

Exercícios Extras de Funções Reais

Pelo Professor Geraldo Pacheco

1) Considerando a função $f: R \rightarrow R$, definida por $f(x) = 5x + 2$, calcule a e b sabendo que $f(a) = b$ e $f(b) = 36a + 1$.

2) A função $f: R_+^* \rightarrow R$ é tal que no seu domínio: $f(ab) = f(a) + f(b)$.
Calcule $f(1)$ e Prove que $f\left(\frac{1}{a}\right) = -f(a)$.

3) Se $f(x+1) = \frac{3x+5}{2x+1}$, calcule $f(x)$.

4) Considerando as funções $f: R \rightarrow R$, $g: R \rightarrow R$, $h: R \rightarrow R$, definidas por $f(x) = 2x + 1$, $g(x) = x^2 - x + 2$ e $h(x) = 3 - x$, determine:

a) $f(g(x))$ b) $g(f(x))$ c) $g(f(h(x)))$

5) Sejam $f: R \rightarrow R$, $g: R \rightarrow R$ definidas por $f(x) = x^2 - x - 10$ e $g(x) = 3x - t$. Sabendo que $f(g(1)) = 2$, calcule t .

6) Determine as inversas das funções bijetoras abaixo:

a) $f(x) = 4x - 1$ b) $f(x) = \frac{3x+5}{2x+1}, x \neq -\frac{1}{2}$ c) $f(x) = x^2 - x + 2, x \leq \frac{1}{2}$

7) Uma função f real, do 1º grau, é tal que $f(0) = 1 + f(1)$ e $f(-1) = 2 - f(0)$. Determine $f(3)$.

8) Se f é uma função tal que $f(1) = a$, $f(\pi) = b$ e $f(x+y) = f(x) \cdot f(y)$, $\forall x, y \in R$, então $f(2+\pi)$ é igual a?

9) Definamos $f \begin{cases} f(0) = 1 \\ f(n+1) = 2^{f(n)} \end{cases}$. Então $f(3)$ é igual a?

10) São dadas f e g de R em R por $f(x) = x^2 - 2x - 3$ e $g(x) = \frac{3}{2}x + m$.
Se $f(0) + g(0) = -5$, então $f(m) - 2g(m)$ é igual a?

11) Dadas as funções reais $f(x) = \frac{1}{x-1}, x \neq 1$ e $g(x) = 2x-4$, o valor de $f \circ g(2) + g \circ f\left(\frac{1}{2}\right)$ é igual a?

12) Sejam $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funções tais que $g(x) = 3x+6$ e $f \circ g(x) = x^2 - 1$ para $x \in \mathbb{R}$. Então o valor de f em zero é?

13) Seja a função f tal que $f: \mathbb{R} - \{-2\} \rightarrow \mathbb{R}$, onde $f(x) = \frac{x-2}{x+2}$. O número real x que satisfaz $f(f(x)) = -1$ é?

14) Seja f uma função de \mathbb{R} em \mathbb{R} , definida por $f(x) = 2x+1$. Se f^{-1} é a função inversa de f , então $f\left(f\left(\frac{1}{2}\right)\right) - f^{-1}(5)$ é igual a?

15) Seja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, bijetora, definida por $f(x) = x^3 + 1$. Seja $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, bijetora, definida por $g(x) = \frac{4x+1}{3}$. Então, $f^{-1}(9) + g\left[f\left(\frac{1}{2}\right)\right]$ Vale?

16) Se $f(x+2) = \frac{2x-1}{x+3}, x \neq -3$, o domínio de $f(x)$ é:

- a) \mathbb{R}
- b) \mathbb{R}^*
- c) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq -3\}$
- d) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq -1\}$
- e) $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq \frac{1}{2}\right\}$

17) Sejam f e g funções de \mathbb{R} em \mathbb{R} definidas por $f(x) = 2x+1$ e $g(x) = x^2 + 3$. É correto afirmar que a função $f \circ g$, é:

- a) bijetora
- b) ímpar
- c) par
- d) decrescente para todo $x \in \mathbb{R}$
- e) injetora e não sobrejetora

18) A interseção dos gráficos das funções reais $f(x)=6x-2$ e $g(x)=x^2-7x+10$, quando desenhados num mesmo sistema cartesiano, é constituído pelos pontos $P(a,b)$ e $Q(c,d)$. A soma $a+b+c+d$ é igual a:

- a) 88
- b) 87
- c) 86
- d) 85
- e) 84

19) Sendo as funções $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x-5)=3x-8$ e $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $g(x)=2x+1$, assinale verdadeiro (V) ou falso (F) em cada uma das afirmações a seguir.

