CÁLCULO E - Aula no laboratório de Informática 2008.1, T01

Aviso. Se seu teclado ficar desconfigurado ao usar o MAPLE, alterne, no rodapé, entre inglês (EN) e português (PT).

Traçados de superfícies

Gráfico de função real de duas variáveis z=f(x,y). Exemplo parabolóide elíptico:
(Comece a digitar a partir da próxima linha, apenas, junto ao prompt > . Após os símbolos: ; e : , tecle enter)
```
> plot3d(x^2+y^2,x=-1..1,y=-1..1);
```
Observe que o domínio é quadrado. click sobre a figura do comandoanterior, movimente a figura.
```
> plot3d(x^2+y^2,x=-1..1,y=-(1-x^2)^(1/2)..(1-x^2)^(1/2));
```
No manu, click sobre a figura do ocamndo anterior, escolha a opção "constrained" (em Projection) e Patch w/o grid em Style)
Superfície na forma implícita f(x,y,z)=0 (tem que utilizar o pacote "with(plots)"). Exemplo:
```
> with(plots):
> implicitplot3d(z=x^2+y^2,x=-3..3,y=-3..3,z=0..6);
```
Superfície na forma paramétrica (utiliza-se colchetes). Exemplo Cilindro elíptico
```
> plot3d([cos(t),2*sin(t),z],t=0..2*Pi,z=-1..2,scaling=constrained);
```
O cilindro sendo construído - comando "animate3d", (dentro do pacote with(plots) que já foi carregado anteriormente)
O exemplo a seguir foi obtido trocando- se no exemplo anterior o parâmetro t por u*t, sendo u oparâmetrode animação.
Após o traçado a seguir, clique sobre a figura e, depois, em "play"
```
> animate3d([cos(t*u),2*sin(t*u),z],t=0..2*Pi,z=-1..2,u=0..1,scaling=constrained);
```
Helicóide
```
> plot3d([u*cos(t),u*sin(t),t/2],t=0..2*Pi,u=-2..2,scaling=constrained);
> animate3d([u*cos(t*v),u*sin(t*v),t*v/2],t=0..2*Pi,u=-2..2,v=0..1,scaling=constrained);
```
Clique na figura anterior e em "play". Veja a construção por etapas...
Exemplos de superfícies de revolução
Toro - superfície gerada pela circunferência (x-b)^2+z^2=a^2, y=0, a<b, em torno do eixo Oz
Parametrização para b=3 e a=1,5: f(t,v)=((3+1,5cos(t))*cos(v),(3+1,5cos(t))*sin(v),1,5sin(t))
```
>animate3d([(3+1.5*cos(t))*cos(u*v),(3+1.5*cos(t))*sin(u*v),1.5*sin(t)],t=0..2*Pi,v=0..2*Pi,u=0..1,style=patch,orientation=
[45,58],scaling=constrained);
```
Catenóide - gerada pela catenária y=(e^x+e^(-x))/2 , z=0 em torno do eixo Ox.
Parametrização: f(t,v)=(t, (e^t+e^(-t))/2cos(v), (e^t+e^(-t))/2sen(v)),
Comandos do Maple com animação: f(t,v)=(t, (e^t+e^(-t))/2cos(v*u), (e^t+e^(-t))/2sen(v*u)), v=0..2*Pi, t=-2...2, u=0..1
```
>catenaria:=animate3d([t,(exp(t)+exp(-t))*cos(v*u)/2,(exp(t)+exp(-t))*sin(v*u)/2],t=-2..2,v=0..2*Pi,u=0..1,scaling=
constrained,color=v,style=patch,frames=16):
> eixorot1:=spacecurve([u,0,0,u=-3..3],color=black):(eixo de rotação)
> display([catenaria,eixorot1]);
```
Exercício: Parametrize e faça o traçado da superfície z = x^3-3*x*y^2;. denominada sela do macaco. (use o domínio [-3/2,3/2]x[-3/2,3/2]). Apresente ao monitor o traçado da sela do macaco.

