MODULO Nº 3

CIRCUITOS " R-L" EN CORRIENTE ALTERNA

Conexión en serie

Sean dos bobinas con las resistencias $\mathbf{R_1}$ y $\mathbf{R_2}$ **y** los coeficiente de autoinducción $\mathbf{L_1}$ y $\mathbf{L_2}$ conectadas en serie (fig. 1). En los bornes A-C se aplica la tensión alterna **Ub**. Entonces circulará por ambas bobinas la corriente de intensidad **I**

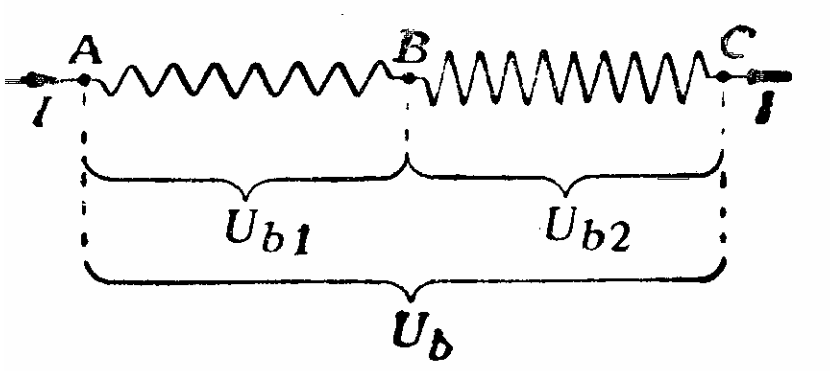

fig 1 circuito serie

Esta corriente es exactamente igual en las dos bobinas, no sólo en valor eficaz, sino también en los valores instantáneos. La tensión óhmica de la primera bobina es $\mathbf{U_{R1} = I\ R_1}$

ambas con resistencia y autoinducción y la de la segunda bobina $\mathbf{U_{R2} = I\ R_2}$

Entre las tensiones óhmicas y la corriente no existe diferencia de fase tienen, pues, la misma dirección y se pueden sumar aritméticamente. Por lo tanto, se cumple el teorema:

En la conexión en serie, la intensidad de la corriente es la misma en todo el circuito, y la tensión o caída óhmica $\mathbf{U_R}$ *es igual a la suma aritmética de las tensiones óhmicas,* esto es,

$$\mathbf{U_R = U_{R1} + U_{R2} = I\ R_1 + I\ R_2 = I\ (R_1 + R_2)}$$

La tensión reactiva de la primera bobina es $\mathbf{U_{L1} = I\ XL_1 = I\ \omega L_1}$

La tensión reactiva de la segunda bobina es $\mathbf{U_{L2} = I\ XL_2 = I\ \omega L_2}$

Las tensiones reactivas están avanzadas 90° con relación a la corriente. La tensión reactiva total $\mathbf{U_L}$ es también igual a la suma aritmética de las tensiones reactivas, esto es,

$$\mathbf{U_L = U_{L1} + U_{L2} = I\ XL_1 + I\ XL_2 = I\ \omega L_1 + I\ \omega L_2 = I\ \omega\ (L_1 + L_2)}$$

Para la tensión entre bornes de cada bobina se tiene:

$$\mathbf{U_{b1} = \sqrt{U^2_{R1} + U^2_{L1}} = \sqrt{I^2 R^2_1 + I^2 \omega^2 L^2_1} = I.\sqrt{R^2_1 + \omega^2 L^2_1}}$$

$$\mathbf{U_{b2} = \sqrt{U^2_{R2} + U^2_{L2}} = \sqrt{I^2 R^2_{21} + I^2 \omega^2 L^2_2} = I.\sqrt{R^2_2 + \omega^2 L^2_2}}$$

Para la tensión total entre bornes se tiene:

$$U_b = \sqrt{U^2_R + U^2_L} = I.\sqrt{(R^2_1 + R^2_2) + \omega^2 (L^2_1 + L^2_2)} = Z * I$$

$$U_b^2 = U_{b1}^2 + U_{b2}^2 + 2U_{b1}.U_{b2}.Cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

