

1.- Sigui f la funció $f(x, y, z) = 2x^2 + y^2 - z^2$.

- (a) Descriviu les superfícies de nivell de f .
- (b) Determineu i identifiqueu el conjunt de punts pels quals el gradient forma un angle de $\pi/3$ amb el vector $(1, 0, 0)$.
- (c) Si $P = (2, 1, 3)$ i $g(x, y, z) = (x^2 - y)f(x, y, z)$, determineu la direcció en la qual la funció creix més ràpidament.

2.- Considerem la funció $f(x, y) = x^2 + y^2 + 4(x + y)$

- (a) Determineu els extrems relatius de f a tot el pla.
- (b) Trobeu els extrems absoluts de f a la regió $\{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0\}$.

3.- Calculeu

(a) $\int_0^1 \int_y^1 \cos(x^2) dx dy.$

(b) $\int \int \int_{\Omega} z \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dx dy dz,$

on Ω és la semiesfera superior sòlida $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, z \geq 0$.

4.- Calculeu la integral del camp vectorial $F = (y + e^{x-y}, x^2 + x - e^{x-y})$ sobre la corba $x^2 + y^2 = 1$ orientada positivament pel vector tangent $t = (y, -x)$.

¹Tots els problemes valen el mateix. La durada de l'exàmen és de 3 hores. Entregueu cada problema en fulls diferents. Poseu el nom i els dos cognoms en cada full que entregueu.