como números ou pontos e linhas geométricas. *Em princípio*, porém, os objetos considerados poderiam ser objetos *físicos*, tais como a Terra e a Lua. Esta é a base para a afirmação de Suppes de que o conceito de modelo é o mesmo na ciência empírica e na matemática. Mais tarde, irei considerar a questão de se alguma teoria científica interessante, reconstruída de maneira apropriada, pode *de fato* ter modelos físicos.

Devo observar que, ao longo dos últimos quarenta anos, à medida que o estudo dos modelos abstratos passou do território dos filósofos e dos lógicos para o dos matemáticos, a conexão entre teoria de modelos e lógica foi bastante atenuada. Tratados atuais de teoria de modelos, como o de Hodges (1993), se concentram diretamente naquilo que se denomina estruturas, que são entidades abstratas e não-lingüísticas. Por exemplo, os grupos (da teoria de grupos) e os espaços vetoriais são estruturas nesse sentido. Portanto, seria incorreto referir-se aos modelos da moderna teoria matemática dos modelos exclusivamente como sendo modelos interpretativos ou instanciais.

É a visão de Suppes, porém, que se tornou e continua sendo *uma* (senão *a*) visão ortodoxa dos modelos dentro da filosofia da ciência. Quero salientar que a visão de Suppes dos modelos incorpora uma relação bastante específica entre uma *teoria* (um conjunto de axiomas) e um *modelo* (um conjunto de objetos que satisfazem os axiomas).

3. Os modelos instanciais e a analogia

A concepção instancial dos modelos empresta apoio a uma visão bastante específica sobre a natureza da *analogia* na ciência. As fórmulas lógicas não-interpretadas podem ser interpretadas utilizando-se muitos modelos instanciais diferentes. Esses modelos serão todos *isomorfos*, isto é, haverá uma correspondência um-a-um entre os elementos dos diferentes modelos. Isso proporciona base para se afirmar que os elementos correspondentes dos modelos, bem como os próprios modelos, são *análogos*. Claro que os modelos em questão deverão ser *físicos*, e não apenas matemáticos.

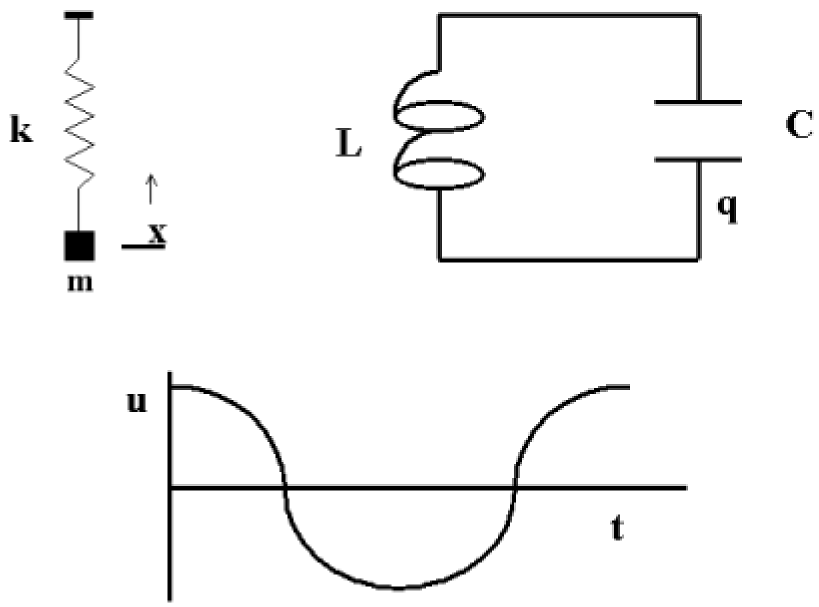
Um exemplo clássico de tal analogia é aquela que existe entre, por um lado, um circuito elétrico consistindo de uma bobina de indutância e um capacitor (um circuito LC) e, por outro lado, um oscilador mecânico, tal como uma mola que balança. Diz-se aqui que a bobina de indutância é análoga à massa acoplada à mola oscilante, enquanto a capacitância é análoga à constante elástica da mola. A corrente num ponto qualquer do circuito é, então, análoga à posição da massa na mola. Ambas apresentam uma variação senoidal com o tempo. As equações diferenciais que descrevem tanto a variação da corrente como a variação da posição possuem exatamente a mesma forma abstrata. Essas relações são mostradas na figura 1.