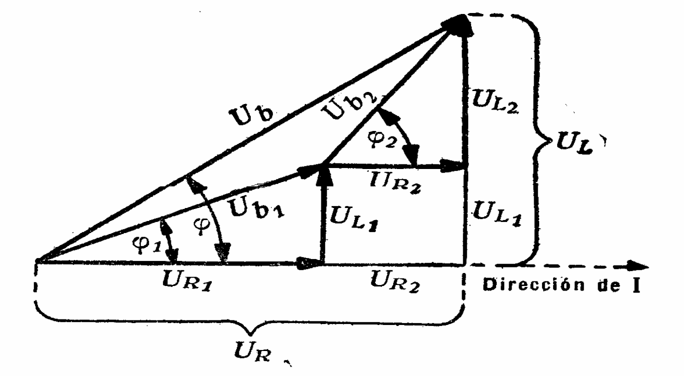

fig 2 triángulo de tensiones de la conexión de la serie

El triángulo de tensiones está reproducido en la figura 2
De lo que antecede resultan las fórmulas siguientes:

para las resistencias: $\mathbf{R_1 = R_1 + R_2}$

para las reactancias: $\mathbf{XL_1 = XL_1 + XL_2}$

para las impedancias: $\mathbf{Z = \sqrt{R^2 + XL^2}}$

$$\mathbf{Z^2 = Z_1^2 + Z_2^2 + 2.Z_1.Z_2.Cos\ (\varphi_2 - \varphi_1)}$$

El triángulo de resistencias está dado en la figura 3
Para las potencias se obtienen las siguiente fórmulas,

Potencia real de la primera bobina: $\mathbf{P_1 = U_{b1}\ I\ Cos\ \varphi_1}$

Potencia real de la segunda bobina: $\mathbf{P_2 = U_{b2}\ I\ Cos\ \varphi_2}$

Potencia real total: $\mathbf{P = P_1 + P_2 = U_b\ I\ Cos\ \varphi}$

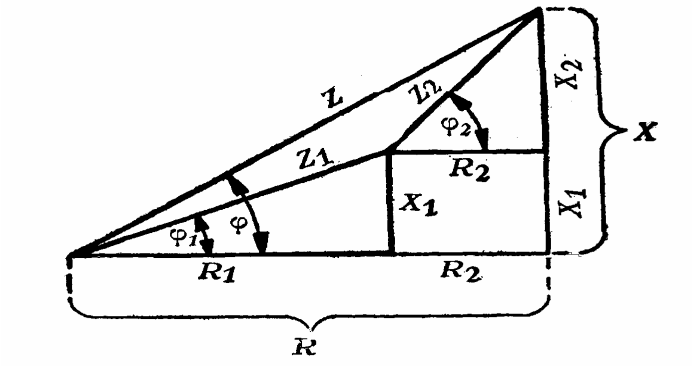

FIG. 3. **triángulo de resistencias de la conexión de la figura** 1

Potencia reactiva de la primera bobina: $\mathbf{Pr_1 = U_{b1}\ I\ Sen\ \varphi_1}$

.

Potencia reactiva de la segunda bobina: $\mathbf{Pr_2 = U_{b2}\ I\ Sen\ \varphi_2}$

Potencia reactiva total: $\mathbf{P = Pr_1 + Pr_2 = U_b\ I\ Sen\ \varphi}$

Potencia aparente de la primera bobina: $\mathbf{Pa_1 = U_{b1}\ I}$

Potencia aparente de la segunda bobina: $\mathbf{Pa_2 = U_{b2}\ I}$

Potencia aparente total: $\mathbf{Pa^2 = P_{a1}^2 + P_{a2}^2 + 2.Pa_1.Pa_2.Cos\ (\varphi_2 - \varphi_1)}$

