

**Universidade Estadual de Londrina**  
**Depto Eng. Elétrica**

# **Simulador de Canal Rayleigh**

**Estágio supervisionado em Engenharia Elétrica**

realizado no Laboratório de Telecomunicações do DEEL -  
Universidade Estadual de Londrina, sob orientação e  
supervisão do Professor Dr. Taufik Abrão.

**Vanderlei Silva**

**junho 2001**

## Sumário

Resumo	1
1 Introdução	1
2 Desenvolvimento	2
2.1 Fundamentos Teóricos	2
2.1.1 Distribuição Estatística de Rayleigh	2
2.1.2 Modelo de Smith	4
2.2 Descrição da Simulação	8
2.3 Resultados Obtidos	9
2.3.1 Simulação A	9
2.3.2 Simulação B	10
2.4 Discussão dos Resultados	11
3 Conclusão	12
4 Referências Bibliográficas	13
Anexo A	14

## Resumo

Neste trabalho é apresentado um relatório sobre o estágio supervisionado em engenharia elétrica, realizado na Universidade Estadual de Londrina, sob orientação e supervisão do Professor Dr. Taufik Abrão.

O estágio tinha como objetivo o estudo, a compreensão e simulação, de um canal de comunicação móvel com desvanecimento multipercurso, por parte do estagiário, bem como a comparação dos resultados obtidos com resultados teóricos.

Um breve comentário sobre os modelos de canais é citado, sendo que o modelo de Smith é descrito com mais detalhes, por ser o modelo estudado e simulado neste estágio. São apresentados os resultados de simulação obtidos até o momento, com as devidas comparações com os resultados teóricos. Por fim, uma discussão dos resultados é feita, seguida de uma conclusão juntamente com perspectivas para a continuidade do trabalho.

### 1 Introdução

Um modelo ideal de canal representa a função de transferência que relaciona o sinal recebido e o sinal enviado. Na prática, o que se encontra são modelos de canais que se aproximam de um canal real. A modelagem de canais de comunicação é uma técnica largamente empregada para simular os efeitos a que está sujeito um sinal entre a transmissão e a recepção. Esta técnica permite reproduzir em laboratório, condições ambientais próximas das reais encontradas em um canal de comunicação. O modelo pode então ser usado para o desenvolvimento de protótipos de dispositivos, tal como um receptor [1].

Basicamente pode-se classificar os canais de comunicação em: Canal com Ruído Aditivo Gaussiano, AWGN (do inglês Additive White Gaussian Noise) e canal com desvanecimento multipercurso. O primeiro é utilizado com bons resultados para modelar sistemas de comunicação fixa e com linha de visada, como satélite por exemplo. O nome AWGN se deve ao fato de que, o ruído, inserido no sinal ao atravessar o canal, tem o comportamento de uma variável aleatória com distribuição estatística Gaussiana ou normal, e uma densidade espectral de potência plana na banda considerada. O segundo é utilizado para modelar sistemas de comunicação móvel e sem linha de visada, onde o efeito do desvanecimento multipercurso prevalece, causando profundas atenuações no sinal.

Neste estágio foi simulado um canal com desvanecimento multipercurso, o qual possui coeficientes de desvanecimento aleatórios que obedecem à distribuição estatística de Rayleigh. Foi utilizado o modelo de Smith para gerar os coeficientes de desvanecimento, e o *software* MATLAB versão 5.3 para a simulação.

### 2 Desenvolvimento

#### 2.1 Fundamentos Teóricos

Em um canal de comunicação móvel, do ponto de vista do receptor, chegam até o mesmo várias cópias do sinal com atrasos e atenuações deferentes. Estes atrasos ocorrem devido aos obstáculos naturais encontrados, tal como edificações e árvores, fazendo com que cópias do sinal percorram caminhos diferentes até chegarem ao receptor. Este por sua vez, recebe um sinal equivalente que é uma somatória das cópias recebidas. No caminho percorrido o sinal pode sofrer reflexão, refração e difração [2]. A reflexão ocorre quando há um retorno do sinal com o ângulo igual ao ângulo de incidência. A refração ocorre quando parte do sinal penetra na superfície incidida, também denominada de sombreamento [3]. A difração ocorre em superfícies irregulares, com espalhamento do sinal, e não se pode classificar o sinal como refletido ou refratado [2].

A somatória das cópias do sinal no receptor pode ser construtiva ou destrutiva, dependendo do atraso das mesmas. O problema é que tanto os atrasos quanto as atenuações de cada cópia tem um comportamento aleatório. Por esta razão o canal não pode ser modelado como um processo determinístico e sim como um processo estocástico.

O fenômeno de desvanecimento do sinal pode ser caracterizado, no domínio do tempo, por duas partes: termo longo e termo curto, também denominados desvanecimento de pequena e larga escala [3]. As atenuações sofridas pelo sinal devido aos efeitos do desvanecimento multipercurso, considerando apenas o termo curto, podem ser representadas em módulo, por uma variável aleatória com distribuição estatística de Rayleigh, e em fase por uma distribuição uniforme. Quando termo curto e termo longo são considerados, uma distribuição estatística de Rice representa melhor o canal. No estágio foi simulado apenas o canal Rayleigh.

