

4.2. Radiația căldurii corpurilor opace

4.2.1. Factorul de formă a două suprafețe oarecare

Se consideră două suprafețe elementare aflate în spațiu la distanță una față de cealaltă, având temperaturi și emisivități diferite.

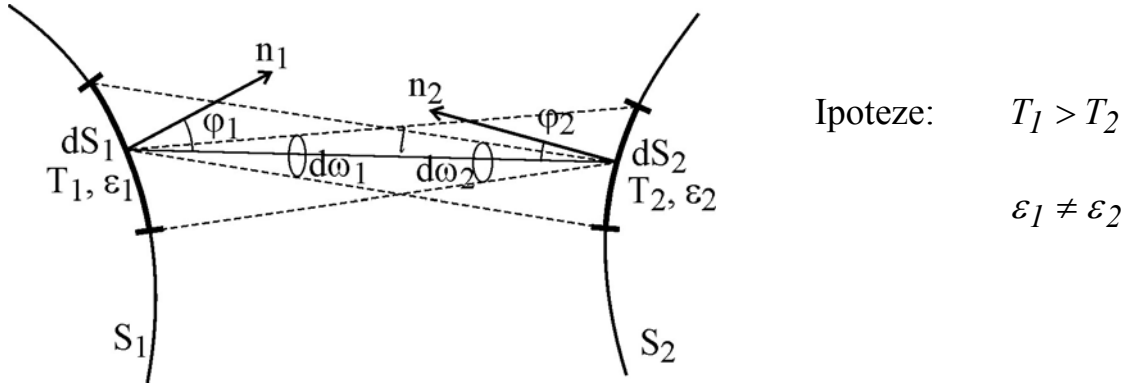


Fig. 4.8: Radiația reciprocă a două suprafețe elementare

Se fac următoarele notații:

- l distanța dintre centrele celor două suprafețe elementare, dS_1 și dS_2 ;
- n_1 și n_2 normalele la suprafețe, dS_1 respectiv dS_2 ;
- φ_1 și φ_2 unghiurile formate de dreapta care unește centrele suprafețelor dS_1 și dS_2 cu normalele n_1 respectiv n_2 ;
- $d\omega_1$ și $d\omega_2$ unghiurile solide elementare sub care se vede suprafața dS_2 din centrul suprafeței dS_1 , respectiv suprafața dS_1 din centrul suprafeței dS_2 .

Fluxul de căldură elementar efectiv radiat de suprafața dS_1 în direcția suprafeței dS_2 se determină din legea a doua a lui Lambert:

$$d^2 \dot{Q}_{ef12} = d^2 \dot{Q}_{\varphi1} = \dot{q}_{\varphi1} \cdot dS_1 \cdot d\omega_1$$

$$\dot{q}_{\varphi1} = \dot{q}_{n1} \cdot \cos \varphi_1 = \frac{\dot{q}_{ef1}}{\pi} \cdot \cos \varphi_1 \quad \text{și} \quad d\omega_1 = \frac{dS_2 \cdot \cos \varphi_2}{l^2}$$

$$d^2 \dot{Q}_{ef12} = \frac{\dot{q}_{ef1}}{\pi} \cdot \cos \varphi_1 \cdot dS_1 \cdot \frac{dS_2 \cdot \cos \varphi_2}{l^2} = \dot{q}_{ef1} \cdot \frac{\cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2}{\pi \cdot l^2} \cdot dS_1 \cdot dS_2$$

Fluxul termic total efectiv cedat prin radiație de întreaga suprafață S_1 și care ajunge pe suprafața S_2 este egal cu integrala pe cele două suprafețe a fluxului elementar efectiv.

$$\dot{Q}_{ef12} = \iint d^2 \dot{Q}_{ef12} = \dot{q}_{ef1} \cdot \iint \frac{\cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2}{\pi \cdot l^2} \cdot dS_1 \cdot dS_2$$

În mod similar se determină și fluxul termic total efectiv primit prin radiație de suprafața S_2 de la suprafața S_1 :

$$\dot{Q}_{ef21} = \iint d^2 \dot{Q}_{ef21} = \dot{q}_{ef2} \cdot \iint \frac{\cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2}{\pi \cdot l^2} \cdot dS_1 \cdot dS_2$$

