

Resolução da Prova CEFET-Pe - Unidade IPOJUCA

1ª Seleção de 2007 – Resolvida em 20 de Dezembro de 2007

Pelo Professor Geraldo Pacheco

16) Uma Sala de aula com 35 alunos, dos quais 22 são rapazes, foi feita um Q a pesquisa e constatou-se que 18 desses alunos gostam de matemática. É verdadeiro, portanto, afirmar que:

- a) Exatamente 5 rapazes gostam de matemática.
- b) Exatamente 18 mulheres gostam de matemática.
- c) Todos os homens gostam de matemática.
- d) No máximo 13 moças gostam de matemática.
- e) No máximo 5 rapazes gostam de matemática.

Solução: Lógica Matemática ou Teoria Elementar dos Conjuntos

Tenho um total de 35 alunos –(menos) 22 rapazes =(igual) 13 moças e tenho 18 alunos que gostam de matemática

Conclusão: No máximo 13 moças gostam de matemática

Letra D

17) A taxa de decréscimo de uma população de determinada cultura é obtida pela expressão $Q = Q_0 \cdot e^{-k \cdot t}$, onde Q_0 é a população inicial e Q é a população após t anos. Sabendo-se que em 7 anos essa população se reduzirá a $\frac{1}{5}$ da população inicial, então o valor de k nessa expressão é:

Dados: $\log 2 = 0,3$ e $\ln 10 = \log_e^{10} = 2,3$

- a) $\frac{2}{5}$
- b) $\frac{21}{25}$
- c) 1
- d) $\frac{23}{100}$
- e) 4

Solução: Logaritmo

Como temos a fórmula dada $Q = Q_0 \cdot e^{-k \cdot t}$ e foram dados $Q = \frac{1}{5} Q_0$ e $t = 7$,

substituindo na fórmula, teremos:

$$\frac{1}{5} Q_0 = Q_0 \cdot e^{-7k} \rightarrow 5^{-1} = e^{-7k} \rightarrow \log 5^{-1} = \log e^{-7k} \rightarrow -1 \cdot \log 5 = -7k \cdot \log e \rightarrow$$

$$\rightarrow \log 10 - \log 2 = 7k \cdot \frac{\log_e e}{\log_e^{10}} \rightarrow 1 - 0,3 = 7k \left(\frac{1}{2,3} \right) \rightarrow 0,7 = \frac{7k}{2,3} \rightarrow k = \frac{0,7 \cdot 2,3}{7} \rightarrow$$

$$\rightarrow k = 0,23 \rightarrow k = \frac{23}{100}$$

Conclusão: Letra D

"Os sonhos de DEUS jamais vão morrer"

www.geraldopacheco.blogspot.com

18) Duas torneiras enchem juntas, um tanque em 1h12min. Isoladamente, uma delas levaria uma hora a mais que a outra para encher o mesmo tanque. É correto, dizer que a torneira mais rápida encheria sozinha esse tanque em:

- a) 0,5 hora b) 1 hora c) 1,25 horas d) 1,5 horas e) 2 horas

Solução: **Aritmética: Problema clássico das torneiras**

Importante que 1h12min. $= 1 + \frac{12}{60} = 1 + \frac{1}{5} = \frac{6}{5} h = t$

$$\frac{1}{t} = \frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} \rightarrow \frac{1}{\frac{6}{5}} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} \rightarrow \frac{5}{6} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{6(x+1) + 6x = 5x(x+1)}{6x(x+1)} \therefore \cup = \mathbb{R} - \{0, -1\} \rightarrow 6x + 6 + 6x = 5x^2 + 5x \rightarrow \rightarrow$$

$$\rightarrow 5x^2 - 7x - 6 = 0 \therefore \Delta = 49 + 120 \rightarrow \Delta = 169 \rightarrow \sqrt{\Delta} = 13 \rightarrow \rightarrow$$

$$x = \frac{7 \pm 13}{10} \rightarrow x_1 = 2 \text{ ou } x = -\frac{6}{10} = -\frac{3}{5} \text{ Não serve, pois não temos tempo negativo.}$$

Conclusão: Uma torneira enche em 2 horas e a outra enche em 3 horas, como se deseja a torneira mais rápida, então 2 horas.

