

Química
Examen d'Algebra Lineal i Equacions Diferencials
Segona convocatòria. Curs 2003-2004

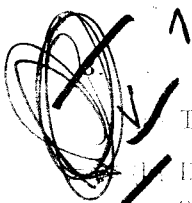
1. Considera l'aplicació lineal $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definida com

- (a) Escriu la matriu de f en la base canònica de \mathbb{R}^3 .
 - (b) Troba una base del subespai $\text{Nuc}(f)$ i una base del subespai $\text{Im}(f)$.
 - (c) Comprova que $f(-2, 1, 0) = (-2, 1, 0)$ i troba tots els vectors que s'apliquen per f en $(-2, 1, 0)$.
 - (d) Considera la base de \mathbb{R}^3 formada pels vectors $v_1 = (-2, 1, 0)$, $v_2 = (1, -1, 1)$. Calcula la matriu de f en aquesta base, tant de sortida com d'entrada.
- (2 punts) es lo mismo

2. Considera el sistema d'equacions diferencials següent:

$$\begin{cases} dx/dt = 3x + 2y \\ dy/dt = -x + 6y \end{cases}$$

Determina la solució general del sistema, i la solució particular que verifica $x(0) = 0, y(0) = 1$.
(2 punts)



Troba totes les arrels del polinomi $x^4 + i$ i descompon-lo com a producte de factors lineals a $\mathbb{C}[x]$.

Donat el nombre complex $z = 2(\cos(\pi/5) + i \sin(\pi/5))$, calcula l'invers z^{-1} , el cub z^3 i un polinomi que tingui arrels z, z^{-1}, z^3 .

(2 punts)

$$z^3 = z \cdot z^2$$

$$z^{-1} = |w| e^{i\theta}$$

A \mathbb{R}^4 considerem els subespais vectorials $E = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : x + y + 2z + t = 0, z = 0, 2x + y + t = 0\}$ i $F = \langle (1, 1, 2, 1), (0, 0, 1, 0) \rangle$.

- (a) Troba una base de E i un sistema d'equacions lineals la solució del qual sigui F .
- (b) Calcula la dimensió de $E + F$ i la dimensió de $E \cap F$.

(2 punts)

Definim el rang de A . Donat un sistema de m equacions lineals amb n incògnites expressat matricialment $Ax = b$, quin és la dimensió de l'espai vectorial de solucions en funció del rang de les matrius que hi intervenen?

(2 punts)