Integrala dublă pe suprafețele S_1 și S_2 poartă denumirea de **suprafață de radiație reciprocă** și se notează cu S_{12} .

$$S_{12} = \iint \frac{\cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2}{\pi \cdot l^2} \cdot dS_1 \cdot dS_2 \quad [\text{m}^2]$$

Raportul dintre suprafața de radiație reciprocă, S_{12} , și suprafața S_1 reprezintă **factorul de formă** al suprafeței S_1 în raport cu suprafața S_2 și se notează cu φ_{12} :

$$\varphi_{12} = \frac{S_{12}}{S_1} = \frac{1}{S_1} \cdot \iint \frac{\cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2}{\pi \cdot l^2} \cdot dS_1 \cdot dS_2 = \frac{\dot{Q}_{ef12}}{S_1 \cdot \dot{q}_{ef1}} = \frac{\dot{Q}_{ef12}}{\dot{Q}_{ef1}} \quad [-]$$

Raportul dintre suprafața de radiație reciprocă, S_{12} , și suprafața S_2 reprezintă **factorul de formă** al suprafeței S_2 în raport cu suprafața S_1 și se notează cu φ_{21} :

$$\varphi_{21} = \frac{S_{12}}{S_2} = \frac{1}{S_2} \cdot \iint \frac{\cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2}{\pi \cdot l^2} \cdot dS_1 \cdot dS_2 = \frac{\dot{Q}_{ef12}}{S_2 \cdot \dot{q}_{ef2}} = \frac{\dot{Q}_{ef12}}{\dot{Q}_{ef2}} \quad [-]$$

Remarcă: Factorul de formă, φ_{12} reprezintă fracțiunea fluxului efectiv radiat de una dintre suprafețe și care ajunge pe cealaltă suprafață.

Între factorii de formă există următoarea corelație:

$$S_{12} = S_1 \cdot \varphi_{12} = S_2 \cdot \varphi_{21} \quad \rightarrow \quad \varphi_{21} = \frac{S_1}{S_2} \cdot \varphi_{12}$$

4.2.2. Radiația între două corpuri oarecare

Se consideră două corpuri cenușii având suprafețele convexe și temperaturile diferite, separate de un mediu transparent la radiații termice.

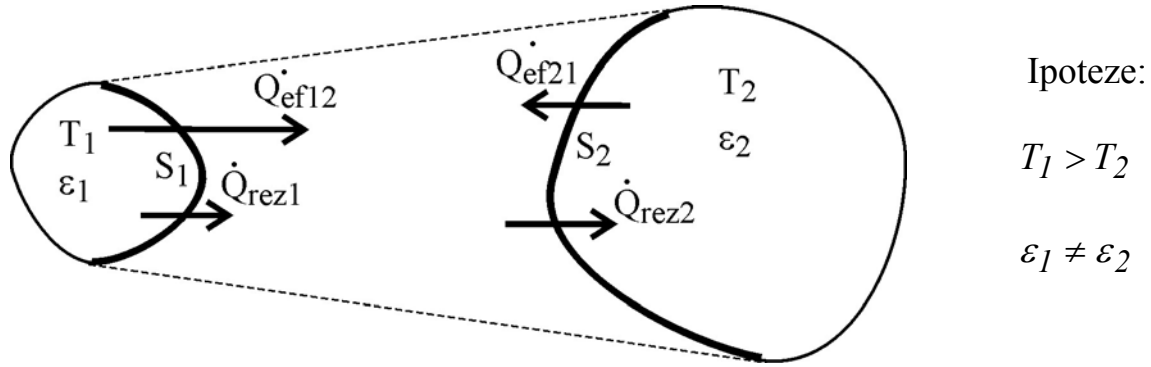


Fig. 4.9: Radiația a două corpuri oarecare

Fluxul de căldură transmis prin radiație de către corpul 1 către corpul 2 este egal, pe de o parte, cu diferența dintre fluxurile efective reciproce ale celor două corpuri, iar pe de altă parte cu fluxul rezultat al corpului 1 și cu fluxul rezultat, cu semn schimbat, al corpului 2:

$$\dot{Q}_{12} = \dot{Q}_{ef12} - \dot{Q}_{ef21} = \dot{Q}_{rez1} = -\dot{Q}_{rez2} \quad [\text{W}]$$

$$\dot{Q}_{ef12} = \varphi_{12} \cdot \dot{Q}_{ef1} = \varphi_{12} \cdot \left[\frac{S_1}{\varepsilon_1} \cdot E_1 - \left(\frac{1}{\varepsilon_1} - 1 \right) \cdot \dot{Q}_{rez1} \right]$$

$$\dot{Q}_{ef21} = \varphi_{21} \cdot \dot{Q}_{ef2} = \varphi_{21} \cdot \left[\frac{S_2}{\varepsilon_2} \cdot E_2 - \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right) \cdot \dot{Q}_{rez2} \right]$$

$$\dot{Q}_{ef12} = \varphi_{12} \cdot \left[\sigma_o \cdot S_1 \cdot T_1^4 - \left(\frac{1}{\varepsilon_1} - 1 \right) \cdot \dot{Q}_{12} \right]$$

$$\dot{Q}_{ef21} = \varphi_{21} \cdot \left[\sigma_o \cdot S_2 \cdot T_2^4 + \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right) \cdot \dot{Q}_{12} \right]$$

$$\dot{Q}_{12} = \varphi_{12} \cdot \left[\sigma_o \cdot S_1 \cdot T_1^4 - \left(\frac{1}{\varepsilon_1} - 1 \right) \cdot \dot{Q}_{12} \right] - \varphi_{21} \cdot \left[\sigma_o \cdot S_2 \cdot T_2^4 + \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right) \cdot \dot{Q}_{12} \right]$$

$$\dot{Q}_{12} \cdot \left[1 + \varphi_{12} \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon_1} - 1 \right) + \varphi_{21} \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right) \right] = \varphi_{12} \cdot \sigma_o \cdot S_1 \cdot T_1^4 - \varphi_{21} \cdot \sigma_o \cdot S_2 \cdot T_2^4$$

$$\dot{Q}_{12} = \frac{\varphi_{12} \cdot \sigma_o \cdot S_1 \cdot (T_1^4 - T_2^4)}{1 + \varphi_{12} \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon_1} - 1 \right) + \varphi_{21} \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)}$$

În expresia fluxului termic total, inversul numitorului fracției se numește emisivitatea reciprocă și se notează cu ε_{12} :

$$\varepsilon_{12} = \frac{1}{1 + \varphi_{12} \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon_1} - 1 \right) + \varphi_{21} \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)}$$

$$\dot{Q}_{12} = \varphi_{12} \cdot \varepsilon_{12} \cdot \sigma_o \cdot S_1 \cdot (T_1^4 - T_2^4) \quad [\text{W}]$$

Remarcă: Fluxul de căldură nu depinde de distanța dintre cele două corpuri.

Fluxul de căldură primit prin radiație de corpul 2 de la corpul 1 va fi:

$$\dot{Q}_{21} = \varphi_{21} \cdot \varepsilon_{12} \cdot \sigma_o \cdot S_2 \cdot (T_2^4 - T_1^4) \quad [\text{W}]$$

Remarcă: Fluxurile de căldură, $\dot{Q}_{12}$ și $\dot{Q}_{21}$, cedat de corpul 1 și respectiv primit de corpul 2, sunt egale și de semn contrar.

$$\dot{Q}_{12} = -\dot{Q}_{21}$$

4.2.3. Radiația între doi pereți plani paraleli

Se consideră doi pereți plani, paraleli, având temperaturi și emisivități diferite și fiind separați de un mediu transparent.

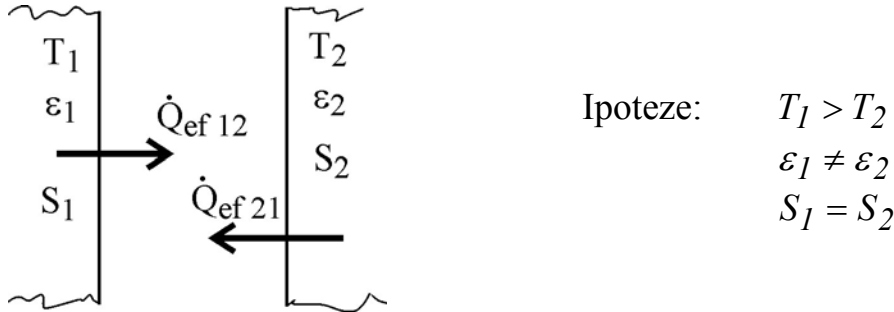


Fig. 4.10: Radiația între doi pereți plani paraleli

Întreg fluxul de căldură efectiv al suprafeței 1 ajunge pe suprafața 2 și invers.