Letra E

19) O tempo de queda de um corpo abandonado no espaço é dado pela fórmula

$$t = \sqrt{\frac{2(h_0 - h)}{g}}, \text{ onde } h_0 \text{ é a altura inicial do corpo, } h \text{ é a altura após um tempo } t \text{ de}$$

queda (h, h_0 em metros e t em segundos) e g é aceleração da gravidade. Sabendo-

seque o corpo já percorreu 40m em queda livre e que $g = 9,8 \frac{m}{s^2}$, o tempo de queda

em segundos pertence ao intervalo:

- a)]0,1] b)]1,2] c)]2,3] d)]3,4] e)]4,5]

"Os sonhos de DEUS jamais vão morrer"

www.geraldopacheco.blogspot.com

Solução: Conjuntos Numéricos: Envolvendo raiz quadrada e Fração
ou Valor numérico de uma expressão algébrica

Temos a fórmula $t = \sqrt{\frac{2(h_0 - h)}{g}}$, foram dados $\begin{cases} h_0 = 40m \\ h = 0 \\ g = 9,8 \end{cases}$ então calculando o

valor de t teremos: $t = \sqrt{\frac{2 \cdot 40}{9,8}} = \sqrt{\frac{80}{9,8}} = \sqrt{\frac{800}{98}} = \sqrt{\frac{400}{49}} = \frac{20}{7} \cong 2,86$

Conclusão: O valor procurado estar no intervalo $]2,3]$

Letra C

20) Sabendo que $A = \sqrt{a} \cdot \sqrt[6]{a} \cdot \sqrt[18]{a} \cdot \sqrt[54]{a} \dots$ e que $a > 0$, é correto afirmar que o valor de A é:

- a) $\sqrt[4]{a^3}$ b) $\sqrt{\frac{a}{2}}$ c) $\sqrt[3]{a}$ d) $\sqrt[3]{a^2}$ e) $\sqrt{a^3}$

Solução: Progressão Geométrica

$$A = \sqrt{a} \cdot \sqrt[6]{a} \cdot \sqrt[18]{a} \cdot \sqrt[54]{a} \dots = a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{6}} \cdot a^{\frac{1}{18}} \cdot a^{\frac{1}{54}} \dots = a^{\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18} + \frac{1}{54} + \dots} \rightarrow A = a^{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a_1}{1-q}} \rightarrow PG \begin{cases} a_1 = \frac{1}{2} \\ q = \frac{1}{3} \end{cases},$$

progressão geométrica, onde o número de termos tende ao infinito ou seja:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a_1}{1-q} \rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} = \frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{2}{3}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{4}. \text{ Então voltamos para o cálculo de A}$$

encontraremos: $A = a^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{a^3}$.

Conclusão: Letra A

21) Dada à equação $2 \cdot 4^x - 3 \cdot 2^x + 1 = 0$, é correto afirmar que seu conjunto solução é:

- a) formado números inteiros positivos.
 b) formado por números inteiros negativos.
 c) formado por números racionais não inteiros.
 d) formado por números irracionais.
 e) número inteiros não positivos (**observação:** Na prova original estava escrito desta forma, o correto seria: *São números inteiros não negativos*)

Solução: **Equação Exponencial**

Temos a equação

$$2 \cdot 4^x - 3 \cdot 2^x + 1 = 0 \rightarrow 2 \cdot 2^{2x} - 3 \cdot 2^x + 1 = 0 \rightarrow 2^x = y \rightarrow 2y^2 - 3y + 1 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow \Delta = 9 - 8 \rightarrow \Delta = 1 \rightarrow \sqrt{\Delta} = 1 \rightarrow y = \frac{3 \pm 1}{4} \begin{cases} y = 1 \rightarrow 2^x = 1 = 2^0 \rightarrow x = 0 \\ y = \frac{1}{2} \rightarrow 2^x = 2^{-1} \rightarrow x = -1 \end{cases}, \text{então a}$$

solução será: $S = \{-1, 0\}$

Conclusão: Letra E

22. Na expressão $3 \cdot \log_2^{x^3} - 3 \cdot \log_2^y = 6$, a relação entre y e x é dada por:

a) $y = x^3$ b) $y = \frac{x^3}{4}$ c) $y = \sqrt{x^3}$ d) $y = \frac{\sqrt{x^3}}{2}$ e) $\frac{\sqrt{x}}{4}$