Figura 1.

$$a\, d^2u/dt^2 + b\, u = 0$$

$$m\, d^2x/dt^2 + k\, x = 0$$

$$L\, d^2q/dt^2 + 1/C\, q = 0$$



4. Modelos representacionais

A concepção instancial dos modelos é uma concepção bem definida e de considerável valor, particularmente no estudo da lógica formal e dos fundamentos da matemática. Não obstante, a despeito das afirmações de Suppes, não penso que ela seja a melhor concepção de modelo disponível para se entender os modelos tais como eles são usados na prática pelas ciências empíricas. Não irei criticar diretamente a concepção instancial dos modelos enquanto meio para se entender a prática científica. Em vez disso, irei simplesmente indicar as dificuldades que vejo a partir da minha própria perspectiva alternativa. Irei chamar a minha visão dos modelos, em contraste, de visão *representacional*, pois ela toma os modelos não como proporcionando primordialmente uma maneira de interpretar os sistemas formais, mas sim como ferramentas para *representar o mundo*. Esta não é a sua única função, porém penso que é a principal função dos modelos utilizados na ciência empírica. Por ora, vamos então esquecer a lógica e nos concentrar na prática científica — na verdade, na prática de uma ciência considerada menor, a *cartografia*.

Mapas. A Figura 2 é um mapa turístico padrão da região central de Pavia. Vamos explorar algumas propriedades relevantes dos mapas. Em primeiro lugar, os mapas não são entidades lingüísticas. Eles são *objetos físicos*, por exemplo, um pedaço de papel com linhas traçadas sobre ele. Portanto, estritamente falando, não faz sentido perguntar se um mapa é *verdadeiro ou falso*. Essas designações são em geral reservadas para entidades lingüísticas. Além do mais, geralmente não se pensa nos mapas como *instanciações* de formas lingüísticas. É claro que se pode criar uma versão de tipo lingüístico de qualquer mapa, criando um mapa de bits digitalizado, como foi feito para produzir a Figura 2. Poder-se-ia então dizer que o mapa da Figura 2 é uma instanciação de um longo código binário não-interpretado. Porém essa seria uma maneira extrema de resguardar uma concepção dos mapas como modelos instanciais. Tal interpretação não desempenha absolutamente nenhum papel para se compreender a natureza e a função dos mapas, que já estavam bem estabelecidas muito antes que alguém tivesse a idéia de um mapa de bits. No entanto, mesmo sem ser entidades lingüísticas nem instanciações de entidades lingüísticas, os mapas são *representacionais*. Exatamente *de que maneira* eles são representacionais é uma outra questão, que logo irei abordar. Antes, vamos considerar mais algumas características dos mapas.

Figura 2.[1]

Os mapas são *parciais*. Somente são representados alguns aspectos do território em questão. Por exemplo, o mapa da Figura 2 representa muito poucos edifícios. Além disso, mesmo os aspectos indicados não são especificados por completo, como por exemplo a altura do Pallazzo Università. Os mapas possuem uma *precisão limitada* com respeito aos aspectos incluídos. Por exemplo, as distâncias relativas no mapa não irão corresponder exatamente às distâncias relativas na superfície. Não poderia ser de outro modo. Nenhum mapa real poderia indicar literalmente todas as características de um território com perfeita precisão. No limite, o único mapa perfeito de um território seria o próprio território, que já não seria mais um mapa. Aqui se pode lembrar o conto de Borges (1954) no qual os cartógrafos de um país imaginário resolvem construir um mapa de sua terra numa escala de um para um. Quando eles completam o trabalho, o povo daquela terra começa a se mudar para o novo território.[2]

[1] Este mapa de Pavia não é exatamente o mesmo que consta do artigo, devido a dificulades na obtenção da imagem original. (N. do T.)