### 2.1.1 Distribuição Estatística de Rayleigh

Uma variável aleatória Rayleigh pode ser definida da seguinte forma [4]:

$$R = \sqrt{\sum_{i=1}^n X_i^2} \quad (2.1-1)$$

onde  $X_i$ , para  $i = 1, 2, \dots, n$ , são variáveis aleatórias gaussianas, estatisticamente independentes, de média zero e variância  $\sigma^2$ .

Para o caso específico onde  $n = 2$ , têm-se:

$$R = \sqrt{X_1^2 + X_2^2} \quad (2.1-2)$$

A função densidade de probabilidade, pdf (do inglês probability density function), e a função distribuição cumulativa, cdf (do inglês cumulative distribution function), são dadas pelas equações 2.1-3 e 2.1-4 [4], respectivamente, para  $n=2$ .

$$p_R(r) = \frac{1}{\sigma^2} e^{\frac{-r^2}{2\sigma^2}}, \quad r \geq 0 \quad (2.1-3)$$

$$F_R(r) = \int_0^r \frac{u}{\sigma^2} e^{-u^2/2\sigma^2} du = 1 - e^{-r^2/2\sigma^2}, \quad r \geq 0 \quad (2.1-4)$$

A média,  $m_r$ , e a variância,  $\sigma_r^2$ , da variável Rayleigh são dadas por [4]:

$$m_r = \sigma \sqrt{\frac{\pi}{2}} \quad (2.1-5)$$

$$\sigma_r^2 = \left(2 - \frac{\pi}{2}\right) \sigma^2 \quad (2.1-6)$$

onde  $\sigma$  é o desvio padrão das variáveis gaussianas  $X_1$  e  $X_2$ . No MATLAB,  $\sigma$  é conhecido como parâmetro B da variável Rayleigh.

A Figura 1 mostra uma variável aleatória Rayleigh, gerada no MATLAB, com parâmetro B igual a 0,7 e seus respectivos pdf e cdf:

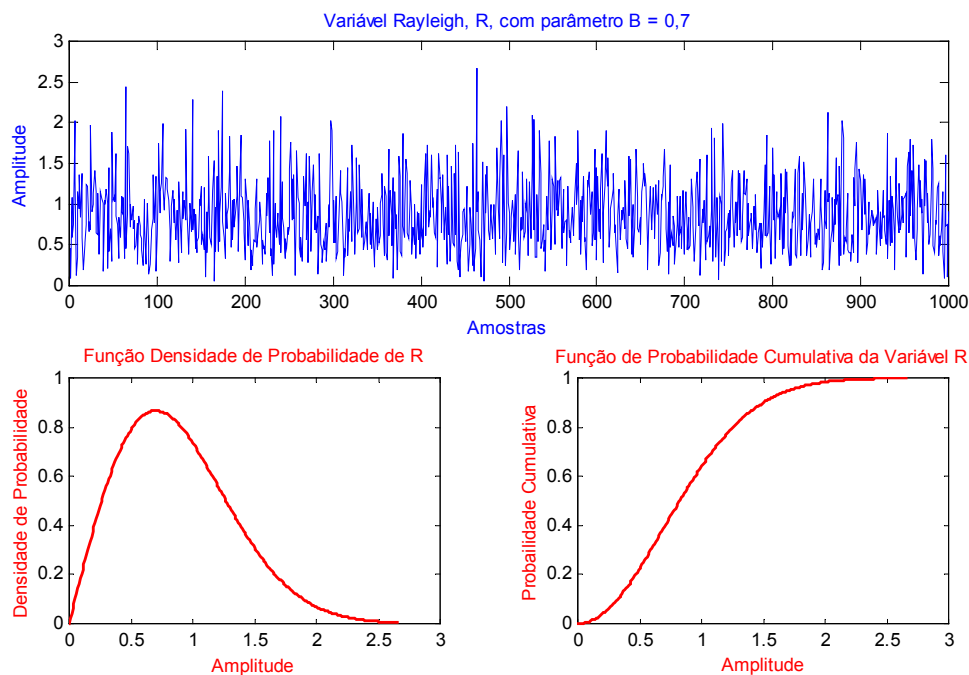


Figura 1: Variável Rayleigh, R, e seus respectivos PDF e CDF.

Dados dois pontos, a e b, em uma função PDF, a área entre estes dois pontos representa a probabilidade de ocorrer um valor dentro do intervalo  $\{a,b\}$ . No exemplo dado na Figura 1 (PDF), a área entre as amplitudes 2 e 2,5 é pequena, ou seja, a probabilidade de ocorrer um valor entre 2 e 2,5 é pequena. Isto pode ser observado verificando as amplitudes da variável R, na Figura 1 (gráfico superior). Já a função CDF(r), dado um valor x, representa a probabilidade de ocorrer um valor menor que x, ou seja,  $P(r < x)$ . Para o exemplo da Figura 1, a probabilidade de ocorrer uma amplitude menor que 2 é alta, próximo de 1, da mesma forma que a probabilidade de ocorrer um valor maior que 2 é baixa, próximo de 0, ou seja  $1 - P(r < x)$ .