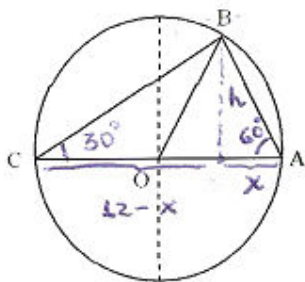
Solução: **Equação Logarítmica**

Temos a equação $3 \cdot \log_2^{x^3} - 3 \cdot \log_2^y = 6$ **Dividindo toda equação por 3 teremos:**

$$\log_2^{x^3} - \log_2^y = 2 \rightarrow \log_2^{\frac{x^3}{y}} = 2 \rightarrow \frac{x^3}{y} = 2^2 \rightarrow y = \frac{x^3}{4}.$$

Conclusão: Letra B

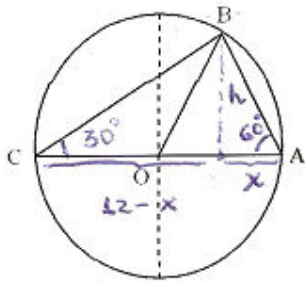
23. Num triângulo ABC, como mostra a figura abaixo, a circunferência circunscrita a esse triângulo de diâmetro AC tem raio igual a 6m e o ângulo BCO tem medida 30 graus. Então a área do triângulo ABO é



a) 9 m^2 b) $13\sqrt{2} \text{ cm}^2$ c) 15 m^2 d) $9\sqrt{3} \text{ m}^2$ e) $\frac{15\sqrt{3}}{2} \text{ m}^2$

Solução:

Trigonometria e Geometria Plana



$$\operatorname{tg} 30 = \frac{h}{12-x}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{h}{12-h}$$

$$h = \frac{\sqrt{3}(12-x)}{3}$$

$$\operatorname{tg} 60 = \frac{h}{x}$$

$$\sqrt{3} = \frac{h}{x}$$

$$h = \sqrt{3}.x$$

igualando as duas

$$\frac{\sqrt{3}(12-x)}{3} = \sqrt{3}.x$$

$$\frac{12-x}{3} = x$$

$$12-x = 3x$$

$$4x = 12^3$$

$$x = 3 \rightarrow h = \sqrt{3}.x \rightarrow h = 3\sqrt{3}$$

$$S = \frac{\text{Base} \cdot \text{Altura}}{2}$$

$$S = \frac{2x \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{2 \cdot 3 \cdot 3\sqrt{3}}{2}$$

$$S = 9\sqrt{3}$$

Conclusão: Letra D

24. A tangente do arco x , para $\frac{\pi}{2} < x < \pi$, onde x é solução da equação

$$16.\cos^2 x + 3.\operatorname{sen}^2 x = 7, \text{ é:}$$

a) $\frac{1}{2}$

b) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

c) 1

d) $-\frac{3}{2}$

e) $\sqrt{3}$

"Os sonhos de DEUS jamais vão morrer"

www.geraldopacheco.blogspot.com

Solução: Equação Trigonométrica

O problema é sobre tgx e temos o ângulo x entre $\frac{\pi}{2} < x < \pi$, logo $a\ tg < 0$

$$\begin{aligned} 16.\cos^2 x + 3.\text{sen}^2 x &= 7 & 16.\cos^2 x + \frac{27}{13} &= 7 \\ 16.(1 - \text{sen}^2 x) + 3.\text{sen}^2 x &= 7 & 16.\cos^2 x &= 7 - \frac{27}{13} \\ 16 - 16.\text{sen}^2 x + 3.\text{sen}^2 x &= 7 & 16.\cos^2 x &= \frac{64}{13} \\ \cancel{16} - 13.\text{sen}^2 x &= \cancel{9} & \cos^2 x &= \frac{4}{13} \\ \text{sen}^2 x &= \frac{9}{13} & \cos x &= \pm \frac{2}{\sqrt{13}} = -\frac{2}{\sqrt{13}} \cdot \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{13}} = -\frac{2\sqrt{13}}{13} \\ \text{sen} x &= \frac{3}{\sqrt{13}} \cdot \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{13}} = \frac{3\sqrt{13}}{13} \end{aligned}$$

Concluimos que: $tgx = \frac{\frac{3\sqrt{13}}{13}}{-\frac{2\sqrt{13}}{13}} \rightarrow tgx = -\frac{3}{2}$