[2] A referência feita por Giere é ao livro de Borges *Historia universal de la infamia*, de 1954, porém não é ali que se encontra tal parábola, e sim em um pequeno texto intitulado “Del rigor en la ciencia”, que faz parte do

Em contraste, o mapa da Figura 2 é um *modelo representacional* da cidade de Pavia. Ele *representa* Pavia de uma maneira peculiar.

Voltemos agora à questão: *como* esse mapa representa Pavia? A resposta é: sendo *espacialmente similar a* aspectos de Pavia. Por exemplo, as linhas no mapa possuem orientações espaciais similares a algumas ruas de Pavia. Ao usar um mapa estamos utilizando características de uma superfície bidimensional (o mapa) para representar características de outra superfície bidimensional (a superfície da cidade). Por exemplo, algumas linhas no mapa representam ruas da cidade. Generalizando: um mapa representa a região mapeada em virtude de similaridades espaciais compartilhadas entre o mapa e a região mapeada. Aqui, um *objeto* (o mapa) é usado para representar outro *objeto* (uma região geográfica). Essa noção é explicitamente oposta àquela de um enunciado que representa um estado de coisas.

Semelhança versus isomorfismo. Os filósofos tendem a desconfiar dos apelos à similaridade. Uma objeção padrão é que, uma vez que qualquer coisa é semelhante a qualquer outra coisa em um aspecto ou outro, as assertivas de similaridade são vazias. Aqui, alguém poderia ficar tentado a invocar o isomorfismo, afirmando que o mapa é isomorfo, ou parcialmente isomorfo, a certos aspectos da cidade. Porém isso não pode estar correto. Nenhum mapa razoavelmente detalhado poderia ser preciso o suficiente a ponto de apresentar um isomorfismo literal com as características identificáveis de uma superfície geográfica real. Assim, o melhor que se pode fazer é invocar algo como um “isomorfismo aproximado”. Na falta de uma descrição do que poderia significar “aproximado” neste contexto, um discurso como esse tem apenas a aparência de clareza, não oferecendo nenhuma vantagem conceitual real em relação ao discurso sobre a similaridade. E pode esconder problemas que precisariam ser enfrentados de frente.

A propósito, aqui está a base para se questionar a idéia de que pode haver *de fato* instanciações *físicas* dos enunciados de uma teoria formulada lingüisticamente. Parece bem fácil imaginar os objetos de um modelo instancial como sendo objetos físicos, tais como a Terra, a Lua ou os planetas. Porém, tão logo se acrescenta funções quantitativas, tais como a massa da Terra ou a distância entre a Terra e a Lua, corre-se um grande risco de se ter enunciados falsos — vale dizer, ficar sem modelo nenhum.

Pode-se dar conta das acusações de vacuidade com relação às assertivas de similaridade, especificando-se: (1) os aspectos nos quais o mapa é dito similar à região mapeada, e (2) o grau de similaridade com relação a esses aspectos. Assim, um mapa poderia ser muito preciso com respeito às distâncias lineares relativas, mas conter muito pouca informação acerca das elevações relativas. Aqui, um ponto importante de caráter geral é que os aspectos e os graus de similaridade devem ser especificados “de fora”, por asim dizer. Eles não são intrínsecos a nenhum mapa ou região geográfica. Assim, os mapas necessariamente refletem os interesses dos fazedores e dos usuários de mapas. Os mapas são *relativos a interesses* [*interest relative*], e o são necessariamente.