$$\dot{Q}_{ef1} = \dot{Q}_{ef12} \rightarrow \phi_{12} = 1$$

$$\dot{Q}_{ef2} = \dot{Q}_{ef21} \rightarrow \phi_{21} = 1$$

Emisivitatea reciprocă a celor doi pereți va avea forma:

$$\varepsilon_{12} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\varepsilon_1} - 1 + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}$$

$$\dot{Q}_{12} = \varepsilon_{12} \cdot \sigma_o \cdot S_1 \cdot (T_1^4 - T_2^4) = \frac{\sigma_o \cdot S_1 \cdot (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} \quad [\text{W}]$$

$$\dot{q}_{12} = \frac{\dot{Q}_{12}}{S_1} = \varepsilon_{12} \cdot \sigma_o \cdot (T_1^4 - T_2^4) = \frac{\sigma_o \cdot (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} \quad [\text{W/m}^2]$$

În cazul în care emisivitățile celor doi pereți sunt egale, rezultă:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon \rightarrow \dot{q}_{12} = \frac{\varepsilon}{2 - \varepsilon} \cdot \sigma_o \cdot (T_1^4 - T_2^4)$$

Reducerea fluxului radiant se poate obține prin introducerea unui **ecran de radiație** între cei doi pereți. Ecranul de radiație este o placă foarte subțire, de obicei metalică, cu capacitate mare de reflexie, având aceeași temperatură pe ambele fețe.

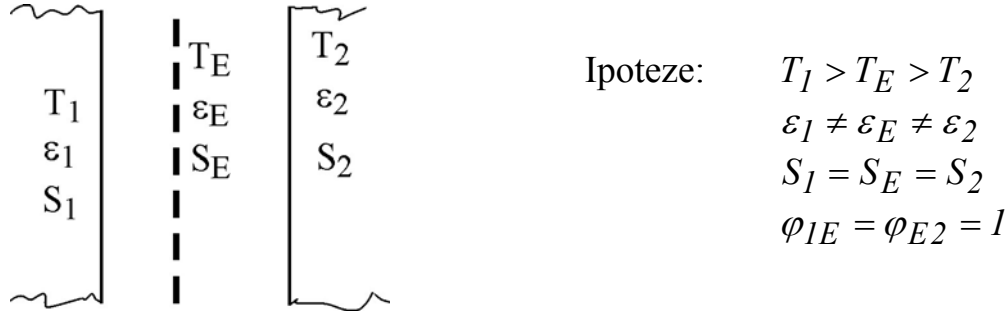


Fig. 4.11: Ecranul de radiație

$$\dot{q}_{1E2} = \dot{q}_{1E} = \dot{q}_{E2}$$

$$\begin{cases} \dot{q}_{1E2} = \varepsilon_{1E} \cdot \sigma_o \cdot (T_1^4 - T_E^4) & | \cdot \varepsilon_{E2} \\ \dot{q}_{1E2} = \varepsilon_{E2} \cdot \sigma_o \cdot (T_E^4 - T_2^4) & | \cdot \varepsilon_{1E} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \varepsilon_{E2} \cdot \dot{q}_{1E2} = \varepsilon_{1E} \cdot \varepsilon_{E2} \cdot \sigma_o \cdot T_1^4 - \varepsilon_{1E} \cdot \varepsilon_{E2} \cdot \sigma_o \cdot T_E^4 \\ \varepsilon_{1E} \cdot \dot{q}_{1E2} = -\varepsilon_{1E} \cdot \varepsilon_{E2} \cdot \sigma_o \cdot T_2^4 + \varepsilon_{1E} \cdot \varepsilon_{E2} \cdot \sigma_o \cdot T_E^4 \end{cases}$$

$$(\varepsilon_{1E} + \varepsilon_{E2}) \cdot \dot{q}_{1E2} = \varepsilon_{1E} \cdot \varepsilon_{E2} \cdot \sigma_o \cdot (T_1^4 - T_2^4)$$

$$\dot{q}_{1E2} = \frac{\varepsilon_{1E} \cdot \varepsilon_{E2}}{\varepsilon_{1E} + \varepsilon_{E2}} \cdot \sigma_o \cdot (T_1^4 - T_2^4) = \frac{\sigma_o \cdot (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{2}{\varepsilon_E} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 2}$$