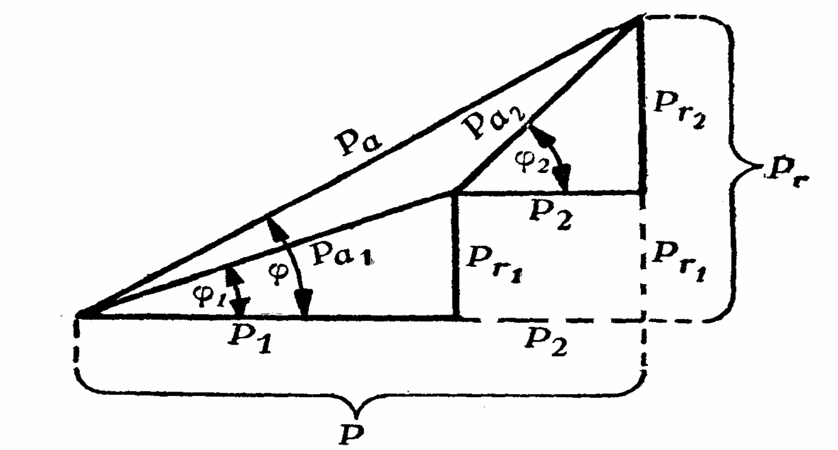

fig. 4. Triángulo de potencias de la conexión de la figura 1

De la ecuación para la potencia real total resulta,

$$\mathbf{U_b\ Cos\ \varphi = U_{b1}\ Cos\ \varphi_1 + U_{b2}\ Cos\ \varphi_2}$$

La figura 4 representa el triángulo de potencias.

Conexión en paralelo

Dos receptores conectados en paralelo tienen siempre la misma tensión en los bornes. Si $\mathbf{R_1}$ y $\mathbf{R_2}$ son las resistencias de ambos receptores (bobinas $\mathbf{B_1}$ y $\mathbf{B_2}$) y $\mathbf{L_1}$ y $\mathbf{L_2}$ son sus inductancias, tendrán a la frecuencia **f** las reactancias $\mathbf{XL_1 = 2\,\pi\,f\,L_1}$ y $\mathbf{XL_2 = 2\,\pi\,f\,L_2}$

sus impedancias son

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + XL_1^2} \qquad \text{y} \qquad Z_2 = \sqrt{R_2^2 + XL_2^2}$$

La corriente total se subdivide en las dos parciales $\mathbf{I_1}$ e $\mathbf{I_2}$, y se tiene $\mathbf{Ub_1 = I_1\,Z_1}$ **y** $\mathbf{Ub_2 = I_2\,Z_2}$ y, por lo tanto, también

$$I_1\,Z_1 = I_2\,Z_2$$

o bien

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{Z_2}{Z_1}$$

Luego en la conexión en paralelo las intensidades son inversamente proporcionales a las impedancias