() $f(x-6)=3x+11$

() $g^{-1}(x)=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$

() $f(2)-g^{-1}(7)=10$

20) Se $f(x)=x-1$ e $g(f^{-1}(x))=x+2$, então $g(1)$ é igual a:

- a) 2
- b) 1
- c) 0
- d) -1
- e) -2

21) Determine o valor real de a para que $f(x)=\frac{x+1}{2x+a}$ possua como

inversa a função $f^{-1}(x)=\frac{1-3x}{2x-1}$.

22) Considere a função $f(x)=2x^2+1$ para $x \geq 0$. Sendo g a função inversa de f , então, pode-se afirmar que o número real $g(f(6))+f(g(6))$ pertence ao intervalo:

- a) $[0, 4]$
- b) $[4, 13]$
- c) $[2, 36)$
- d) $[36, 73]$
- e) $[73, 93]$

23) Se $x > 1$ e $f(x) = \frac{x}{x-1}$, então $f(f(x+1))$ é igual a:

- a) $x+1$
- b) $\frac{1}{x-1}$
- c) $x-1$
- d) $\frac{x}{x-1}$
- e) $\frac{x+1}{x-1}$

24) Dado que f é definida por $f(x) = \sqrt{x}$ e g é definida por $g(x) = x^2 - 1$, então o domínio da função composta $f(g(x))$ é:

- a) $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$
- b) $(-\infty, +\infty)$
- c) $[0, +\infty)$
- d) $(-1, 1)$
- e) $(-\infty, 0]$

25) Uma função de variáveis real satisfaz a condição $f(x+2) = 2f(x) + f(1)$, qualquer que seja a variável x . Sabendo-se que $f(3) = 6$, determine o valor de:

- a) $f(1)$
- b) $f(5)$

26) Uma função f é definida recursivamente como $f(n+1) = \frac{5f(n)+2}{5}$.

Sendo $f(1) = 5$, o valor de $f(5)$ é?

27) Considere as funções reais $f(x) = \frac{3}{5}x - a$ e $g(x) = 2x + 2$. Sabendo-se que $f(0) - g(0) = \frac{1}{3}$, deduzimos que $f(3) - 3g(4)$ é igual a?

28) Considere a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \begin{cases} 2x, & \text{se } x \in \mathbb{Q} \\ x^2 - 1, & \text{se } x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$

O valor de $f(\pi) + f(\sqrt{2}) - f(1)$ é:

- a) $\pi^2 + 2\sqrt{\pi} - 2$
- b) $2\pi + 2\sqrt{2} - 2$
- c) $\pi^2 - 2$
- d) $2\pi + 1$
- e) $2\sqrt{2} - \pi + 1$

29) Sejam a, b, c reais não-nulos e distintos, $c > 0$. sendo par a função dada por $f(x) = \frac{ax+b}{x+c}$, $-c < x < c$, então $f(x)$, para $-c < x < c$, é constante e igual a:

- a) $a + b$
- b) $a + c$
- c) c
- d) b
- e) a

30) Seja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função definida por $f(x) = a3^{bx}$, onde a e b são constantes reais. dado que $f(0) = 900$ e $f(10) = 300$, o valor de K tal que $f(k) = 100$?

31) Nas funções bijetoras abaixo, obtenha a lei de correspondência que define a função inversa.

a) $f: \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{3}\right\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{5}{3}\right\}$
 $x \rightarrow f(x) = \frac{5x+2}{3x-1}$

b) $f: \left\{x \in \mathbb{R} / x \geq \frac{1}{2}\right\} \rightarrow \left\{x \in \mathbb{R} / x \geq \frac{3}{4}\right\}$
 $x \rightarrow y = x^2 - x + 1$

32) Determine $f(x)$, nas funções abaixo:

- a) $f(x + 1) = 2x$
- b) $f(x - 2) = x^2 + x$

33) Determine $g(x)$. Nas funções abaixo:

- a) $f(x) = 2x - 4$ e $f(g(x)) = 6x + 2$
- b) $f(x) = 3x - 1$ e $f(g(x)) = 6x - 3$

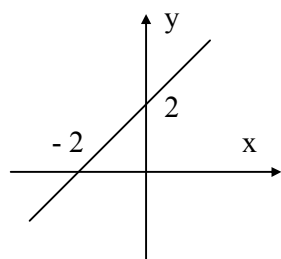
34) Ache o domínio de cada uma das seguintes funções:

- a) $f(x) = \frac{3x-6}{x-3}$
- b) $y = \sqrt{x-2} + \sqrt{-x+3}$

35) A população de uma cidade daqui a t anos é estimada em $P(t) = 30 - \frac{4}{t}$ milhares de pessoas. durante a 5º ano, o crescimento da população será de?

36) Construa o gráfico da função $f^{-1}(x)$, se existir.

a)



b)

