Curso de Matemática Básica

Professor Geraldo Pacheco

CRITÉRIOS DE DIVISIBILIDADE

i) Divisibilidade por 2:

Todo número **par** é divisível por 2.

ii) Divisibilidade por 3 ou por 9:

Quando a soma dos algarismos for um número divisível por 3 ou por 9, respectivamente.

iii) Divisibilidade por 4 ou por 8:

Quando a dezena ou a centena do número for divisível por 4 ou por 8, respectivamente, ou se o número terminar em 00 ou 000, nessa ordem.

iv) Divisibilidade por 5:

Quando o número terminar em 0 ou 5.

v) Divisibilidade por 6:

Quando o número for divisível por 2 e 3 ao mesmo tempo.

vi) Divisibilidade por 7:

Quando o dobro do algarismo das unidades é subtraído dos algarismos restantes for múltiplo de 7

Exemplos:
161 é divisível por 7 16 - (2x1)= 14
8645 é divisível por 7 864 –(2x5) = 854 = 85 – (2x 4)= 77

vii) Divisibilidade por 10:

Quando o número terminar em 0.

viii) Divisibilidade por 11:

Quando a soma dos algarismos de ordem par (S_P) menos a soma dos algarismos de ordem ímpar (S_i) é um número divisível por 11. Como um caso particular, se $S_p - S_i = 0$ ou um número múltiplo de 11, então o número é divisível por 11.

Exemplo: 1353

viiii) Divisibilidade por 12:

Quando o número for divisível por 3 e 4 ao mesmo tempo.

DECOMPOSIÇÃO EM FATORES PRIMOS (OU FATORAÇÃO)

Números Primos

Um número natural é primo quando é divisível apenas por dois números distintos: Ele mesmo e o 1.

O número natural quando possui mais de dois divisores naturais é denominado: composto.

Observações:

- O número 1 não é primo nem composto
- O número 2 é o único número par primo

O matemático e astrônomo grego **Erastóstenes** criou o **Crivo de Erastóstenes**, que são a seqüência dos números primos, que vamos apresentar a vocês até 50, **em negrito**:

1	**2**	**3**	4	**5**	6	**7**	8	9	10
11	12	**13**	14	15	16	**17**	18	**19**	20
21	22	**23**	24	25	26	27	28	**29**	30
31	32	33	34	35	36	**37**	38	39	40
41	42	43	44	45	46	**47**	48	49	50

DECOMPOSIÇÃO EM FATORES PRIMOS OU FATORAÇÃO

Um número composto pode ser escrito sob a forma de produto de números primos.
Por exemplo, o número 60 pode ser escrito na forma
$2 \times 2 \times 3 \times 5 = 2^2 \times 3 \times 5$ que é chamada forma fatorada.

Procedimento para fatoração em números primos:

I. Dividimos o número considerado pelo menor número primo possível de modo que a divisão seja exata.

II. Continuamos a dividir, sucessivamente, ate que se obtenha quociente 1.

Na pratica usamos uma barra vertical vide exemplo:

$$
\begin{array}{r|l}
60 & 2 \\
30 & 2 \\
15 & 3 \\
5 & 5 \\
1 & 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 2^2 \times 3 \times 5
\end{array}
$$

QUANTIDADE DE DIVISORES DE UM NÚMERO (LEI DO EXPOENTE)

Para sabermos a quantidade de divisores de um número qualquer basta seguirmos os passos a seguir:

- Fatoramos o número dado;
- Adicionamos 1, a cada um dos expoentes;
- Multiplicamos os resultados.

Exemplo:
Quantos são os divisores positivos de 75?
Solução:
$75 = 3 \times 5 \times 5 = 3^1 \times 5^2$, logo: $(1+1).(1+2) = 2 \times 3 = 6$ divisores

Observação:
Será que podemos descobrir **quais** são os divisores de um número, ao invés de **quantos** são?

MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM (MMC)

Existem formas de determinar o MMC de dois ou mais números.