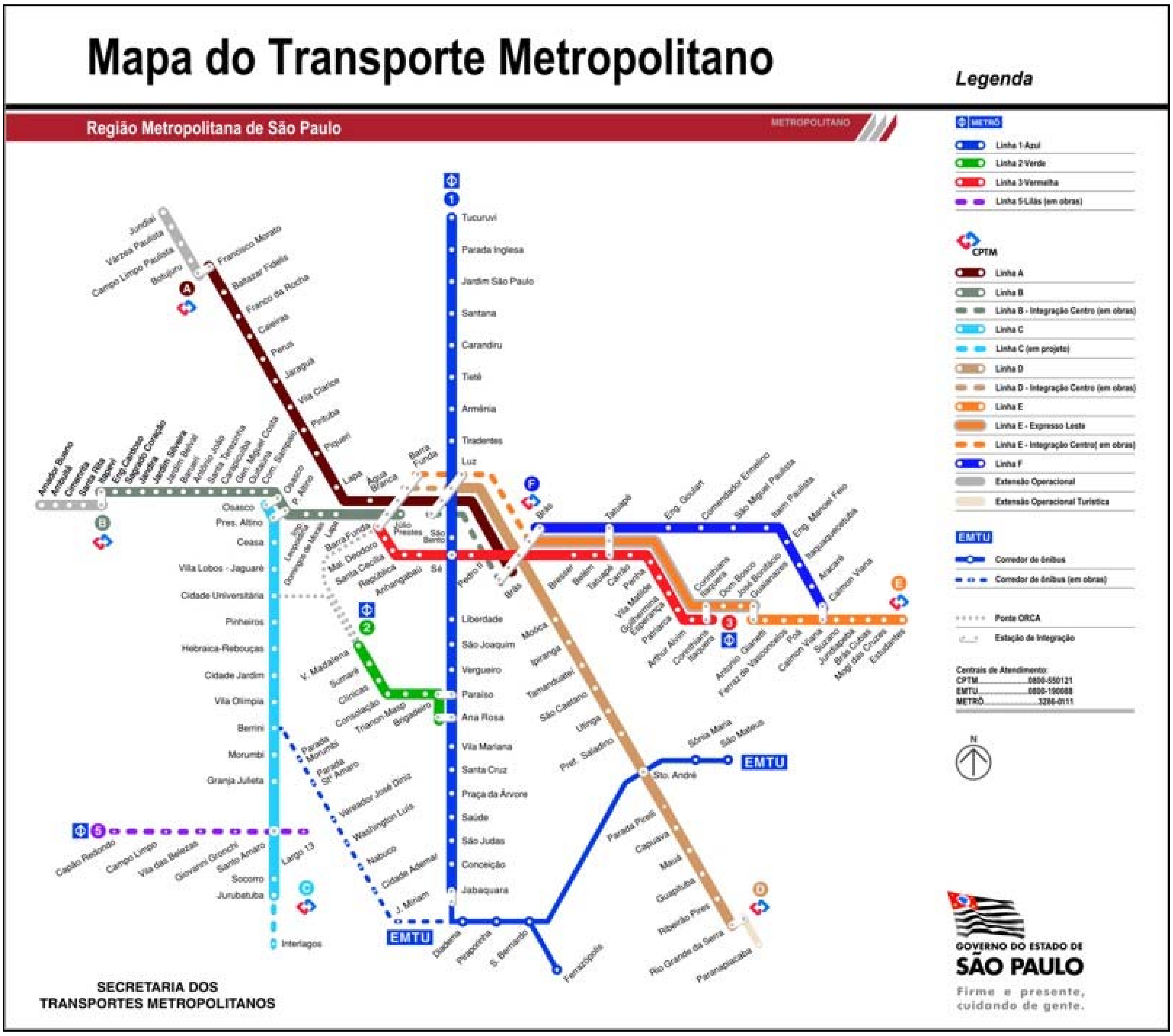
Os filósofos não apenas desconfiam do conceito de similaridade, mas também costumam afirmar que não há como dar uma descrição *geral* satisfatória da noção de similaridade. Porém não há necessidade de se buscar uma descrição geral da similaridade entre um modelo e aquilo que é modelado. A similaridade é *dependente do contexto* [*context*

livro *El Hacedor*, de 1960, incluído nas *Obras Completas, Volume 2 (1952-1972)*, 12a. ed. (Buenos Aires: Emecé, 2002), p. 225. (N. do T.)

dependent]. Em qualquer contexto particular, pode-se especificar o que se diz ser similar ao quê, de que maneiras, e em que graus. É claro que não existe uma especificação única. Há muitas especificações possíveis, dependendo dos interesses particulares de que faz a modelagem.

