

Examen d'Àlgebra Lineal i Equacions Diferencials

1. Sigui \underline{w} un nombre complex de mòdul 1 i argument $5\pi/3$.

- (a) Calcula el mòdul i l'argument del conjugat \bar{w} i comprova que -1 , \underline{w} i \bar{w} són arrels complexes del polinomi $x^3 + 1$.
- (b) Divideix el polinomi $x^6 - x^3 - 2$ entre $x^3 + 1$.
- (c) Determina totes les arrels complexes del polinomi $x^6 - x^3 - 2$.
- (d) Descompon el polinomi $x^6 - x^3 - 2$ en producte de polinomis irreductibles a $\mathbb{R}[x]$.

2. Considera la equació diferencial següent:

$$x \frac{dy}{dx} + (3x + 1)y = e^{-3x}$$

- (a) Comprova que la funció $y(x) = e^{-3x}$ és una solució particular d'aquesta equació que satisfà la condició inicial $y(0) = 1$.
- (b) És possible trobar una solució particular tal que $y(0) \neq 1$? Justifica la resposta.
- (c) Determina la solució general de l'equació diferencial.
- (d) Troba una solució particular tal que $y(1) = 0$.

3. Considera els supespais vectorials següents de \mathbb{R}^4 :

$$E = \langle (2, -1, -1, 0), (-2, 1, 2, 2), (2, 1, 1, 1), (4, 2, 1, 0) \rangle$$
$$F = \{ (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid 3x + 4y - 2t = 0, \quad x + 3y - 2t = 0 \}$$

- (a) Calcula la dimensió i una base de E i F , respectivament.
- (b) Calcula la dimensió i una base de $E + F$ i $E \cap F$, respectivament.
- (c) Decideix si el vector $v = (1, 1, 1, 1)$ pertany o no a $E + F$.