A fase para uma distribuição Rayleigh tem distribuição uniforme e é dada por [5]:

$$\theta = \arctan \left[ \frac{X_1}{X_2} \right] \quad (2.1-6)$$

onde  $X_1$  e  $X_2$  são as variáveis aleatórias da equação 2.1-2.

### 2.1.2 Modelo de Smith

Em 1972, Gans fez uma análise em frequência da envoltória do sinal, explicitando a correlação temporal existente na envoltória a partir do espalhamento Doppler do sinal [3].

A componente de frequência do sinal com ângulo de incidência  $\alpha$  no receptor é dada por [3]:

$$f(\alpha) = f_d \cos(\alpha) + f_c \quad (2.1-7)$$

onde  $f_d$  é a máxima frequência Doppler do sinal dada por:

$$f_d = f_c \left( \frac{v}{c} \right) \quad (2.1-8)$$

e  $f_c$  é a frequência da portadora.

A partir desta informação, Gans determinou que o espectro de potência do sinal total recebido tem a forma de [3]:

$$\psi(f) = \frac{P_0 [p(\alpha)G(\alpha) + p(-\alpha)G(-\alpha)]}{f_d \sqrt{1 - \left( \frac{f - f_c}{f_d} \right)^2}}, \quad |f - f_c| \leq f_d, \text{ (banda passante)} \quad (2.1-9)$$

onde:

- $P_0$  = potência média recebida;
- $p(\alpha)$  = probabilidade do sinal incidir com ângulo  $\alpha$ ;
- $G(\alpha)$  = ganho de potência da antena para aquele ângulo.

Para um dipolo de  $\lambda/4$ , com  $G = 1,5$  onidirecional,  $p(\alpha)$  uniforme e potência média recebida = 1, o espectro de potência da envoltória simplifica-se [3]:

$$\psi(f) = \frac{1,5}{\pi f_d \sqrt{1 - \left( \frac{f - f_c}{f_d} \right)^2}}, \quad |f - f_c| \leq f_d \quad (2.1-10)$$

A Equação 2.1-10 tem o formato da Figura 2.

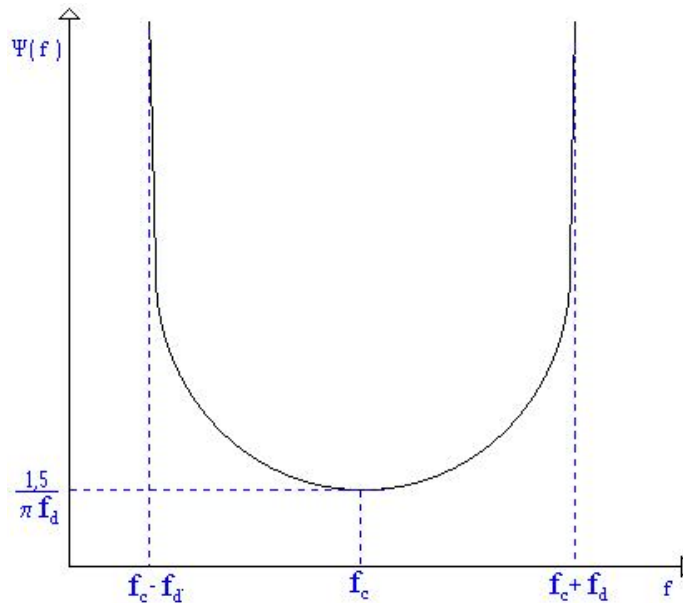


Figura 2: Espectro de potência do sinal em banda passante.

Pode ser observado na Figura 2 que a maior parte da energia do sinal está contido na frequência Doppler do sinal.

O espectro de potência em banda base é dado por:

$$\psi(f) = \frac{1,5}{\pi f_d \sqrt{1 - \left(\frac{f}{f_d}\right)^2}}, \quad |f| \leq f_d \quad (2.1-11)$$

A equação acima tem o formato da Figura 2, porém com  $f_c$  deslocado para zero.

Smith, em 1975, utilizou o modelo de potência espectral desenvolvido por Gans, para geração da envoltória de um sinal em canal com desvanecimento Rayleigh [3].

O método consiste em gerar dois conjuntos de amostras aleatórias gaussianas complexas de média zero e variância unitária, multiplicando cada conjunto de amostra pelo espectro de potência de Gans. Toma-se então a transformada inversa de Fourier, calcula-se o quadrado do módulo e soma-se os resultados. A variável aleatória de Rayleigh é obtida tomando-se a raiz quadrada do resultado.

O diagrama de blocos do método é mostrado na Figura 3.

