

Lab 2 - Propriedades de Correlação de Sequências de Espalhamento Determinísticas

Prof. Dr. Taufik Abrão

Abstract

Propõe-se a análise das principais características de correlação das seqs de espalhamento para DS/CDMA do tipo Gold, SMC e Kasami-S através do cálculo e ordenação dos valores de correlação cruzada e auto-correlação periódicas e parciais.

A. Sequências de Espalhamento Determinísticas de comprimento $N = 2^m - 1$

Em sistemas CDMA, o projeto ou a adequada escolha do conjunto de seqs de espalhamento é de fundamental importância na redução da interferência de múltiplo acesso, MAI. Deve-se assim buscar conjuntos de seqs com boas propriedades de correlação, isto é conjuntos que resultem em picos de correlação cruzada os menores possíveis e simultaneamente um máximo na função de auto-correlação na condição de defasagem nula.

Define-se $\theta_{a,b}$ = correlação cruzada periódica (ou cíclica) discreta não-normalizada entre duas seqs binárias quaisquer de período N da mesma família e $C_{a,b}$ = correlação cruzada aperiódica (ou parcial) discreta não-normalizada, dadas formalmente por [Pursley 77]:

$$\theta_{a,b}(\ell) = \sum_{i=0}^{N-1} a_i b_{i+\ell}, \quad \ell \in \mathbb{Z}; \quad b_{i+\ell} \triangleq b_{|i+\ell| \bmod N}$$

$$C_{a,b}(\ell) = \begin{cases} \sum_{i=0}^{N-1-\ell} a_i b_{i+\ell} & 0 \leq \ell < N \\ \sum_{i=-\ell}^{N-1} a_i b_{i+\ell+N} & -N \leq \ell < 0 \\ 0 & |\ell| \geq N \end{cases}$$

Para efeito de comparação, a tabela I sintetiza as características mais comuns das principais famílias de seqs determinísticas binárias de período $N = 2^m - 1$ encontradas na literatura e largamente utilizadas em sistemas CDMA.

Alguns resultados para o cálculo das auto-correlações (AC) e correlações cruzadas (CC) periódicas e parciais não-normalizadas das famílias de Gold e Kasami-S são apresentados nas figuras, 1, 2 e tabela II. Apesar dos menores valores de correlação cruzada periódica e parcial observadas em qualquer conjunto de Kasami-S em relação à família de Gold correspondente, o número de seqs disponíveis em um conjunto Kasami-S é muito menor, inviabilizando sua utilização principalmente em sistemas com carregamentos médios ou altos.

Note-se que apesar dos valores de correlação cruzada para as seqs de Gold calculados anteriormente estarem de acordo com a teoria (veja notas de aula), as correspondentes percentagens para $|\rho_{\max}|$ e $|\rho_{\text{med}}|$ não. As percentagens foram obtidas exatamente, computando **todos os possíveis atrasos discretos** (em T_c), para os casos de $N = 31; 63$ e 127 e por amostragem, tomando-se $Trial$ realizações para os atrasos, uniformemente distribuídos no intervalo $[0; N - 1]$. As discrepâncias para as ocorrências dos valores de correlação de Gold em relação aos encontrados na literatura se deve ao fato de que os 3 valores teóricos de correlação (25%, 25% e 50% para m ímpar e 12,5%, 12,5% e 75% para m par) serem obtidos para m assintótico e portanto, quando m é pequeno como nos casos calculados há um desvio para menos na percentagem de ocorrência do valor do maior módulo de correlação cruzada, $|\theta_{Max}|$. Isto pode ser constatado observando os valores de $|\theta|$ e as respectivas percentagens de ocorrência na tabela II. Note-se que aumentando-se o $m = 5$ para $m = 9$, as ocorrências para as correlações cruzadas aproximam-se dos valores teóricos, mesmo reduzindo-se o número de realizações ($Trial$) para os atrasos entre duas seqs quaisquer.

B. Algoritmo

Desenvolver um (ou mais) algoritmo em MatLab capaz de, dado um conjunto de seqs, confirmar os resultados teóricos para as propriedades de correlação das principais seqs determinísticas (SMC, Gold e Kasami), sintetizadas parcialmente nas tabelas I e II. Para tanto, o algoritmo deve realizar o:

- cálculo de todas as possíveis correlações (auto e cruzada, periódica e parcial, entre duas seqs quaisquer do conjunto);
- ordenação e determinação a percentagem de ocorrência para a correlação cruzada

Obs: inicialmente, admita existente os conjuntos de Seqs. Posteriormente, implemente um algoritmo (ou mais) capaz de a partir dos polinômios primitivos gerar conjuntos de seqs SMC, de Gold e Kasami-S.