Conclusão: Letra D

25. O 5º termo do desenvolvimento de $\left(x + \frac{1}{x}\right)^{11}$ é:

- a) $462 \cdot x^5$ b) $330 \cdot x^7$ c) $462 \cdot x^3$ d) $330 \cdot x^3$ e) $2772 \cdot x^6$

Solução: Binômio de Newton

Se tivéssemos o binômio de Newton da forma original $(a + b)^n$ o termo geral se

calcularia da forma $T_k = T_{p+1} = \binom{n}{p} \cdot b^{n-p} \cdot a^p$, então teremos como solução:

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^{11} = \left(\frac{1}{x} + x\right)^{11} \rightarrow T_5 = T_{4+1} = \binom{11}{4} \cdot x^{11-4} \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^4 = \frac{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot x^7 \cdot \frac{1}{x^4} = 330 \cdot x^3$$

Conclusão: Letra D

"Os sonhos de DEUS jamais vão morrer"

www.geraldopacheco.blogspot.com

26. Caso pudéssemos escolher, para determinado município do estado, placas de carros somente com consoantes do alfabeto de 26 letras, e os quatro números sempre de forma que o número da direita fosse maior que o da esquerda, então o número máximo de emplacamento possível, nesse município, sabendo que as placas iniciariam sempre com a letra K, seria:

- a) 17 560 b) 59 150 c) 92 610 d) 141 610 e) 260 000

Solução: **Análise Combinatória**

26 Letras - 5 Vogais = 21 Consoantes

$$K \times 21 \times 21 \times _ _ _ _ _ K \times 21 \times 21 \times C_{10,4} = 441 \times \frac{10 \times \overset{3}{9} \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 441 \times 210 = 92.610$$

Conclusão: Letra C

27. Antônio tem quatro filhos: Abel, Bartolomeu, Carlos e Diogo, cujas idades estão em ordem decrescente. A diferença das idades dos dois mais velhos é 2, e a diferença de idade entre o primeiro e o terceiro é 4 e a do segundo para o caçula é de 9 anos. A idade do mais velho, sabendo que a soma das idades dos mais novos é 77, é:

- a) 52 b) 46 c) 44 d) 43 e) 42

Solução: **Conjuntos Numéricos: Problemas nos Naturais**

$A \rightarrow$ **Mais velho**

B

C

$D \rightarrow$ **Mais novo**

$$A - B = 2 \rightarrow B = A - 2$$

$$A - C = 4 \rightarrow C = A - 4$$

$$B - D = 9 \rightarrow D = A - 11$$

$$C + D = 77 \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow A - 4 + A - 11 = 77 \rightarrow 2A = 92 \rightarrow A = 46$$

"Os sonhos de DEUS jamais vão morrer"

www.geraldopacheco.blogspot.com

Conclusão: Letra B

28. Sejam um vaso cilíndrico de diâmetro interno D e uma esfera de raio R igual a dois terços do raio interno desse cilindro. O vaso contém água suficiente para cobrir totalmente essa esfera, quando inserida no seu interior.

Sabendo que h é aumento do nível de água após a introdução da esfera no cilindro, então a relação entre h e D é:

a) $h = \left(\frac{2}{3}\right)^4 \cdot D$ b) $h = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot D$ c) $h = \left(\frac{4}{9}\right)^4 \cdot D$ d) $h = \left(\frac{2}{3}\right) \cdot D$ e) $h = D^{\frac{2}{3}}$

Solução: Geometria Espacial

O cilindro tem: $D = 2r \rightarrow r = \frac{D}{2}$ **e a**

esfera tem: $R = \frac{2}{3} \cdot r \rightarrow R = \frac{2}{3} \cdot \frac{D}{2} \rightarrow R = \frac{D}{3}$

Sabendo que: $Volume_{Deslocado} = Volume_{Deslocado_no_Cilindro} = Volume_{Esfera}$, então

teremos: $Volume_{Deslocado_no_Cilindro} = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2 \cdot h = \frac{\pi \cdot D^2 \cdot h}{4}$ **e o**