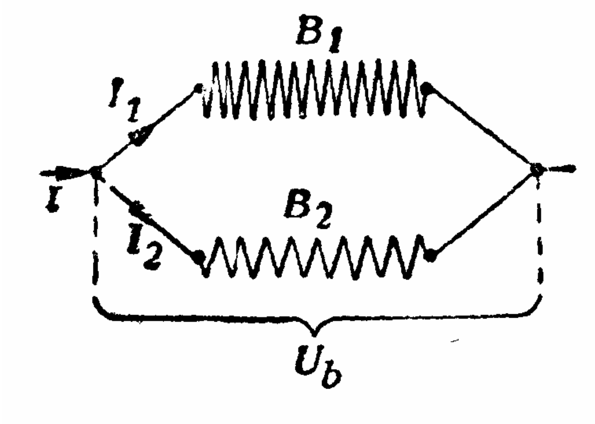

fig. 5. DOS receptores bobinas en paralelo,

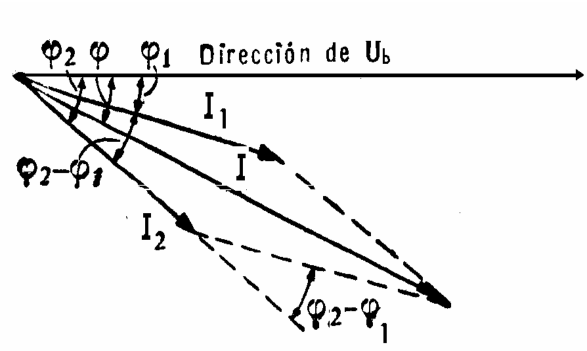

fig. 6 . Diagrama vectorial correspondiente a la figura 5

Si **Z** es la impedancia total de la conexión en paralelo, será

$$Ub_1 = I\;Z$$

En los bornes de las dos bobinas existe la misma tensión Ub. La corriente $\mathbf{I_1}$ va retrasada con relación a la tensión en los bornes en el ángulo φ_1 ., la corriente $\mathbf{I_2}$ en el ángulo φ_2. Las dos corrientes $\mathbf{I_1}$ e $\mathbf{I_2}$ no están, por consiguiente, en fase. La intensidad de la corriente total es la suma geométrica de las intensidades de las dos ramas. Se obtiene, en consecuencia, el diagrama vectorial reproducido en la figura 6 , siendo

$$I^2 = I_1^2 + I_2^2 + 2.I_1.I_2.\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

Los ángulos de fase se obtienen de ser

$$\cos\varphi_1 = \frac{R_1}{Z_1} \quad \text{y} \quad \cos\varphi_2 = \frac{R_2}{Z_2}$$

Para los valores instantáneos se tiene, como siempre,

$$i = i_1 + i_2$$

es decir, el valor instantáneo de la corriente i en el conductor de ida de vuelta es igual a la suma aritmética de los dos valores instantáneos i_1 e i_2 correspondiente al mismo momento a las dos derivaciones .

Las corrientes pueden descomponerse en sus partes activas y reactivas- . Para las corrientes activas de las dos bobinas se obtiene :

$$I_{ac1} = I_1 \cos\varphi_1 \quad \text{e} \quad I_{ac2} = I_2 \cos\varphi_2$$

y para las corrientes reactivas

$$I_{r1} = I_1 \operatorname{Sen}\varphi_1 \quad \text{e} \quad I_{r2} = I_2 \operatorname{Sen}\varphi_2$$

Dibujando en el triángulo de intensidades (fig. 6) las corrientes activa y reactiva (fig. 7), se ve que por una parte se suman las intensidades reactivas y por otra las corrientes activas. Por lo tanto, resulta:

$$I_{ac} = I_{ac1} + I_{ac2} \quad \text{e} \quad I_r = I_{r1} + I_{r2}$$

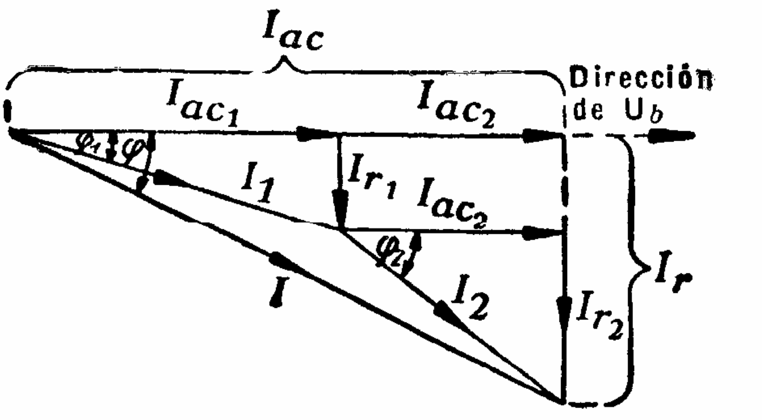

FIG. 7. Triángulo de Intensidades correspondientes a la figura 5

I_{ac} , es la corriente activa total, e I_r la corriente reactiva total de la conexión en paralelo. Por ultimo,

$$I_1 = \sqrt{I_{ac1}^2 + I_{r1}^2} \qquad I_2 = \sqrt{I_{ac2}^2 + I_{r2}^2} \qquad I = \sqrt{I_{ac}^2 + I_r^2}$$

En algunas conexiones cálculo con ayuda de resistencias ofrece ciertas dificultades, pudiendo entonces resolverse el problema más rápidamente con ayuda de las conductancias. Bajo este nombre sabemos se entiende el valor recíproco de la resistencia, es decir, la magnitud $\mathbf{R}$. La unidad de conductancia es el siemens, siendo

$$\frac{1}{1\ \text{ohmio}} = 1\ \text{siemens}$$

Como la conductancia representa Ia magnitud $\frac{1}{R} = \frac{I}{Ub}$ se la puede considerar como la intensidad de corriente por unidad de tensión (voltio)

Cuando en un receptor como, por ej. , una bobina, se considere, conductancia como intensidad de corriente por unidad de tensión aplicada (por voltio), es natural que también pueda considerarse la resistencia como tensión por unidad de intensidad (amperio).