Esses pontos podem ser reforçados considerando-se um tipo um pouco mais abstrato de mapa, um mapa do metrô, tal como apresentado na Figura 3. Aqui, as localizações espaciais são indicadas apenas de modo muito esquemático. A informação importante é de caráter *topológico*. Obtém-se a ordem das estações nas linhas individuais, bem como indicações sobre onde duas linhas se encontram e, portanto, onde são possíveis as transferências de uma linha para outra. Assim, as similaridades importantes são aquelas entre essas características topológicas do mapa e do sistema de metrô como um todo.

Figura 3.[3]



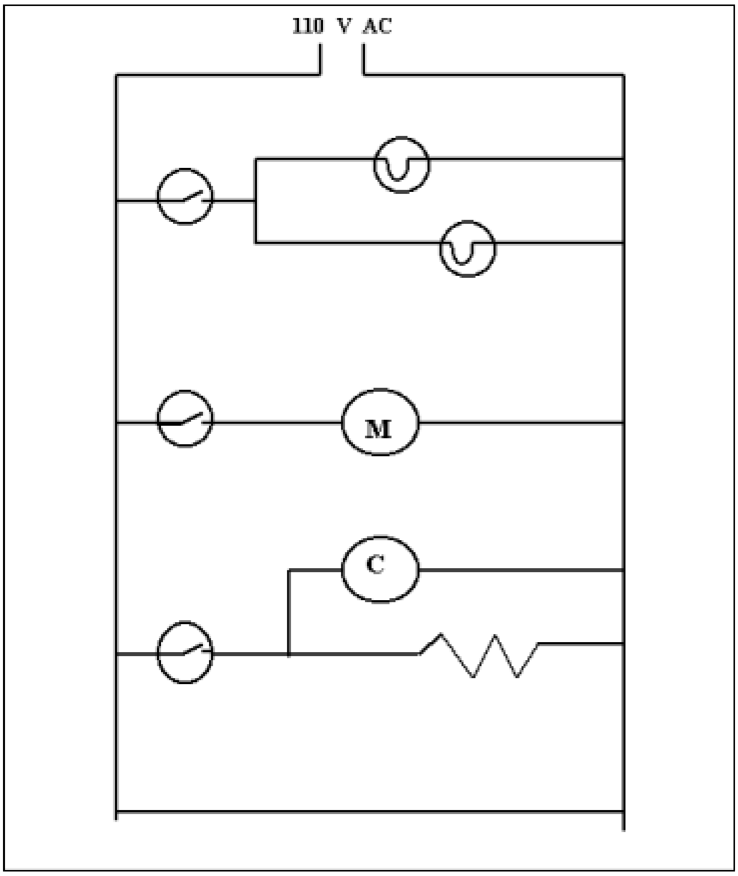
---

[3] Figura adaptada ao caso local — sem perda de generalidade —, em virtude de dificuldades na obtenção da figura original. (N. do T.)

5. Outros modelos materiais

Diagramas. Existem muitos tipos de diagramas. Vou limitar meus comentários aos desenhos bidimensionais com linhas, tais como o diagrama de circuito mostrado na Figura 4. A semelhança entre os mapas e os diagramas é óbvia. Poder-se-ia chamar isto de um mapa do circuito elétrico, que mostra os caminhos que a eletricidade pode seguir. Desejo afirmar aqui que o diagrama é um *modelo representacional* do circuito. Novamente temos *uma coisa* — o diagrama no papel — sendo usado para representar *outra coisa* — um circuito elétrico.

Figura 4.



Neste diagrama, as posições espaciais dos fios não são importantes. Não precisa haver uma similaridade estrita entre as posições relativas dos fios no diagrama e no circuito físico. O que importa é apenas o que está conectado a quê. Assim, o que está sendo modelado são as conexões, não as posições espaciais. As conexões são mais abstratas do que as posições. As posições das linhas representando fios no diagrama devem ser organizadas de tal forma a tornar fácil para o olho e o cérebro humanos perceber as conexões. A maneira pela qual a fiação entre os componentes é efetivamente feita é uma questão de conveniência ou de eficiência no processo físico de fiação.