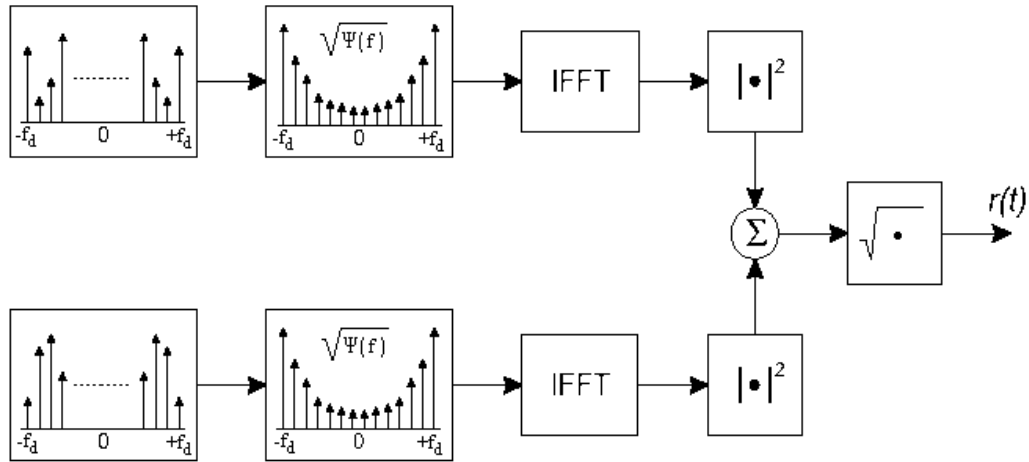


Figura 3: Diagrama de blocos do método de Smith [6].

A idéia deste método surgiu do fato de que a transformada de Fourier da auto-correlação de um sinal é a densidade espectral de potência do mesmo. Assim Smith partiu do processo inverso, criou amostras gaussianas no domínio da frequência, utilizou o filtro de Gans que tem o formato da densidade espectral de potência do sinal e chegou em um sinal no domínio do tempo, aplicando a inversa de Fourier. Observa-se que  $r(t)$  tem o formato de  $\sqrt{X_1^2 + X_2^2}$ , tal como na definição de distribuição de Rayleigh da Equação 2.1-2.

Para implementar o método deve-se ter em mãos a máxima frequência de Doppler,  $f_d$  e o número de componentes discretas de frequência,  $D$ . O valor de  $f_d$  deve ser calculado utilizando a Equação 2.1-8. O valor de  $D$  deve ser preferencialmente uma potência de 2, pois o MATLAB faz a transformada rápida de Fourier inversa, IFFT (do inglês Inverse Fast Fourier Transformer), com maior rapidez neste caso.

Com os valores de  $f_d$  e  $D$ , pode-se implementar o método seguindo os seguintes passos [6]:

- 1 Determinar o espaçamento de frequência,  $df$ , das componentes de frequência da forma como segue:

$$df = \frac{2f_d}{D-1} \quad (2.1-12)$$

- 2 Gerar as amplitudes aleatórias para cada componente de frequência discreta. Esta será uma variável aleatória Gaussiana complexa, de média zero e variância unitária. Dois conjuntos de  $D/2$  amostras aleatórias estatisticamente independentes devem ser gerados para as componentes de frequência positiva, um conjunto em fase e outro em quadratura. As amplitudes de frequência negativa são geradas tomando-se o complexo conjugado espelhado das frequências positivas, para cada conjunto de amostras, de forma que  $f(-fd)$  seja o complexo conjugado de  $f(f_d)$ ,  $f(-f_d+1)$  seja o complexo conjugado de  $f(f_d-1)$ , e assim sucessivamente.

- 3 Após as amplitudes de frequência serem geradas, deve-se determinar o espectro da forma de onda  $\Psi(f)$ . Isto pode ser feito resolvendo-se a Equação 2.1-11 para cada valor discreto de frequência. Os valores de frequência  $+f_d$  e  $-f_d$  levam a função  $\Psi(f)$  ao infinito. Assim para calcular um valor aproximado da função nestes dois pontos deve ser feita uma aproximação para valores que sejam muito próximos de  $+f_d$  e  $-f_d$ .
- 4 Soma-se então a raiz quadrada do espectro encontrado com as componentes de amplitudes randômicas geradas. A transformada rápida de Fourier inversa é tomada sobre ambos os espectros de potência com seus valores de amplitudes. O quadrado do módulo de cada conjunto gerado após a IFFT é então calculado. Os valores são somados e é tomada a raiz quadrada do resultado. O valor final corresponde a variável aleatória de Rayleigh que contém os coeficientes de desvanecimento multipercurso no tempo.

A Figura 4 mostra um resultado obtido por Jhon M. Morton [6] em sua dissertação de Mestrado. Foi tomado como exemplo um veículo movendo-se à uma velocidade de 120 km/h, recebendo um sinal com uma frequência da portadora de 900 MHz. A frequência de Doppler para estes dados é de 100 Hz.