Área de superfície

O comando restart apaga da memória todos os comandos anteriores.
```
>restart:
```
Exemplo. Área da superfície plana x+y+z =4 , no 1o octante, limitada pelo cilindro x^2+y^2=4.
Serão usados os pacotes with(linalg) e with(student).
```
> f:=(x,y)->[x,y,4-x-y];    fx:=diff(f(u,v),u);   fy:=diff(f(u,v),v);
> with(linalg):
> c:=crossprod(fx,fy);
> dS:=sqrt(innerprod(c,c));
> with(student):
> Doubleint(dS,y=0...sqrt(4-x^2),x=0..2);
> value(%);
```
Em coordenada polares
```
> dS1:=sqrt(3)*r;
> Doubleint(dS1,r=0..2,t=0...Pi/2);
> value(%);
```

Fluxo de Campo vetorial

Resolvendo o exercício 1)a), pag.3 do roteiro das aula: Calcular o fluxo de campo F(x,y,z)=(x,y,2z) na superfície z = 1-x^2-y^2;
Definindo as funções F e f:
> F:=(x,y,z)->[x,y,2*z];
> g:=(u,v)->(u,v,1-u^2-v^2);
> F(f(u,v));
Calculando o vetor normal a superfície
> gu:=diff([u,v,1-u^2-v^2],u);   gv:=diff([u,v,1-u^2-v^2],v);
> guxgv:=crossprod(gu,gv);
Fazendo o produto interno do campo na superfície com o vetor normal da superfície
> Fgugv:=innerprod(F(g(u,v)),guxgv);
> Doubleint(Fgugv,v=-(1-u^2)^(1/2)...(1-u^2)^(1/2),u=-1..1);
> value(%);
Confira o resultado.

Divergente e rotacional de um campo

$$H(x,y,z) = \left(\frac{x}{\left(\sqrt{x^2+y^2+z^2}\right)^3}, \frac{y}{\left(\sqrt{x^2+y^2+z^2}\right)^3}, \frac{z}{\left(\sqrt{x^2+y^2+z^2}\right)^3} \right)$$

> H:=(x,y,z)->[x/(sqrt(x^2+y^2+z^2))^3,y/(sqrt(x^2+y^2+z^2))^3,z/(sqrt(x^2+y^2+z^2))^3];
> diverge(H(x,y,z),[x,y,z]);
> simplify(%);
> curl(H(x,y,z),[x,y,z]);

> curl([-y,x,0],[x,y,z]);

Resolvendo o exercício 1a), pag.10: Use o Teorema de Gauss para calcular o fluxo de F(x,y,z)=(x,y,z) no cubo...
> Tripleint(diverge([x,y,z],[x,y,z]),z=0..1,y=0..1,x=0..1);
> value(%);

Máximo e mínimo relativo

Determine, caso existam, os pontos de máximo, mínimo e de sela da função $f(x,y)=8x^3+y^3-3xy$.
>restart;
> f:=(x,y)->8*x^3+y^3-3*x*y;
> fx:=diff(f(x,y),x);fy:=diff(f(x,y),y);
> solve({fx=0,fy=0},{x,y});
> Hf:=hessian(f(x,y), [x,y]);
> det(Hf);
função que calcula o hessiano:
> delta:=(x,y)->288*x*y-9;
> delta(0,0);
Conclusão sobre o ponto (0,0)?
> delta(1/4,1/2);
Conclusão sobre o ponto (1/4,1/2)?

Opcional:
Calculando a área da esfera x^2+y^2+z^2 = R^2;
> restart;
> f:=(u,v)->[R*sin(v)*cos(u),R*sin(v)*sin(u),R*cos(v)]; fu:=diff(f(u,v),u); fv:=diff(f(u,v),v);
> with(linalg):with(student):
> c:=crossprod(fu,fv);
> dS:=sqrt(simplify(innerprod(c,c)));
> simplify(%);
> Doubleint(dS,u=0...2*Pi,v=0..Pi);
> value(%);