Regra de decomposição simultânea:

Para obter o mmc (30, 42, 60), decompomos, simultaneamente, em fatores primos os números 30, 42 e 60:

$$\begin{array}{r|l} 30,\ 42,\ 60 & 2 \\ 15,\ 21,\ 30 & 2 \\ 15,\ 21,\ 15 & 3 \\ 5,\ 7,\ 5 & 5 \\ 1,\ 7,\ 1 & 7 \\ 1,\ 1,\ 1 & \end{array}$$

Dessa forma, já obtemos todos os fatores primos comuns:

mmc (30, 42, 60) = $2^2.3.5.7 = 420$

Regra de decomposição em fatores primos:

Decompondo os números 30 e 12 em seus fatores primos, temos:

$$\begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{l} 30 = 2.3.5 \\ 12 = 2^2.3 \end{array}$$

Logo, o mmc (30; 12) é o produto dos fatores primo comum e não comum de maiores expoentes. $mmc(30;12) = 2^2.3.5 = 60$

MÁXIMO DIVISOR COMUM (MDC)

Regra de decomposição em fatores primos:

Decompondo os números 12 e 18 em seus fatores primos, temos:

12	2
6	3
3	3
1	

18	2
9	3
3	3
1	

$12 = 2^2 \times 3$

$18 = 2 \times 3^2$

Logo, mdc (12; 18) é o produto dos fatores primo comum de menor expoente. $mdc(12\,;18) = 2.3 = 6$

Regra das divisões sucessivas:

mdc (48; 60)

quocientes	//////	1	4	
	60	48	**12**	
restos	12	0		

MDC

Logo, o mdc (48; 60) =12.

Números primos entre sí

Dois números são denominados primos entre si, se o único divisor comum deles for o número 1.

Observação:

O produto do o m.m.c. e o m.d.c. de **<u>dois</u>** números quaisquer é igual ao produto desses números.

$$mmc(a,b) \textbf{ x } mmc(a,b) = a \ x \ b$$

TAREFA

1) (COVEST) Indique a alternativa falsa.
Um número natural é divisível por:
a) 2 se termina em 0, 2, 4, 6 ou 8.
b) 3 se a soma dos seus dígitos é divisível por 3.
c) 5 se a soma dos seus dígitos é divisível por 5.
d) 6 se é divisível por 2 e por 3.
e) 9 se a soma dos seus dígitos é divisível por 9.

2) Calcule quantos números podem ser formados com quatro algarismos, de modo que esses números sejam divisíveis por 2, 3, 5 e 9 ao mesmo tempo, sendo que os algarismos dos milhares é igual a 8.
a) 8 b) 9 c) 10 d) 11 e) 12

3) Um número é formado por 3 algarismos. O algarismo das unidades é 2 e o das centenas é 5. Determine os possíveis valores do algarismo das dezenas para que esse número seja divisível por 3.

4) (COVEST) Quando o mês de fevereiro tem 29 dias, o ano é chamado de bissexto. Os números, que representam os anos, que forem divisíveis por 4 correspondem aos anos bissextos, exceto os terminados em 00, que são bissextos somente se forem divisíveis por 400. Quais dos anos seguintes é bissexto?
a) 1500 b) 1954 c) 1984 d) 2100 e) 1970

5) (EEAR) O número $A = 2^3.3^n.5^2$ tem 48 divisores naturais se "n" for igual a:

a) 2 b) 5 c) 3 d) 6 e) 4

6) Calcular o valor de m para que o número $2^3 \times 3^2 \times 5^m$ admita 60 divisores.

7) Se $K = 9 \times 5^m$ e sabendo que ele admite 9 divisores, calcule o valor de K.