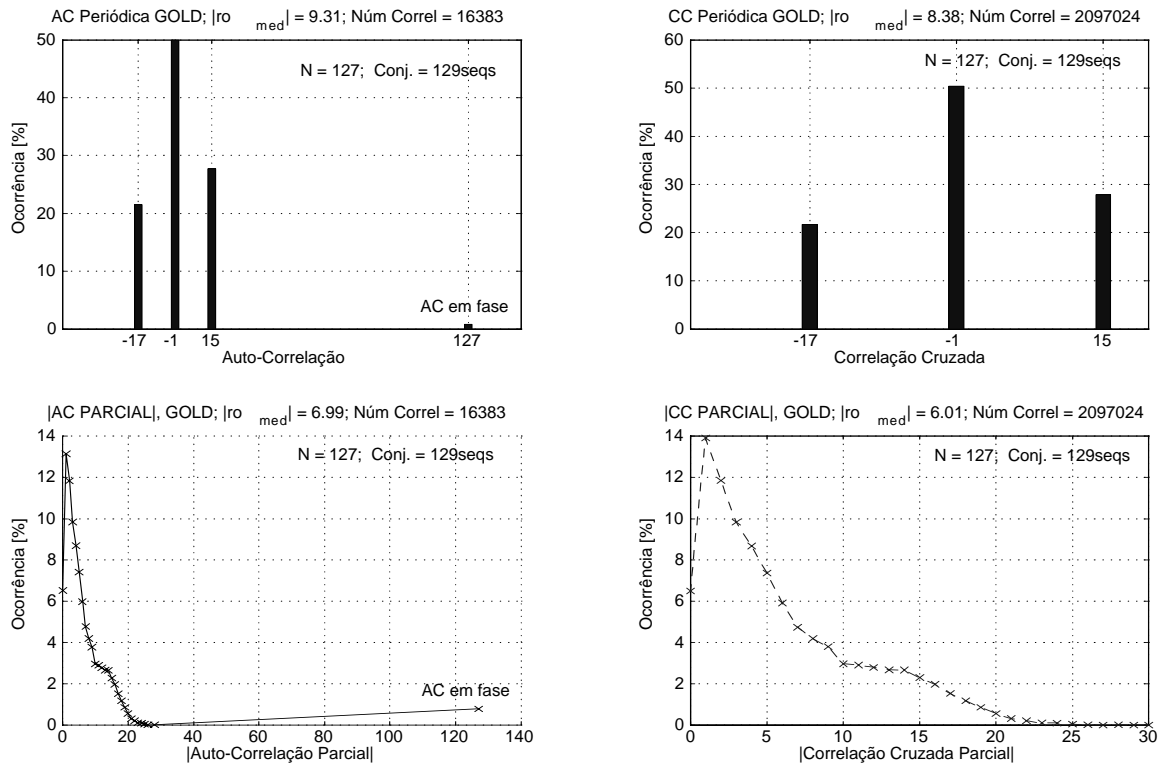


Fig. 1. Todos os valores possíveis e respectivas percentagens de ocorrência para a autocorrelação (AC) e correlação cruzada (CC) periódica e parcial em um conjunto de Gold127.

REFERENCES

[Pursley 77] M. Pursley. *Performance Evaluation for Phase-Coded Spread Spectrum Multiple Access Communication - Part I: System Analysis*. IEEE Transactions on Communications, vol. COM-25, n.8, pages 795–99, 1977.