$Volume_{Esfera} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{D}{3}\right)^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \frac{D^3}{27} = \frac{4 \cdot \pi \cdot D^3}{81}$ **e igualando os dois valores**

encontraremos: $\frac{\pi \cdot D^2 \cdot h}{4} = \frac{4 \cdot \pi \cdot D^3}{81} \rightarrow h = \frac{16}{81} \cdot D \rightarrow h = \left(\frac{2}{3}\right)^4 \cdot D$

Conclusão: A

29. A equação da parábola com vértice em $V(-1, 2)$ e diretriz $x = -2$ é:

a) $x^2 - 4x - 4y + 4 = 0$

b) $x^2 - 4x - 4y = 0$

c) $y^2 - 4y - 4x + 8 = 0$

d) $y^2 - 4y + 4x + 8 = 0$

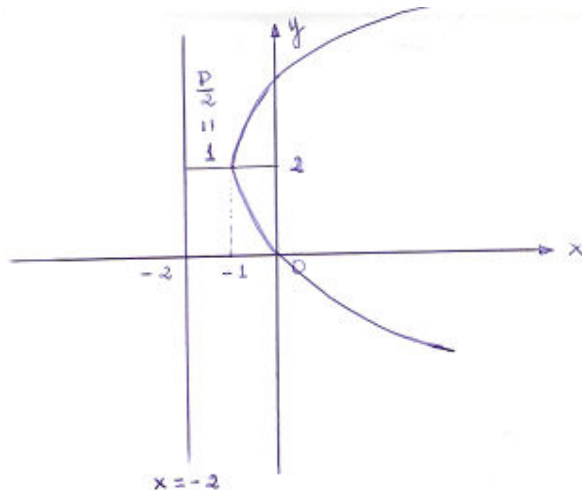
e) $y^2 - 4y - 4x = 0$

"Os sonhos de DEUS jamais vão morrer"

www.geraldopacheco.blogspot.com

Solução:

Geometria Analítica



Se $\frac{p}{2} = 1 \rightarrow p = 2$

então a equação geral é da forma : $(y - y_0)^2 = 2p.(x - x_0)$, teremos então

$$(y - 2)^2 = 2.2(x - (-1)) \rightarrow y^2 - 4y + \cancel{4} = 4x + \cancel{4} \rightarrow y^2 - 4y - 4x = 0$$

Solução: Letra E

30) A união dos conjuntos das raízes cúbicas dos complexos -1 e 1 é o conjunto das

- a) raízes cúbicas de 1.
- b) das raízes cúbicas de -1.
- c) das raízes sextas de 1.
- d) das raízes sextas de -1.
- e) não corresponde às raízes de nenhum complexo.

"Os sonhos de DEUS jamais vão morrer"

www.geraldopacheco.blogspot.com

Solução: Conjunto dos Números Complexos

Vamos calcular a raiz cúbica de: $\begin{cases} x = \sqrt[3]{-1} \\ y = \sqrt[3]{1} \end{cases}$

Em primeiro lugar vamos calcular a raiz cúbica de $x = \sqrt[3]{-1}$

Então teremos: $x = \sqrt[3]{-1} \Rightarrow x = \sqrt[3]{-1+0.i} \rightarrow z = -1+0.i \Rightarrow x = \sqrt[n]{z}$

$$|z| = \sqrt{(-1)^2 + 0^2} \Rightarrow |z| = 1$$

Como $z = -1+0.i$, então teremos: $\theta = \begin{cases} \text{sen}\theta = \frac{b}{|z|} = \frac{0}{1} = 0 \\ \text{cos}\theta = \frac{a}{|z|} = \frac{-1}{1} = -1 \end{cases} \Rightarrow \theta = \pi \text{ rad}$

Colocando na forma algébrica:

$$z = |z| \cdot (\cos\theta + i.\text{sen}\theta) \Rightarrow z = 1 \cdot (\cos\pi + i.\text{sen}\pi) \Rightarrow z = \cos\pi + i.\text{sen}\pi$$

E colocaremos na Segunda fórmula de MOIVRE:

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{|z|} \left[\cos\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right) + i.\text{sen}\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right) \right]$$

$$\sqrt[3]{-1} = \sqrt[3]{1} \left[\cos\left(\frac{\pi + 2k\pi}{3}\right) + i.\text{sen}\left(\frac{\pi + 2k\pi}{3}\right) \right]$$

$$\sqrt[3]{-1} = \cos\left(\frac{\pi + 2k\pi}{3}\right) + i.\text{sen}\left(\frac{\pi + 2k\pi}{3}\right)$$