8) Seja **A7B** um número inteiro positivo, de três algarismos, no qual B e A representam os algarismos das unidades e das centenas, respectivamente. Para que esse número seja divisível por 15, calcule quantas possibilidades de escolha temos para **A7B**.

a) 6 b) 7 c) 8 d) 9 e) 10

9) (EEAR) Fatorando-se o número A, encontra-se $2^n \times 3^2 \times 5.$ Sabendo-se que o número A tem 36 divisores naturais, pode-se dizer que o valor de "n" é

a) 3 b) 4 c) 5 d) 6 e) 7

10) Calcule o mdc dos seguintes números:
a) 120 e 84 b) 36 e 12 c) 240, 180 e 72

11) Calcule o mmc dos seguintes números:
a) 30 e 42 b) 75 e 100 c) 65, 26 e 52

12) Sabendo que o mdc (x, 20) = 5 e que o mmc (x, 20) = 60, determine x.

13) Sejam **m** e **p** o MMC e o MDC dos números 180 e 150, respectivamente. Então **m/p** é igual a:
a) 180 b) 120 c) 30 d) 60 e) 45

14) Numa competição, partem juntos dois ciclistas. O primeiro leva 20 segundos para dar uma volta completa na pista e o segundo, 18. Eles estarão juntos novamente na largada depois de quantos minutos?

15) Pretende-se dividir 3 rolos de arame de 630, 300 e 200 metros de comprimento, em pedaços iguais e de maior tamanho possível. Calcule o comprimento de cada pedaço.

16) (CEFET – PI) Dona Luiza recebe periodicamente a visita de seus três filhos: João a visita a cada 15 dias; Maria a visita a cada 20 dias; e Antônio, a cada 24 dias. Como hoje é dia de seu aniversário, os três foram vê-la. Daqui a quantos dias os três se encontrarão novamente com dona Luiza?
a) 70 dias b) 90 dias c) 120 dias d) 130 dias e) 140 dias

17) (EEAR) Numa avenida que mede 4500m, a partir do início, a cada 250m, há uma parada de ônibus e a cada 225m, uma de bonde. A distância do início até o ponto em que, pela primeira vez, coincide a parada de ônibus com a de bonde é, em metros,

a) 4500 b) 3500 c) 2250 d) 775 e) ndr

FRAÇÃO

NÚMEROS RACIONAIS

A palavra **racional** deriva do **latim ratio** que significa **rateio,** divisão. Lembremos que toda divisão pode ser representada por um número fracionário,assim o conjunto constituídos pelos números positivos e negativos , as frações positivas e negativas e o zero recebe o nome de conjunto dos números racionais, sendo representado pela letra $\mathbb{Q}$.

$\mathbb{Q} = \{ x \mid x = \dfrac{p}{q}$, onde $p \in Z$ e $q \in Z^* \}$

$\mathbb{Q}^*$ a letra que designa o conjunto com o expoente asterisco, exclui o zero deste conjunto.

$\mathbb{Q}_+$ a letra que designa o conjunto com índice + exclui todos os números negativos .

$\mathbb{Q}_-$ a letra que designa o conjunto com índice - exclui todos os números positivos.

Fração é uma ou mais parte da unidade.

Vejamos o exemplo abaixo:

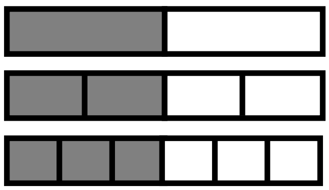
$\dfrac{4}{5}$ ou $4/5$

Então, percebemos que para representar uma fração são necessários dois números, ao quais chamamos de termos da fração.

Na fração $\dfrac{4}{5}$, temos os seguintes elementos:
Numerador: 4
Denominador: 5

FRAÇÕES EQUIVALENTES

Duas ou mais frações são equivalentes quando representam a mesma parte de uma grandeza
Exemplo:



$\rightarrow \frac{1}{2}$

$\rightarrow \frac{2}{4}$

$\rightarrow \frac{3}{6}$

Logo $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$

COMPARAÇÃO DE FRAÇÕES

Comparar frações significa identificar qual é a maior (ou menor) entre elas.