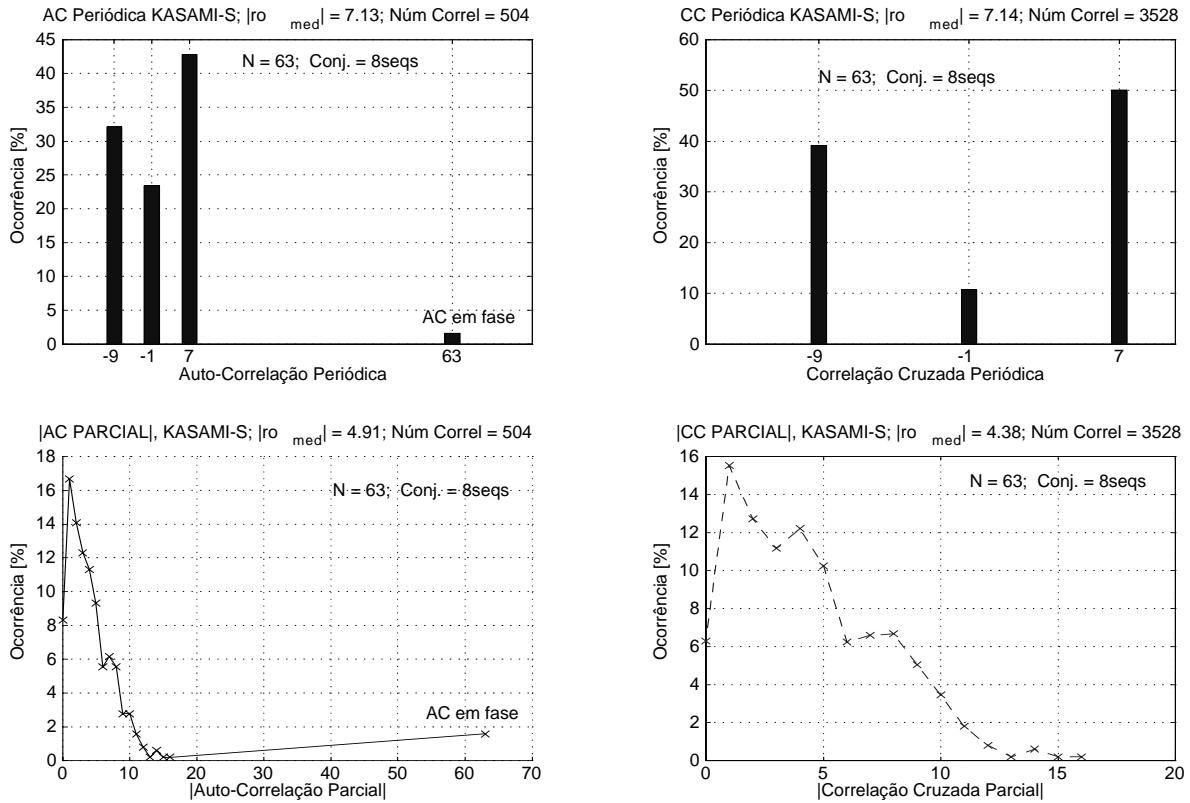


Fig. 2. Todos os valores possíveis e respectivas percentagens de ocorrência para a autocorrelação (AC) e correlação cruzada (CC) periódica e parcial em um conjunto Kasami-S63.

Família (Período, $N = 2^m - 1$)	Tamanho	Valores de θ	$ \theta_{Max} $	Límite $p/ \theta_{Max} $
SMC	$\ll 2^m - 1$	≥ 3 valores distintos	-	N
Gold, m ímpar	$2^m + 1$	$-1; \pm 2^{\frac{m+1}{2}} - 1$	$\sqrt{2(N+1)} + 1$	$\sqrt{2N}$
Gold, m par ($\neq 0 \pmod 4$)	$2^m + 1$	$-1; \pm 2^{\frac{m+2}{2}} - 1$	$2\sqrt{N+1} + 1$	$2\sqrt{N}$
Kasami-S, m par	$2^{\frac{m}{2}}$	$-1; \pm 2^{\frac{m}{2}} - 1$	$\sqrt{N+1} + 1$	\sqrt{N} (Ótima)
Kasami-L, $m = 2 \pmod 4$	$2^{\frac{3m}{2}} + 2^{\frac{m}{2}}$	$-1; \pm 2^{\frac{m}{2}} - 1;$ $\pm 2^{\lfloor \frac{m+2}{2} \rfloor} - 1$	$2\sqrt{N+1} + 1$	$2\sqrt{N}$
Kasami-L, $m = 0 \pmod 4$	$2^{\frac{3m}{2}} + 2^{\frac{m}{2}} - 1$		$2\sqrt{N+1} + 1$	$2\sqrt{N}$
Kasami-VL	$2^{\frac{5m}{2}}$	-	$4\sqrt{N+1} + 1$	$4\sqrt{N}$

TABLE I
 CARACTERÍSTICAS DAS PRINCIPAIS FAMÍLIAS DE CÓDIGOS DE ESPALHAMENTO DETERMINÍSTICAS

Família GOLD	m	Trial	Ocorrência para os 3 valores de θ normaliz.		
(Período, $N = 2^m - 1$) Núm. Seqs, $K = N + 2$	ímpar	<i>todos</i> $\tau = KN(K-1)$	$ -2^{\frac{m+1}{2}} - 1 /N$ 25%	$ 2^{\frac{m+1}{2}} - 1 /N$ 25%	$ -1 /N$ 50%
Gold31	5	<i>todos</i> τ	0,2903 18,14%	0,2258 30,24	0,0323 51,61
Gold127	7	200	0,1339 21,75%	0,1181 27,87%	0,0079 50,38%
Gold511	9	5	0,0646 23,30%	0,0607 26,54%	0,0020 50,16%
		15	0,0646 23,42%	0,0607 26,51%	0,0020 50,07%
Gold63	6 (par)	<i>todos</i> τ	0,2698 9,23%	0,2381 15,38%	0,0159 75,40%

TABLE II
 PERCENTAGENS DE OCORRÊNCIAS DAS CORRELAÇÕES CRUZADAS PARA ALGUMAS FAMÍLIAS DE GOLD.