En la primera bobina se obtiene:

para la conductancia aparente o admitancia: $Y_1 = \frac{I_1}{Ub_1} = \frac{1}{Z_1} = \frac{1}{\sqrt{R_1^2 + XL_1^2}}$;

para la conductancia verdadera o simplemente conductancia :

$$G_1 = \frac{I_{ac1}}{Ub_1} = \frac{I_1 \operatorname{Cos} \varphi_1}{Ub} = \frac{\operatorname{Cos} \varphi_1}{Z_1}$$

y como $\operatorname{Cos} \varphi_1 = \frac{R_1}{Z_1}$ resulta $G_1 = \frac{R_1}{Z_1^2}$

para la conductancia reactiva o susceptancia: $B_1 = \frac{I_{r1}}{Ub_1} = \frac{I_1 \operatorname{Sen} \varphi_1}{Ub} = \frac{\operatorname{Sen} \varphi_1}{Z_1}$

y como $\operatorname{Sen} \varphi_1 = \frac{XL_1}{Z_1}$ resulta $B_1 = \frac{XL_1}{Z_1^2}$

De igual modo se obtiene en la segunda bobina para la admitancia $Y_2 = \frac{1}{Z_2}$

para la conductancia y susceptancia es : $G_2 = \frac{R_2}{Z_2^2}$ y $B_2 = \frac{XL_2}{Z_2^2}$

Lo mismo que con las resistencias, también puede dibujarse un Triángulo de conductancias (fig. 8). Este triángulo de las conductancias no es otro que el de intensidades para 1(un) Volt de tensión. Las admitancias tienen la misma dirección que las intensidades, las conductancias verdaderas la misma que las tensiones en los bornes y que las corrientes activas, y las susceptancias la misma que las corrientes reactiva;. Las magnitudes de igual dirección, como las conductancias o las susceptancias, pueden sumarse aritméticamente, resultando, pues,

$$G = G_1 + G_2 \qquad y \qquad B = B_1 + B_2$$

G es la conductancia total y **B** la susceptancia total de la conexión en paralelo. Las admitancias, que no tienen la misma dirección, se sumarán geométricamente, resultando

$$Y^2 = Y_1^2 + Y_2^2 + 2\,Y_1 Y_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

o bien :

$$Y = \sqrt{G^2 + B^2}$$

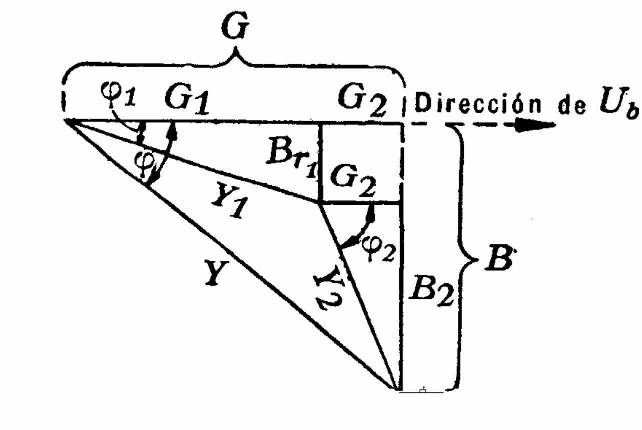

fig 8 triángulo de admitancias

Si por calculo o gráficamente se ha encontrado el triángulo de conductancias, la impedancia total de la conexión en paralelo será :

$$Z = \frac{1}{Y}$$

la reactancia total

$$XL = Z \operatorname{Sen} \varphi = \frac{\operatorname{Sen}\varphi}{Y}, \quad \text{siendo} \quad \operatorname{Sen} \varphi = \frac{B}{Y} \quad , \quad \text{nos queda} \quad XL = \frac{B}{Y^2}$$

Y la resistencia total

$$R = Z \operatorname{Cos} \varphi = \frac{\operatorname{Cos}\varphi}{Y}, \quad \text{siendo} \quad \operatorname{Cos} \varphi = \frac{G}{Y} \quad , \quad \text{nos queda} \quad R = \frac{G}{Y^2}$$

Por consiguiente, dos bobinas conectadas en paralelo pueden considerarse como una sola que posea la ímpedancia Z, la reactancia XL y la resistencia R.