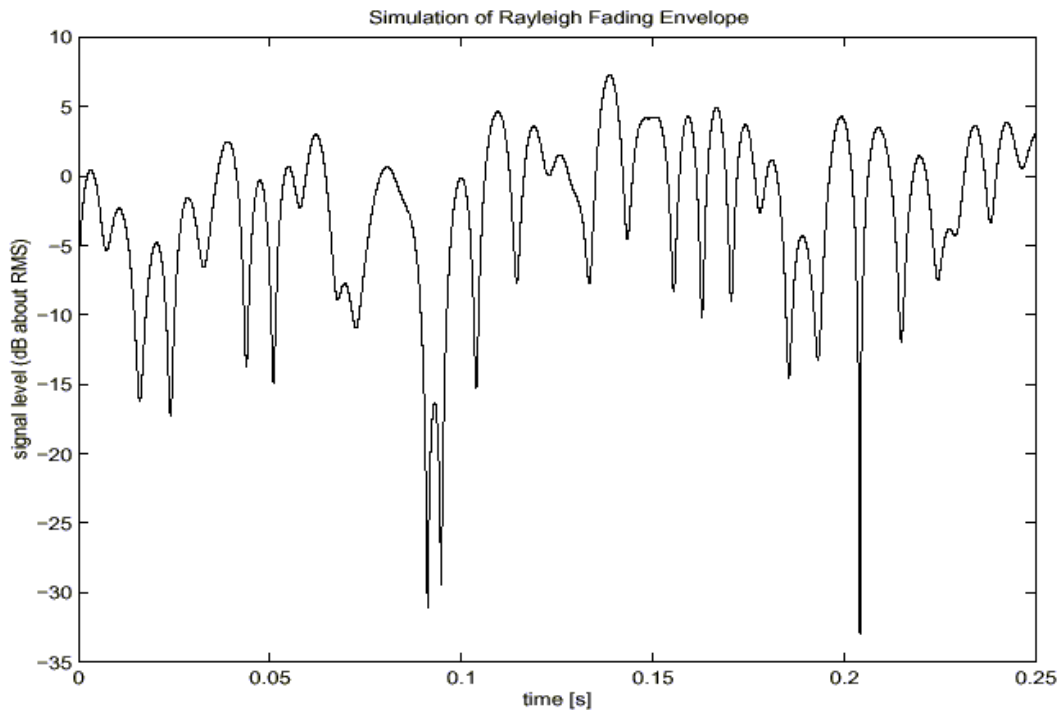


Figura 4: Exemplo de saída de um simulador de desvanecimento de envelope Rayleigh [6].

Observa-se na figura que os desvanecimentos podem chegar a  $-35$  dB e a média do sinal é aproximadamente zero dB.

Define-se como nulo do sinal desvanecido o ponto onde o mesmo sofre um desvanecimento. Teoricamente [7] os nulos ocorrem espaçados por meio comprimento de onda da portadora,  $\lambda/2$ . Assim o intervalo de tempo entre um nulo e outro é dado por:

$$\Delta t = \frac{\lambda}{2v} \quad (2.1-13)$$

onde  $v$  é a velocidade do móvel em metros por segundo. Este parâmetro pode ser usado para verificar a coerência do sinal gerado na simulação.

## 2.2 Descrição da Simulação

O programa gerado no MATLAB solicita como dados de entrada a frequência da portadora em GHz, a velocidade do móvel em km/h e o número de componentes discretas de frequência, o qual deve ser em potência de 2. Segue-se então os passos citados no item 2.1.2 deste relatório para implementar o modelo.

Foi utilizado o gerador de números randômicos do MATLAB para criar as amplitudes das componentes de frequência discreta Gaussianas em fase e quadratura. O programa final, Smith.m, encontra-se no Anexo A.

O programa gera três gráficos de saída. Um contendo o formato do filtro de utilizando a equação de Gans para densidade espectral de potência do sinal. O segundo contém o sinal  $r(t)$  com os coeficientes de desvanecimento Rayleigh. E o terceiro gráfico gera um histograma do sinal  $r(t)$  que pode ser interpretado como o PDF de  $r(t)$ , juntamente com a curva PDF teórica para efeito de comparação. Para gerar a curva PDF teórica foi calculado o parâmetro  $B$  utilizando a Equação 2.1-5, substituindo  $\sigma$  por  $B$  na equação.

Para apresentar os resultados foram feitas duas simulações com os seguintes dados:

- Simulação A:
  - Frequência da Portadora = 900 MHz;
  - Velocidade do Móvel = 4 km/h;
  - Número de componentes discretas de frequência =  $2^{19}$ .

Nesta simulação utilizou-se um número maior de componentes de frequência nas proximidades da frequência Doppler. Como a maior parte da energia do sinal se encontra em  $+fd$  e  $-fd$ , pode-se desta forma aumentar a precisão da simulação sem ter que aumentar o número de amostras.

- Simulação B:
  - Frequência da Portadora = 2 GHz;
  - Velocidade do Móvel = 120 km/h;

- Número de componentes discretas de frequência =  $2^{19}$ .

A Simulação A contempla uma situação real de telefonia celular de Segunda Geração à velocidade de um pedestre caminhando. A máxima frequência de Doppler neste caso é de 3,33 Hz.