Como teremos três raízes, vamos atribuir valores para $k = 0, 1$ e 2 , então as soluções :

$$k = 0 \rightarrow S_1 = \cos\left(\frac{\pi + 2.0.\pi}{3}\right) + i.\text{sen}\left(\frac{\pi + 2.0.\pi}{3}\right) = \cos\frac{\pi}{3} + i.\text{sen}\frac{\pi}{3} \rightarrow S_1 = \frac{1}{2} + i.\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$k = 1 \rightarrow S_1 = \cos\left(\frac{\pi + 2.1.\pi}{3}\right) + i.\text{sen}\left(\frac{\pi + 2.1.\pi}{3}\right) = \cos\pi + i.\text{sen}\pi \rightarrow S_1 = -1 + i.0 = -1$$

$$k = 2 \rightarrow S_1 = \cos\left(\frac{\pi + 2.2.\pi}{3}\right) + i.\text{sen}\left(\frac{\pi + 2.2.\pi}{3}\right) = \cos\frac{5\pi}{3} + i.\text{sen}\frac{5\pi}{3} \rightarrow S_1 = \frac{1}{2} - i.\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Então para a raiz cúbica de -1 temos como solução: $S = \left\{ \frac{1}{2} + i \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}; -1; \frac{1}{2} - i \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right\}$

Em segundo lugar vamos calcular a raiz cúbica de $y = \sqrt[3]{1}$

Então teremos: $y = \sqrt[3]{1} \Rightarrow y = \sqrt[3]{1+0.i} \rightarrow z = 1+0.i \Rightarrow y = \sqrt[n]{z}$

$$|z| = \sqrt{1^2 + 0^2} \Rightarrow |z| = 1$$

Como $z = -1+0.i$, então teremos: $\theta = \begin{cases} \text{sen}\theta = \frac{b}{|z|} = \frac{0}{1} = 0 \\ \text{cos}\theta = \frac{a}{|z|} = \frac{1}{1} = 1 \end{cases} \Rightarrow \theta = 0\text{rad}$

Colocando na forma algébrica:

$$z = |z| \cdot (\cos\theta + i \cdot \text{sen}\theta) \Rightarrow z = 1 \cdot (\cos 0 + i \cdot \text{sen} 0) \Rightarrow z = \cos 0 + i \cdot \text{sen} 0$$

E colocaremos na Segunda fórmula de MOIVRE:

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{|z|} \left[\cos\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right) + i \cdot \text{sen}\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right) \right]$$

$$\sqrt[3]{1} = \sqrt[3]{1} \left[\cos\left(\frac{0 + 2k\pi}{3}\right) + i \cdot \text{sen}\left(\frac{0 + 2k\pi}{3}\right) \right]$$

$$\sqrt[3]{1} = \cos\left(\frac{2k\pi}{3}\right) + i \cdot \text{sen}\left(\frac{2k\pi}{3}\right)$$

Como teremos três raízes, vamos atribuir valores para $k = 0, 1$ e 2 , então as soluções:

$$k = 0 \rightarrow S_1 = \cos\left(\frac{2 \cdot 0 \cdot \pi}{3}\right) + i \cdot \text{sen}\left(\frac{2 \cdot 0 \cdot \pi}{3}\right) = \cos 0 + i \cdot \text{sen} 0 = 1 + i \cdot 0 \rightarrow S_1 = 1$$

$$k = 1 \rightarrow S_1 = \cos\left(\frac{2 \cdot 1 \cdot \pi}{3}\right) + i \cdot \text{sen}\left(\frac{2 \cdot 1 \cdot \pi}{3}\right) = \cos \frac{2\pi}{3} + i \cdot \text{sen} \frac{2\pi}{3} \rightarrow S_1 = -\frac{1}{2} + i \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$k = 2 \rightarrow S_1 = \cos\left(\frac{2 \cdot 2 \cdot \pi}{3}\right) + i \cdot \text{sen}\left(\frac{2 \cdot 2 \cdot \pi}{3}\right) = \cos \frac{4\pi}{3} + i \cdot \text{sen} \frac{4\pi}{3} \rightarrow S_1 = -\frac{1}{2} - i \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