În cazul în care atât cei doi pereți cât și ecranul de radiație au emisivități egale:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_E = \varepsilon \quad \rightarrow \quad \varepsilon_{1E} = \varepsilon_{E2} = \frac{\varepsilon}{2 - \varepsilon}$$

rezultă:

$$\dot{q}_{1E2} = \frac{\varepsilon}{2 \cdot (2 - \varepsilon)} \cdot \sigma_o \cdot (T_1^4 - T_2^4) = \frac{\dot{q}_{12}}{2} \quad [\text{W/m}^2]$$

Remarcă: Introducerea între doi pereți a unui ecran de radiație având emisivitatea egală cu a pereților reduce fluxul radiant la jumătate.

În cazul a "n" ecrane de radiație introduse între doi pereți având emisivități diferite:

$$\varepsilon_1 \neq \varepsilon_{E_1} \neq \varepsilon_{E_2} \neq \dots \neq \varepsilon_{E_n} \neq \varepsilon_2$$

rezultă:

$$\dot{q}_{1E2} = \dot{q}_{1E_1} = \dot{q}_{E_1E_2} = \dot{q}_{E_2E_3} = \dots = \dot{q}_{E_n2}$$

$$\begin{cases} \dot{q}_{1E2} = \varepsilon_{1E_1} \cdot \sigma_o \cdot (T_1^4 - T_{E_1}^4) \\ \dot{q}_{1E2} = \varepsilon_{E_1E_2} \cdot \sigma_o \cdot (T_{E_1}^4 - T_{E_2}^4) \\ \vdots \\ \dot{q}_{1E2} = \varepsilon_{E_n2} \cdot \sigma_o \cdot (T_{E_n}^4 - T_2^4) \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_1^4 - T_{E_1}^4 = \frac{\dot{q}_{1E2}}{\sigma_o} \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_{E_1}} - 1 \right) \\ T_{E_1}^4 - T_{E_2}^4 = \frac{\dot{q}_{1E2}}{\sigma_o} \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon_{E_1}} + \frac{1}{\varepsilon_{E_2}} - 1 \right) \\ \vdots \\ T_{E_n}^4 - T_2^4 = \frac{\dot{q}_{1E2}}{\sigma_o} \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon_{E_n}} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right) \end{cases}$$

$$T_1^4 - T_2^4 = \frac{\dot{q}_{1E2}}{\sigma_o} \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{2}{\varepsilon_{E_1}} + \frac{2}{\varepsilon_{E_2}} + \dots + \frac{2}{\varepsilon_{E_n}} + \frac{1}{\varepsilon_2} - (n+1) \right)$$

$$\dot{q}_{1E2} = \frac{\sigma_o \cdot (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + 2 \cdot \sum_{j=1}^n \frac{1}{\varepsilon_{E_j}} + \frac{1}{\varepsilon_2} - (n+1)}$$

În cazul în care atât cei doi pereți cât și cele "n" ecrane au emisivități egale:

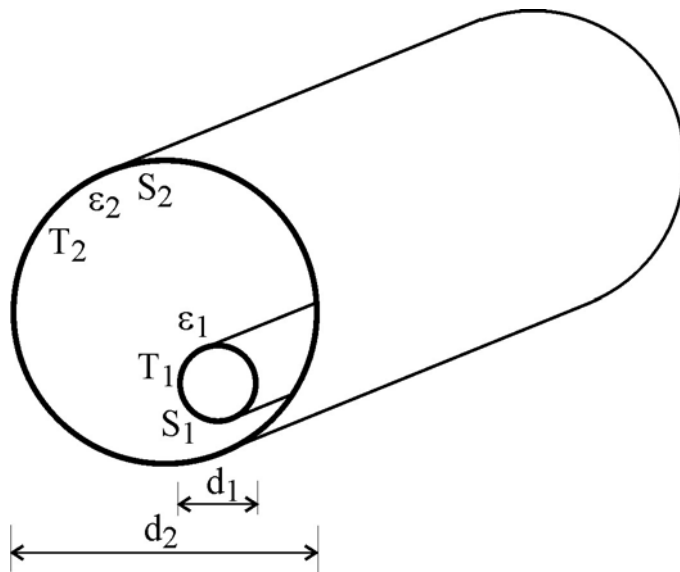
$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_{E_j} = \varepsilon \rightarrow \varepsilon_{1E_1} = \varepsilon_{E_1E_2} = \dots = \varepsilon_{E_n2} = \frac{\varepsilon}{2 - \varepsilon}$$

rezultă:

$$\dot{q}_{1E2} = \frac{\sigma_o \cdot (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon} + \frac{2 \cdot n}{\varepsilon} + \frac{1}{\varepsilon} - (n+1)} = \frac{1}{n+1} \cdot \frac{\varepsilon}{2 - \varepsilon} \sigma_o \cdot (T_1^4 - T_2^4) = \frac{1}{n+1} \cdot \dot{q}_{12}$$

4.2.4. Radiația între un corp și învelișul său

Se consideră două conducte circulare montate una în cealaltă având axele paralele și temperaturi diferite.



Ipoteze: $T_1 > T_2$

$\varepsilon_1 \neq \varepsilon_2$

$d_1 < d_2$

$S_1 < S_2$

Fig. 4.12: Un corp și învelișul său

Întreaga radiație efectivă emisă de suprafața exterioară a conductei interioare ajunge pe suprafața interioară a conductei exterioare.

$$\dot{Q}_{ef1} = \dot{Q}_{ef12} \rightarrow \varphi_{12} = 1 \rightarrow \varphi_{21} = \frac{S_1}{S_2} \cdot \varphi_{12} = \frac{S_1}{S_2}$$

$$\dot{Q}_{12} = \frac{\sigma_o \cdot S_1 \cdot (T_1^4 - T_2^4)}{1 + \frac{1}{\varepsilon_1} - 1 + \frac{S_1}{S_2} \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)} = \frac{\sigma_o \cdot S_1 \cdot (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{S_1}{S_2} \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)} = \varepsilon_{12} \cdot \sigma_o \cdot S_1 \cdot (T_1^4 - T_2^4)$$

unde ε_{12} este emisivitatea reciprocă dintre cele două conducte:

$$\varepsilon_{12} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{S_1}{S_2} \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)}$$

Fluxul unitar de căldură schimbat între cele două conducte va fi:

$$\dot{q}_{12} = \frac{\dot{Q}_{12}}{S_1} = \varepsilon_{12} \cdot \sigma_o \cdot (T_1^4 - T_2^4) \quad [\text{W/m}^2]$$

În cazul în care diametrele conductelor sunt aproape egale, fluxul radiant are expresia obținută în cazul pereților plani paraleli:

$$d_1 \cong d_2 \quad \rightarrow \quad S_1 \cong S_2 \quad \rightarrow \quad \varphi_{21} = 1$$

$$\dot{Q}_{12} = \frac{\sigma_o \cdot S_1 \cdot (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} = \varepsilon_{12} \cdot \sigma_o \cdot S_1 \cdot (T_1^4 - T_2^4) \quad [\text{W}]$$

Emisivitatea reciprocă dintre cele două conducte, ε_{12} devine:

$$\varepsilon_{12} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}$$

În cazul în care conducta interioară are diametrul mult mai mic decât cea exterioară, fluxul radiant total devine:

$$d_1 \ll d_2 \quad \rightarrow \quad S_1 \ll S_2 \quad \rightarrow \quad \varphi_{21} \cong 0$$

$$\dot{Q}_{12} = \frac{\sigma_o \cdot S_1 \cdot (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1}} = \varepsilon_1 \cdot \sigma_o \cdot S_1 \cdot (T_1^4 - T_2^4) \quad [\text{W}]$$

Remarcă: Fluxul radiant nu depinde de materialul din care este realizată conducta exterioară.