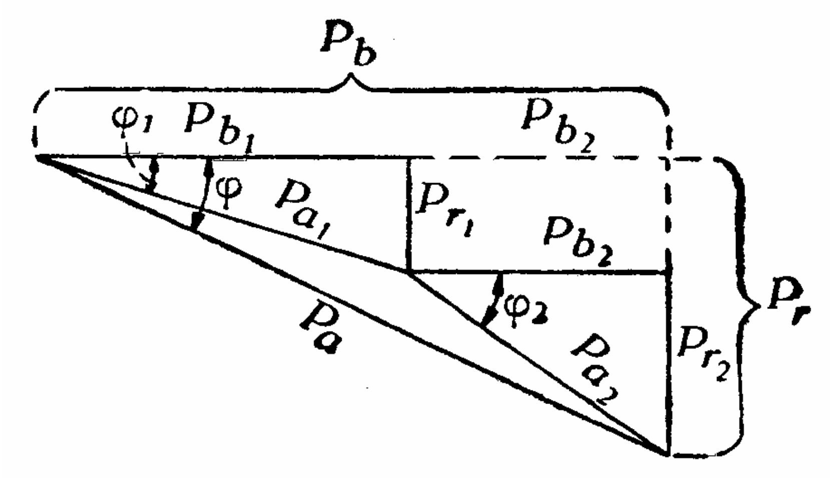

Fig. 9. Triángulo de las potencias correspondientes a la figura 5

Multiplicando las intensidades por la tensión en los bornes Ub se obtienen las correspondientes potencias. El triángulo de corrientes se convierte en el triángulo de potencias (fig 9). Como fácilmente puede deducirse de este último, las potencias reales

$$\mathbf{Pb_1 = Ub\ I_{ac1} = Ub\ I_l\ Cos\ \varphi_1} \quad \text{y} \quad \mathbf{Pb_2 = Ub\ I_{ac2} = Ub\ I_2\ Cos\ \varphi_2}$$

se suman aritméticamente La potencia real total es

$$\mathbf{Pb = Pb_1 + Pb_2 = Ub\ I\ Cos\ \varphi}$$

Del mismo modo se suman aritméticamente las potencias reactivas

$$\mathbf{Pr_1 = Ub\ I_{r1} = Ub\ I_l\ Sen\ \varphi_1} \quad \text{y} \quad \mathbf{Pr_2 = Ub\ I_{r2} = Ub\ I_2\ Sen\ \varphi_2}$$

La potencia reactiva total es

$$\mathbf{Pr = Pr_1 + Pr_2 = Ub\ I\ Sen\ \varphi}$$

Las potencias aparente son $\mathbf{Pa_l = Ub\ I_1}$ y $\mathbf{Pa_2\ Ub\ I_2}$

Estas se suman geométricamente. La potencia aparente total es, por 1o tanto,

$$\mathbf{P_a^2 = P_{a1}^2 + P_{a2}^2 + 2\ P_{a1} P_{a2}\ Cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

Conexión mixta

Bajo el nombre de conexión mixta se entiende la que contiene elementos conectados en serie y en paralelo. No puede indicarse un procedimiento de cálculo sencillo y general aplicable a esta clase de conexiones debido a la gran variedad existente. En la mayoría de los casos que se presentan en la práctica se puede llegar a un resultado considerando la conexión dada como una en serie de resistencias sencillas con otras acopladas en paralelo entre si , o como una conexión en paralelo de resistencias sencillas con otras conectadas en serie entre sí.
Los ejemplos que damos a continuación tienden a esclarecer este procedimiento en algunas conexiones que se presentan con relativa frecuencia.

-XOXOXOXOXOXOXOXOXOXOXOXOXOXOXOXOX-