"Os sonhos de DEUS jamais vão morrer"

www.geraldopacheco.blogspot.com

Então para a raiz cúbica de 1 temos como solução $S = \left\{ 1; -\frac{1}{2} + i \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2} - i \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right\}$

Agora iremos calcular: $\sqrt[n]{1} = \sqrt[n]{1+i \cdot 0} \rightarrow z = 1+i \cdot 0 = \sqrt[n]{z}$

$$|z| = \sqrt{1^2 + 0^2} \Rightarrow |z| = 1$$

$$\theta = \begin{cases} \operatorname{sen}\theta = \frac{b}{|z|} = \frac{0}{1} = 0 \\ \cos\theta = \frac{a}{|z|} = \frac{1}{1} = 1 \end{cases} \Rightarrow \theta = 0 \text{ rad}$$

Colocando na forma algébrica:

$$z = |z| \cdot (\cos\theta + i \cdot \operatorname{sen}\theta) \Rightarrow z = 1 \cdot (\cos 0^\circ + i \cdot \operatorname{sen} 0^\circ) \Rightarrow z = \cos 0^\circ + i \cdot \operatorname{sen} 0^\circ$$

E colocaremos na Segunda fórmula de MOIVRE:

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{|z|} \left[\cos\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right) + i \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right) \right]$$

$$\sqrt[6]{1} = \sqrt[6]{1} \left[\cos\left(\frac{0 + 2k\pi}{6}\right) + i \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{0 + 2k\pi}{6}\right) \right]$$

$$\sqrt[6]{1} = \cos\left(\frac{2k\pi}{6}\right) + i \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{2k\pi}{6}\right)$$

Como teremos seis raízes, vamos atribuir valores para $k = 0, 1, 2, 3, 4$ e 5 então as soluções :

$$k = 0 \rightarrow S_1 = \cos\left(\frac{2 \cdot 0 \cdot \pi}{6}\right) + i \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{2 \cdot 0 \cdot \pi}{6}\right) = \cos 0 + i \cdot \operatorname{sen} 0 = 1 + i \cdot 0 \rightarrow S_1 = 1$$

$$k = 1 \rightarrow S_2 = \cos\left(\frac{2 \cdot 1 \cdot \pi}{6}\right) + i \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{2 \cdot 1 \cdot \pi}{6}\right) = \cos \frac{\pi}{3} + i \cdot \operatorname{sen} \frac{\pi}{3} \rightarrow S_2 = \frac{1}{2} + i \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$k = 2 \rightarrow S_3 = \cos\left(\frac{2 \cdot 2 \cdot \pi}{6}\right) + i \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{2 \cdot 2 \cdot \pi}{6}\right) = \cos \frac{2\pi}{3} + i \cdot \operatorname{sen} \frac{2\pi}{3} \rightarrow S_3 = -\frac{1}{2} + i \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$k = 3 \rightarrow S_4 = \cos\left(\frac{2 \cdot 3 \cdot \pi}{6}\right) + i \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{2 \cdot 3 \cdot \pi}{6}\right) = \cos \pi + i \cdot \operatorname{sen} \pi = -1 + i \cdot 0 \rightarrow S_4 = -1$$

"Os sonhos de DEUS jamais vão morrer"

www.geraldopacheco.blogspot.com

$$k = 4 \rightarrow S_5 = \cos\left(\frac{2.4.\pi}{6}\right) + i.\text{sen}\left(\frac{2.4.\pi}{6}\right) = \cos\frac{4\pi}{3} + i.\text{sen}\frac{4\pi}{3} \rightarrow S_5 = -\frac{1}{2} - i.\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$k = 5 \rightarrow S_6 = \cos\left(\frac{2.5.\pi}{6}\right) + i.\text{sen}\left(\frac{2.5.\pi}{6}\right) = \cos\frac{5\pi}{3} + i.\text{sen}\frac{5\pi}{3} \rightarrow S_6 = \frac{1}{2} - i.\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Então calculando as seis raízes teremos

$$S = \left\{ 1; -\frac{1}{2} + i.\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2} - i.\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2} + i.\frac{\sqrt{3}}{2}; -1; \frac{1}{2} - i.\frac{\sqrt{3}}{2} \right\}$$

Se você prestar atenção as seis soluções encontradas, são iguais as soluções das outras duas equações do terceiro grau.

Conclusão: Letra C