Modelos em escala. Existem muitos tipos de modelos em escala, desde maquetes de casas até modelos do sistema solar.Um exemplo canônico no século XX é o modelo tridimensional em escala que Jim Watson construiu durante o processo de descoberta da estrutura de dupla hélice das moléculas de DNA. Esse modelo em escala era um modelo representacional das moléculas de DNA. Era representacional em virtude das similaridades espaciais e estruturais entre o modelo em escala e as moléculas reais de DNA. O que se afirmava era que os pares de bases do DNA estavam dispostos em uma estrutura em hélice similar aos pedaços de arame e papelão do modelo em escala de Watson. Temos aqui, novamente, um objeto físico sendo usado para representar outros objetos físicos.

6. Modelos abstratos

Considere uma relação linear simples entre duas variáveis x e y, expressa pela equação:

$$y = ax + b. \tag{1}$$

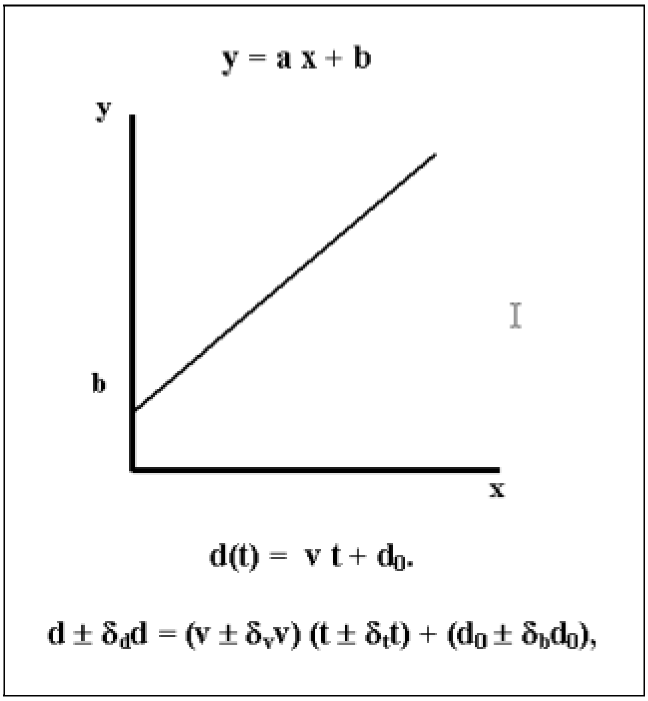
Esta equação é um objeto lingüístico, mas também um objeto físico — marcas sobre o papel. Porém a relação descrita é algum tipo de objeto abstrato, mais abstrato do que qualquer equação escrita, e que poderia utilizar letras diferentes ou ser escrita de outra forma, tal como:

$$y - ax - b = 0. \tag{2}$$

Para os propósitos da presente exposição, irei tomar a existência de tais objetos abstratos como sendo não-problemática. Poderíamos chamá-los de *modelos matemáticos puros*, para distingui-los daqueles que são, mais comumente, chamados de modelos matemáticos, os quais eu denominaria *modelos matemáticos aplicados*. Terei mais a dizer sobre eles em breve.

Essa relação também pode ser apresentada graficamente, como na Figura 5. O que dizer a respeito desse gráfico? Eu diria que ele é uma contraparte física do modelo abstrato da mesma relação linear, isto é, um modelo físico de uma relação linear. É claro que, como todos os modelos físicos, ele é imperfeito, e assim, na melhor das hipóteses, é apenas semelhante ao modelo abstrato.

Figura 5.



Começando pelo modelo matemático *puro*, podemos construir um modelo matemático *aplicado* substituindo os seus elementos matemáticos por modelos de objetos e relações reais. Por exemplo, podemos criar um modelo geral no qual a variável y é a distância a partir de uma origem fixada, x é o tempo t a partir de um instante inicial arbitrário (que pode ser zero), a é a velocidade v do ponto móvel, e b é a distância inicial d_0 do ponto móvel à origem.

