

Matemàtiques

Llicenciatura de Química, 13-6-2006

1. Considerem la funció $f(x, y) = x^2 + 4y^2$ *exp*

- (a) Dibuixeu-ne la gràfica.
- (b) Calculeu la derivada direccional de $f(x, y)$ en el punt $(1, 1)$ i en la direcció donada pel vector $\vec{v} = (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$.
- (c) Expliqueu el significat geomètric (raonant sobre la gràfica) del signe de la derivada direccional de l'apartat b).

2. Determineu quin punt de la superfície $z + x^2 + y^2 = 2$ està més a prop del punt $(6, 0, 1)$.

3. Calculeu:

(a) $\int_0^1 \int_{\sqrt{y}}^1 e^{x^3} dx dy;$

- (b) Un sòlid E està per sota del pla $z = 4$ i per sobre del paraboloid $z = 1 + x^2 + y^2$. La densitat de cada punt es proporcional a la seva distància a l'eix z . Determineu la massa de E .

4. Considereu la corba parametritzada per $c(t) = (t^2, 1 - t^2, 2t^2)$, $t \in [1, 2]$. Calculeu:

- (a) la longitud de c ;
- (b) el treball $\int_c \vec{F} \cdot d\vec{L}$ realitzat per la força $\vec{F}(x, y, z) = (y, -x, z)$ sobre la corba c .