1º caso : As frações possuem denominadores iguais:
A maior fração será a que possuir o maior numerador.
Exemplo:

$$\frac{7}{10} > \frac{6}{10} \quad , \quad \frac{3}{7} < \frac{4}{7}$$

2º Caso : As frações possuem denominadores diferentes:
Reduzimos a frações equivalentes de mesmo denominador e procedemos como no caso anterior.

$\frac{2}{3} e \frac{1}{5} \quad mmc(3,5) = 15$

Fração equivalente a:

$\frac{2}{3}$; 15 : 3 =5 portanto $\frac{2 \, x \, 5}{15} = \frac{10}{15}$

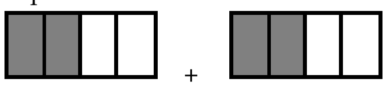
$$\Rightarrow \quad \frac{10}{15} > \frac{3}{15} \text{ então } \frac{2}{3} > \frac{1}{5}$$

$\frac{1}{5}$; 15 : 5 =3 portanto $\frac{3 \, x \, 1}{15} = \frac{3}{15}$

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE FRAÇÕES

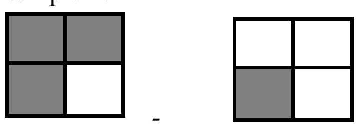
1º CASO: Denominadores iguais.

Exemplo 1:



$$\frac{2}{4} + \frac{2}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

Exemplo 2:



$$\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Conserva-se o denominador e somam-se ou subtraem-se os numeradores.

2º CASO: Denominadores diferentes.

- Calculamos o MMC dos denominadores;
- O MMC passa a ser o denominador de todas as frações;
- Dividimos o MMC pelos antigos denominadores e multiplicamos o resultado pelos numeradores;
- Finalmente, usamos o processo idêntico ao 1º caso.

Exemplo 1:

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{6} - \frac{2}{9} = \frac{27 + 30 - 8}{36} = \frac{49}{36}$$

$$MMC(4,6,9) = 36$$

MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO DE FRAÇÕES

Multiplicação: $\dfrac{numerador \times numerador}{deno\min ador \times deno\min ador}$

Exemplo :

$$\frac{5}{6} \times \frac{3}{8} = \frac{15}{48}$$

Divisão: Repete-se a 1ª fração e multiplica-se pelo o inverso da 2ª fração.

Exemplo:

$$\frac{\frac{5}{9}}{\frac{2}{3}} = \frac{5}{9} \times \frac{3}{2} = \frac{15}{18} = \frac{5}{6}$$

NÚMERO MISTO

Multiplica-se a parte inteira pelo denominador e soma-se o resultado com o numerador, conservando o valor do denominador, na realidade é a soma da parte inteira com a parte fracionária.

Exemplo:

$$7\frac{2}{3} = \frac{3 \times 7 + 2}{3} = \frac{21+2}{3} = \frac{23}{3} \rightarrow Pois: 7 + \frac{2}{3} = \frac{21}{3} + \frac{2}{2} = \frac{23}{3}$$

DÍZIMAS PERIÓDICAS

Regra Oficial

Dízima Periódica Simples = D.P.S

Exemplo 1

x = 0,2626... $= 0,\overline{26}$ Multiplica-se x100

$$\underbrace{100x = 26,26...}$$

$$100x = 26,26...$$

$$\underbrace{-x = -0,2626...}$$

$$99x = 26 \rightarrow x = \frac{26}{99}$$

Exemplo 2

x = 1,563563... Multiplica-se x1000

$$\underbrace{1000x = 1563,563...}$$

$$1000x = 1653,653...$$

$$\underbrace{-x = -1,563563...}$$

$$999x = 1652 \rightarrow x = \frac{1652}{999}$$

Dízima Periódica Composta = D.P.C

Exemplo 1

x = 0,2666...DPC Transformar em uma DPS x10

10x = 2,666...DPS x10

$$\underbrace{100x = 26,66...}$$

$$100x = 26,66...$$

$$\underbrace{-10x = -2,666...}$$

$$90x = 24 \rightarrow 45x = 12 \rightarrow x = \frac{4}{15}$$

Exemplo 2

x = 1,35656... DPC $\rightarrow$ DPS x10

10x = 13,5656… DPS x100

$$\underbrace{1000x = 1356,56...}$$

$$1000x = 1356,56...$$

$$\underbrace{-10x = -13,5656...}$$

$$990x = 1343 \rightarrow \frac{1343}{990}$$

Regra usual

DÍZIMAS PERIÓDICAS SIMPLES

A dízima é periódica simples quando o período vem logo após a vírgula. Sua geratriz é a fração que o numerador é igual ao período, e o denominador é tantos noves quantos forem os algarismos do período.