Podemos então criar um modelo ainda mais específico, digamos, de um automóvel afastando-se em linha reta de um cruzamento, a uma velocidade v, tendo partido, no instante zero, de uma distância d_0 dele. Estamos falando, aqui, de *modelos* de um automóvel e de um cruzamento. No modelo, o automóvel viaja numa linha perfeitamente reta a uma velocidade perfeitamente constante. A sua distância a partir do cruzamento idealizado, num instante qualquer, é dada então pela equação:

$$d(t) = vt + d_0. \tag{3}$$

Pode-se dizer que, no modelo, essa equação é *verdadeira*. O que <u>não</u> se pode dizer é que a equação é verdadeira com respeito à posição de um automóvel real. Nenhum automóvel real consegue manter uma velocidade perfeitamente constante em uma linha perfeitamente reta. A questão, como sempre, é o quão similar é a situação real em relação ao <u>modelo</u> da situação.

Neste ponto alguém poderia objetar que estou criando modelos além do necessário. Deve-se julgar esta objeção à luz da maneira tradicional de lidar com o fato inegável de que nenhum objeto real satisfaz, de forma exata, qualquer relação matemática simples. A maneira tradicional é introduzir *margens de erro* na equação. Assim, a equação (3) se torna:

$$(d \pm \delta_d d) = (v \pm \delta_v v)\,(t \pm \delta_t t) + (d_0 \pm \delta_d d_0), \tag{4}$$

e esta equação bem pode ser verdadeira em relação ao automóvel real. Desta maneira consegue-se preservar a idéia de que a representação na ciência deve ser compreendida unicamente em termos da verdade dos enunciados.

Conquanto seja tecnicamente correta, esta não é necessariamente a melhor maneira de interpretar o uso efetivo dos modelos matemáticos nas ciências. As margens de erro raramente aparecem nas descrições ou nos cálculos antes de se chegar ao ponto de comparar as previsões teóricas com as medições efetivamente levadas a cabo. Tal prática empresta forte apoio se para se interpretar as equações originais, sem as margens de erro explícitas, como referindo-se não às coisas reais, mas sim aos modelos abstratos, em relação aos quais elas são verdadeiras por definição. Quando chega o momento de comparar o modelo abstrato com a realidade, os deltas podem ser entendidos como especificando o grau de similaridade (esperado ou efetivo) entre o modelo abstrato e o sistema real.

Sob esse ponto de vista, a modelagem matemática trata de construir um modelo abstrato e idealizado que pode então ser comparado, em termos de seu grau de similiaridade, com o sistema real. A tendência a identificar o modelo com as equações usadas pera defini-lo é vista, então, como um resquício de uma visão excessivamente positivista de ciência que procurava evitar as entidades abstratas e identificava as estruturas subjacentes com as suas manifestações observáveis, como, por exemplo: mente com comportamento, probabilidade com freqüência relativa, e teorias com suas formulações lingüísticas.

[As seções 7 — “Hypotheses”, 8 — “Theoretical models”, 9 — “Mathematical modeling”, e 10 — “Models and theories”,[4] ainda serão traduzidas.]