A Simulação B contempla uma situação real de telefonia celular de Terceira Geração de um automóvel em alta velocidade. A máxima frequência Doppler neste caso é de 222,22 Hz.

Na escolha dos parâmetros da Simulação A e B, teve-se a intenção de representar duas situações reais e ao mesmo tempo trabalhar como dois extremos de máxima frequência Doppler.

Em ambas as simulações foi dado um ganho na potência do sinal, elevando a média do sinal para 0 dB.

## 2.3 Resultados Obtidos

### 2.3.1 Simulação A

As Figuras 5 e 6 mostram os resultados para Simulação A.

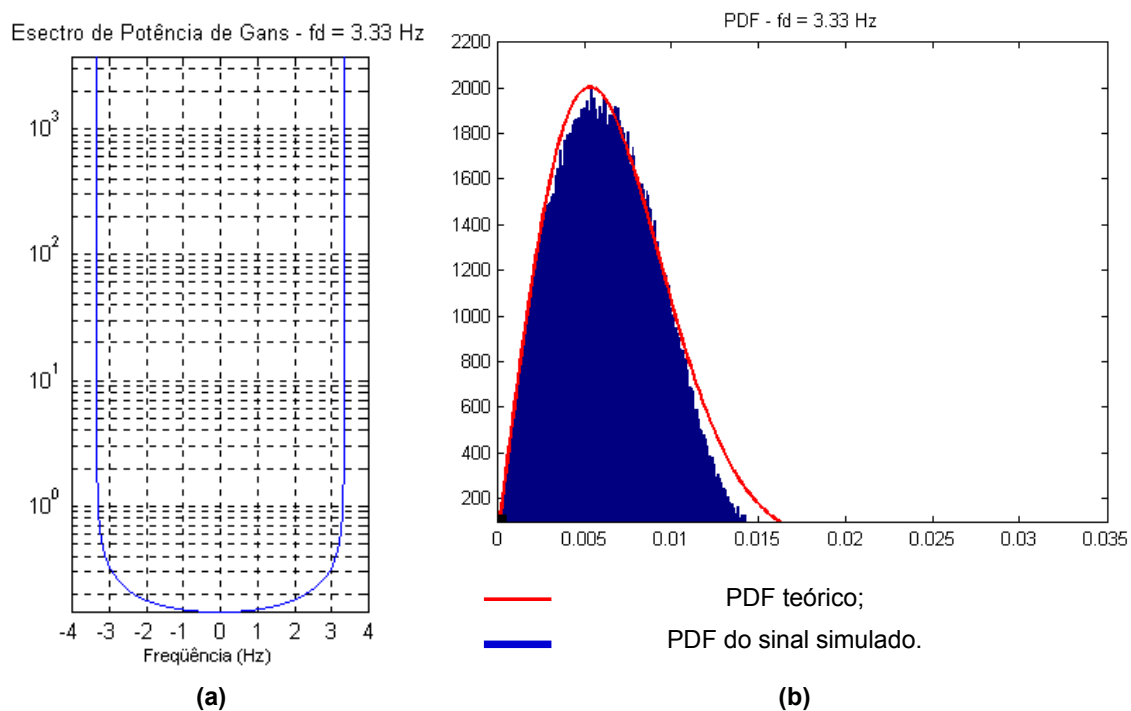


Figura 5: Espectro de Potência e PDF obtidos na Simulação A.

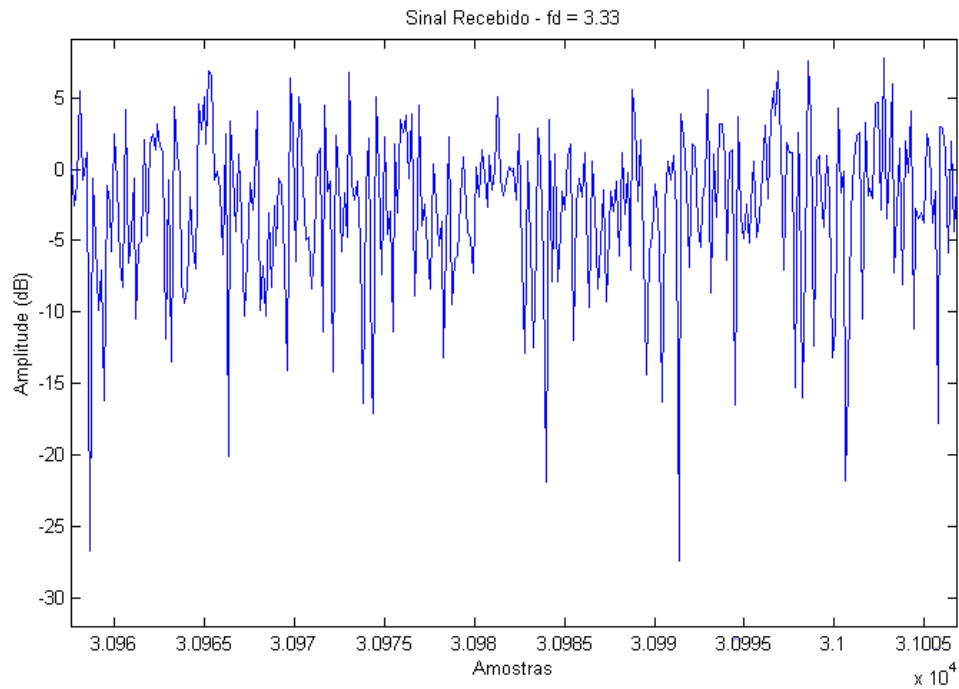


Figura 6: Sinal obtido na Simulação A.

