

Examen d'Àlgebra lineal i Equacions diferencials
Primer curs de la llicenciatura de Química. UAB
6 de Febrer de 2006

Cada exercici serà puntuat sobre 2.5 punts. En totes les preguntes s'ha de justificar la resposta. No és suficient donar un resultat. Es valorarà la correcció dels arguments i la correcció dels càlculs.

1. (a) Troba la solució general $(x(t), y(t))$ del sistema

$$\begin{cases} x' = x + 2y \\ y' = -x + 4y \end{cases}$$

- (b) Troba una solució que verifiqui $(x(0), y(0)) = (4, 5)$.

- (c) Què entens per una equació diferencial en variables separades? Posa dos exemples d'equacions diferencials en variables separades.

2. (a) Considera el subespai vectorial de \mathbb{R}^4 següent:

$$E = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x + z = 0\}$$

Calcula dimensió i una base de E .

- (b) Sigui F el subespai vectorial de \mathbb{R}^4 generat pels vectors $(1, 2, -2, 4)$, $(1, 1, 0, 0)$, $(3, 4, -2, 4)$.
Calcula la dimensió i una base de F .

- (c) Calcula la dimensió i una base de $E \cap F$ i $E + F$, respectivament.

3. Considera l'aplicació lineal $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definida per

$$f(x, y, z) = (x - y, x + y, x + y + 2z).$$

- (a) Existeix alguna base de \mathbb{R}^3 formada per vectors propis de f ?

- (b) Si $e = (1, 0, 0)$, comprova que els vectors $e, f(e), f^2(e)$ formen base de \mathbb{R}^3 .

- (c) Escriu la matriu associada de f en aquesta base.

Téves
a equació
en base

4. (a) Expressa en forma cartesiana (calculant part real i part imaginària) les solucions de l'equació

$$(1 + i)z^2 + 2z + 1 = 0$$

- (b) Un polinomi de grau 3 amb coeficients reals té com arrels 1, i . Quina és la tercera arrel?