11. Modelos e dados[5]

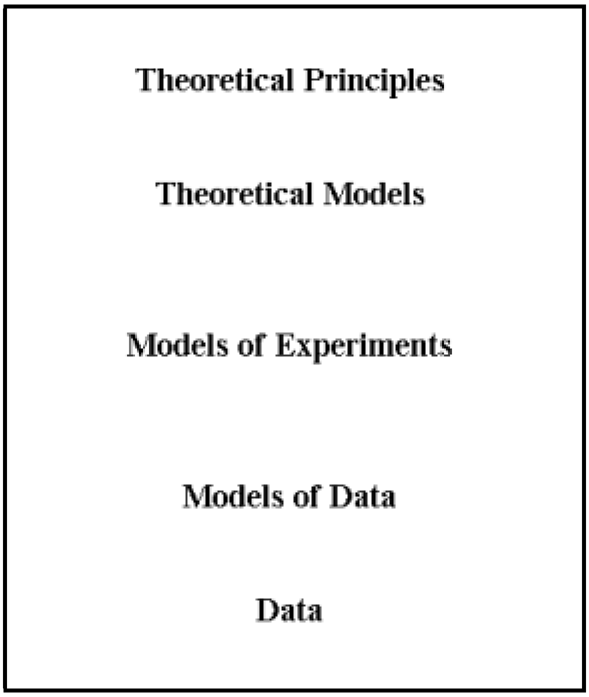
Dois anos depois de publicar seu artigo sobre o significado dos modelos na ciência empírica, Suppes publicou um artigo igualmente influente intitulado “Modelos de dados” (1962). Uma mensagem central desse artigo era que os modelos de nível mais alto não são comparados diretamente com os dados, mas sim com modelos de dados que estão mais abaixo na hierarquia de modelos. Um ponto semelhante foi destacado recentemente por James Woodward (1989), que insiste que aquilo que as teorias explicam, aquilo que é usado para testar as teorias, não são os dados, mas sim os fenômenos. E os fenômenos são construídos a partir dos dados. As técnicas estatísticas, por exemplo, estão entre os meios básicos para se construir modelos de dados a partir dos dados.

Sob esse ponto de vista, quando se testa o ajuste de um modelo com o mundo, não se compara aquele modelo com os dados, mas sim com *outro modelo*, um modelo dos dados. Assim, a cadeia de raciocínio vai de um modelo de alto nível, não para as predições acerca dos dados, mas sim para as predições acerca de um modelo de dados possíveis. Os dados reais são processados de várias formas, de modo a se ajustar a um modelo dos dados. É este modelo (e não os próprios dados) que é usado para se julgar a similaridade entre o modelo de nível mais alto e o mundo. No meio, como Suppes sempre insistiu, deve haver um *modelo do*

[4] Numerada como Seção 9 no original em inglês. (N. do T.)
[5] Seção numerada como 10 no texto original. (N. do T.)

experimento. Na Figura 7 apresenta-se uma versão da hierarquia de modelos de Suppes. De alto a baixo, o que há são, quase exclusivamente, apenas modelos.[6]

Figura 7.



[As seções 12 — "Models and analogies", e 13 — "Conclusion",[7] ainda serão traduzidas.]

Referências

BORGES, J. L. [1954]. *Historia universal de la infamia*. Buenos Aires: Emecé.

GIERE, R. N. [1988]. *Explaining Science: A Cognitive Approach*. Chicago: University of Chicago Press.

HODGES, W. [1993]. *Model Theory*. Cambridge: Cambridge University Press.

MORGAN, M. & MORRISON, M. [no prelo]. *Models as Mediators*. Cambridge: Cambridge University Press.[8]

SUPPES, P. [1960]. "A comparison of the meanings and uses of models in mathematics and the empirical sciences". In: SUPPES, P. (ed.). *Studies in the Methodology and Foundations of Science*. Dordrecht: D. Reidel, 1969.[9]

[6] Em inglês: "It is models almost all the way down". (N. do T.)

[7] Seções numeradas respectivamente como 11 e 12 no original. (N. do T.)

[8] Desde a redação do presente ensaio, o livro *Models as Mediators: Perspectives on Natural and Social Science*, organizado por Mary S. Morgan e Margaret Morrison, foi publicado em 1999 pela Cambridge University Press. ISBN: 0521655714 (capa mole), 0521650976 (capa dura). (N. do T.)

[9] Os artigos publicados por Patrick Suppes estão disponíveis *online* no site da Universidade de Stanford. O endereço é: http://suppes-corpus.stanford.edu (Disponibilidade confirmada até a data 02/05/2008.) (N. do T.)

SUPPES, P. [1962]. "Models of data". In: NAGEL, E., SUPPES, P. & TARSKI, A. (eds.). *Logic, Methodology and Philosophy of Science: Proceedings of the 1960 International Congress*, pp. 252-261. Stanford, CA: Stanford University Press.[10]

WOODWARD, J. [1989]. "Data and phenomena". *Synthese*, v. 79, pp. 393-472.

[10] Ver nota anterior. (N. do T.)