### 2.3.2 Simulação B

As Figuras 7 e 8 mostras os resultados obtidos na Simulação B.

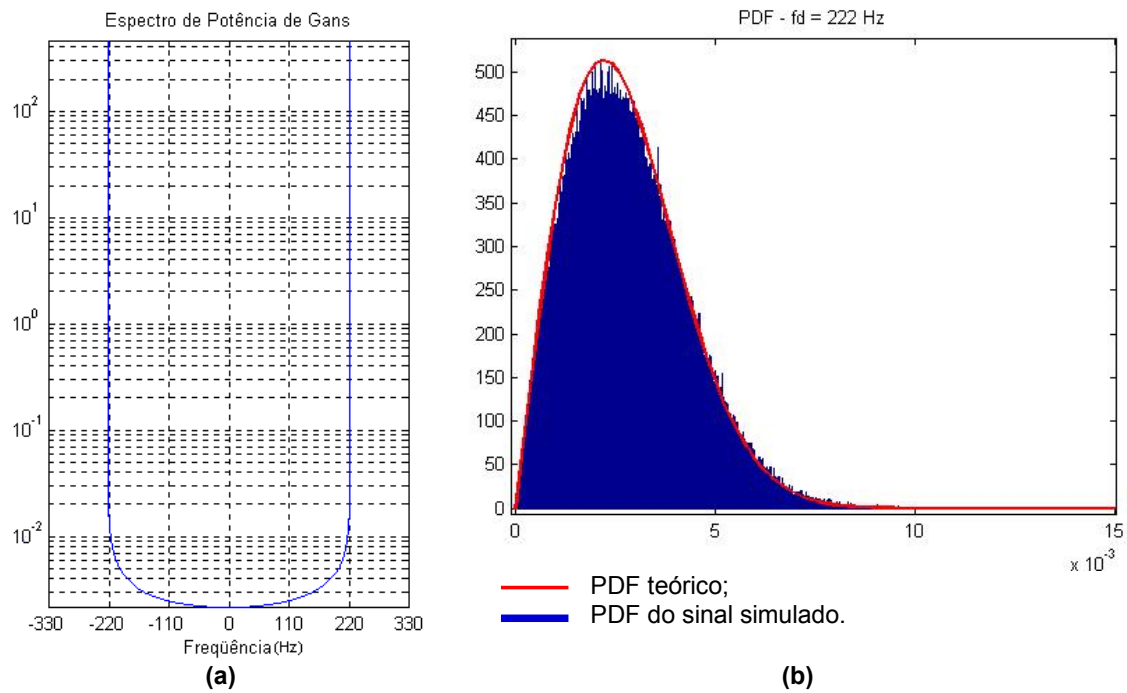


Figura 7: Espectro de Potência e PDF Obtidos na Simulação B.

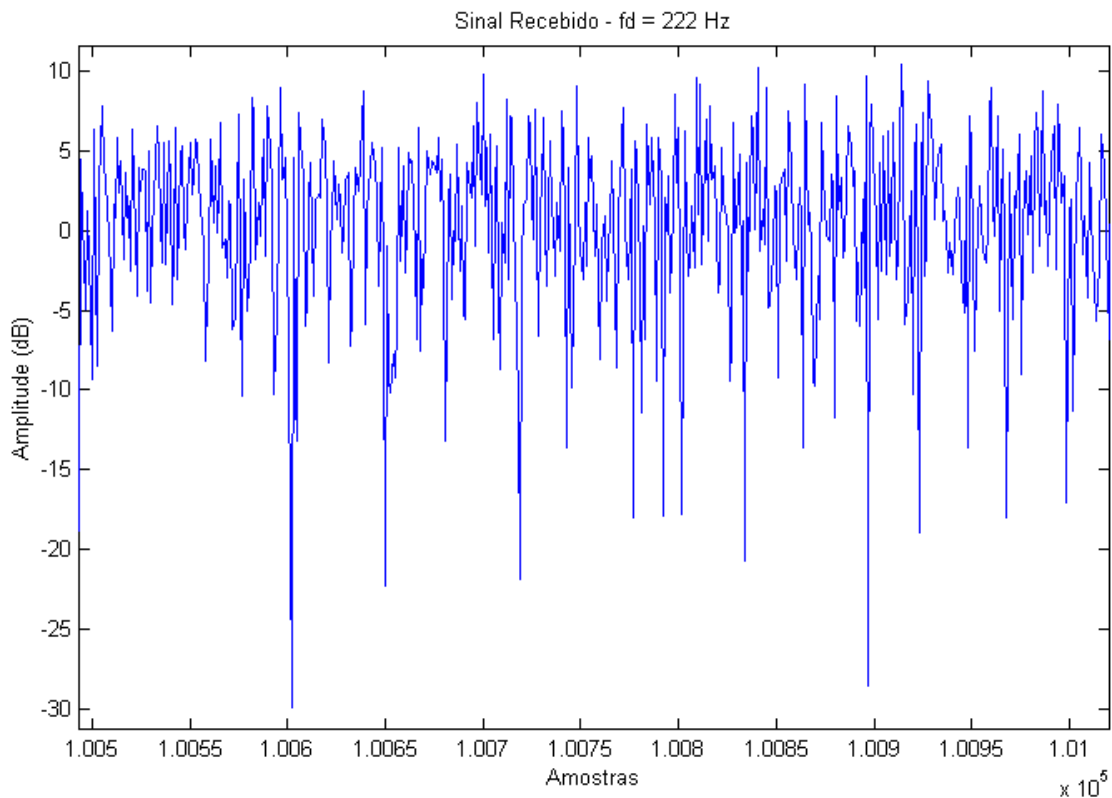


Figura 8: Sinal obtido na Simulação B.

## 2.4 Discussão dos Resultados

Pode-se observar nas Figuras 5.a e 7.a que o espectro de potência do sinal, criado utilizando o filtro de Gans, foi obtido com sucesso. Observa-se que o ganho na frequência Doppler é muito elevado, e que a maior parte da energia do sinal realmente encontra-se na frequência Doppler e em suas proximidades.

Nas Figuras 5.b e 7.b estão ilustrados os PDF's obtidos em simulação e teórico. Para os dois casos a distribuição de Rayleigh foi obtida, sendo que para a frequência Doppler de 222 Hz a aproximação foi melhor. Para se obter melhores conclusões sobre o PDF do sinal, o eixo das abscissas deveria estar em dB, conforme as amplitudes do sinal, porém no MATLAB não é possível obter PDF teórico com componentes negativos no eixo das abscissas.

Nas Figuras 6 e 8 estão ilustrados os sinais obtidos para as duas frequências Doppler simuladas. Não foi possível no estágio converter a escala do sinal, de amostras para o tempo, ou distância. Esta conversão é necessária para que se possa verificar o tempo entre as distâncias de nulos do sinal, pois este parâmetro pode auxiliar na comparação dos resultados obtidos em simulação com os resultados teóricos. A conversão para o tempo também permite que se possa comparar resultados obtidos para frequência Doppler diferentes, e verificar os efeitos que a mesma exerce sobre o sinal. Desta forma não foi possível fazer comparações entre

os resultados ilustrados nas Figuras 6 e 8. Porém pode ser observado nestas Figuras que módulo das atenuações mais profundas no sinal é da ordem de 30 dB, o que está coerente com os resultados teóricos (Figura 4).

### **3 Conclusão:**

Houve um grande aprendizado neste estágio, nas áreas de estatística voltada para telecomunicação, canais com desvanecimento e simulação utilizando o software MATLAB, que com certeza contribuiu em muito para a formação do estagiário.

Por parte do estagiário, a contribuição foi a de iniciar o desenvolvimento de um método de simulação de canal pouco encontrado em literatura, devido às suas dificuldades de implementação. Sendo que, depois de concluído, o método se classifica dentre os mais eficientes encontrados em literatura.

O objetivo de gerar um sinal que tenha características de uma distribuição Rayleigh foi alcançado, ficando para a continuidade do trabalho a tarefa de obter sinal com escalas no tempo e distância, e com atenuação média de zero dB.

#### 4 Referências Bibliográficas

- [1] PUNNOSE, Ratish J. et al. Efficient Simaltion of Ricean Fading within a Packet Simulator. Pittsburgh.
- [2] KRAUS, John D. Eletromagnetics. 4th ed. Ohio, McGraw-Hill, 1992.
- [3] ABRÃO, Taufik. Canceladores de Interferência Multiusuário Aplicados a Sistemas DS/CDMA de Múltipla Taxa. São Paulo: Escola Politécnica da Universidade de São Paulo – EPUSP, 2001. 363 p. (Tese, Doutorado em Sistemas Eletrônicos).
- [4] PROAKIS, John G. Digital Communications. 3th ed. New York: McGraw-Hill, 1995.
- [5] TRINTINALIA, Luiz César, GERKEN, Max. Introdução a Processos Estocásticos. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo – EPUSP, 1997.
- [6] MORTON, John M. Adaptive Equalization for Indorr Wireless Channels. Blacksburg, Virginia: Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, 1998. 175p. (Dissertação, Master of Science in Electrical Engineering).
- [7] BRANQUINHO, Omar Carvalho. Simulador de Efeito de Multipercurso. 9º Simpósio Brasileiro de Telecomunicações. São Paulo: EPUSP, 1991