Exemplo 1:

$0,262626... = \frac{26}{99}$ Período: 26 Quantidade de algarismo do período: 2

Exemplo 2:

$1,563563... = 1\frac{563}{999}$ Período: 563 Quantidade de algarismo do período: 3

DÍZIMAS PERIÓDICAS COMPOSTA

A dízima é periódica composta quando o período não vem logo após a vírgula. Sua geratriz é a fração que o numerador é igual à parte não periódica, seguida do período, menos a parte não periódica, e o denominador são tantos noves quantos forem os algarismos do período, seguidos por tantos zeros quantos forem os algarismos da parte não periódica.

Exemplo 1:

$0,2666... = \frac{26-2}{90} = \frac{24}{90}$

Período: 6
Quantidade de algarismo do período: 1
Quantidade de algarismo da parte não periódica: 1

Exemplo 2:

$1,3565656... = 1\frac{356-3}{990} = 1\frac{353}{990}$

Período: 56
Quantidade de algarismo do período: 2
Quantidade de algarismo da parte não periódica: 1

TAREFA DEVESTIBULARES

18) (UFRN) O valor de $\frac{2}{0,666...}$ é:

a) 0,333...
b) 3,333...
c) 1,333...
d) 3
e) 12

19) (FUVEST) Das alternativas abaixo assinale aquela correspondente à geratriz da dízima periódica, $0{,}3457457457...$

a) $\frac{3454}{9990}$ b) $\frac{3457}{9000}$ c) $\frac{4573}{9000}$ d) $\frac{3454}{9009}$ e) $\frac{3457}{9990}$

20) (CESESPE-PE) A fração $\frac{13}{91}$ é:

a) irredutível
b) equivalente à fração 1/13
c) imprópria
d) maior que a fração 1/7
e) menor que a fração 2/13

21) (CESESPE-PE) Considere as frações a = 1/3 e b = 5/4. Qual das seguintes afirmativas está correta?

a) $a \times b = 1$
b) $a + b = 1/2$
c) $a - b = -1/3$

22) (FUVEST) O valor da expressão

$$\frac{1-\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{3}\right)}{\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{2}}$$ é:

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{7}{6}$ d) $\frac{3}{5}$ e) $-\frac{3}{5}$

23) (FUVEST) O valor da expressão:

$\frac{a+b}{1-ab}$, para $a = \frac{1}{2}$ e $b = \frac{1}{3}$, é:

a) 5 b) 1 c) 0 d) 3 e) 6

24) (CEFET-MG) O valor de $x + y$ na forma irredutível do número $\frac{x}{y} = \frac{1}{1-\frac{1}{1-\frac{1}{1-1{,}2\overline{3}}}}$ é:

a) 7 b) 30 c) 37 d) 67 e) NDR

25) (DETRAN-PE) Uma secretária deveria telefonar para todos os clientes da empresa em que trabalha. Porém, pela manhã ela fez um terço dos telefonemas; à tarde, conseguiu fazer três quintos dos restantes. Sabendo disso, podemos dizer que a fração de serviço que ainda precisa ser feita é igual a

a) 7/15 b) 4/15 c) 11/15 d) 1/15 e) 9/15

26) (CEFET -PE) O valor da expressão

$$\left[1:\left(1-\frac{1}{5}\right)\right]:\left[3:\left(1+\frac{1}{5}\right)\right]$$ é:

a) ½ b) 1 c) 2 d) 1/5 e) 5

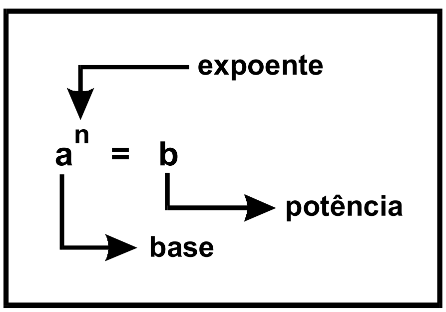
27) (CEFET-PE) O valor de $250 : 0{,}25$ é:
a) 1000 b) 62,5 c) 62 d) 65 e) 60,5

28) (EEAR) Um automóvel percorre 2/9 de uma estrada e depois percorre mais 1/3 da mesma e desse modo rodou 300km. O comprimento da estrada, em km, é
a) 360 b) 540 c) 720 d) 980 e)

29) (EEAR) Duas empreiteiras farão conjuntamente a pavimentação de uma estrada, cada uma trabalhando a partir de uma das extremidades. Se uma delas pavimentar 2/5 da estrada e a outra os 81 km restantes, a extensão dessa estrada é de:
a) 125 km d) 145 km
b) 135 km e) 160 km
c) 142 km

POTENCIAÇÃO

É um produto de tantos fatores iguais à base quantas são as unidades do expoente.



Então

$$a^n = \begin{cases} 1, \text{ se } n = 0 \\ a, \text{ se } n = 1 \\ \underbrace{a \cdot a \cdot a \ldots a}_{n \text{ fatores}}, \text{ se } n \geqslant 2 \end{cases}$$

Importante saber:

a) $a^0 = 1; \; para \; a \neq 0$ b) $a^1 = a$

c) Potência do expoente negativo:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}; \; com \; a \neq 0$$

d)Potência do expoente fracionário:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

Cuidado: $a^{m^n} \neq \left(a^m\right)^n$

Propriedades:
Multiplicação de potência de mesma base:

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

Quociente de potencia de mesma base:

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} ; com \ a \neq 0$$

Potência de potência:

$$(a^m)^n = a^{m.n}$$

Potência do produto:

$$(a.b)^m = a^m .b^m$$

Potência do quociente:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^n} ; com \ b \neq 0$$

PRODUTOS NOTÁVEIS E FATORAÇÃO

Bem vamos voltar ao tempo na nossa querida 7ª Série do ensino fundamental, vamos dar uma olhada nos **Produtos Notáveis**:

$$\left(a \pm b\right)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$\left(a + b + c\right)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

$$\left(a + b\right).\left(a - b\right) = a^2 - b^2$$

$$\left(a \pm b\right)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

Agora vamos para as **Fatorações**(Fatorar é transformar em produtos mais simples):

1. **Fator comum:** Temos que pegar todos os termos da expressão e dividir por quem estar em evidência: $ax + ay = a(x + y)$
2. **Agrupamento**: $\underbrace{ax - ay}_{a(x-y)} \underbrace{-bx + by}_{-b(x-y)} = a(x - y) - b(x - y) = (a - b).(x - y)$
3. **Fatoração de Cubo**: $a^3 \pm b^3 = (a \pm b).(a^2 \mp ab + b^2)$
4. **Diferença de Quadrado**: $a^2 - b^2 = (a + b).(a - b)$
5. **Trinômio de Quadrados não perfeitos**: $ax^2 + bx + c = a\left(x - x'\right).\left(x - x''\right)$,

   onde x' e x'' são as raízes da equação do 2º grau gerada pelo trinômio.

Observação(Não é fatoração): **Soma dos Quadrados**: $a^2 + b^2 = \left(a \pm b\right)^2 \mp 2ab$

TAREFA DO ALUNO

30. A Função Racional $f(x)=\dfrac{x^3-1}{(x^2-2x+1)(x^2+x+1)}$ está definida, para todo x $\in$ IR, $x \neq 1$.

Após simplificar ao máximo a expressão de f(x), obteremos?

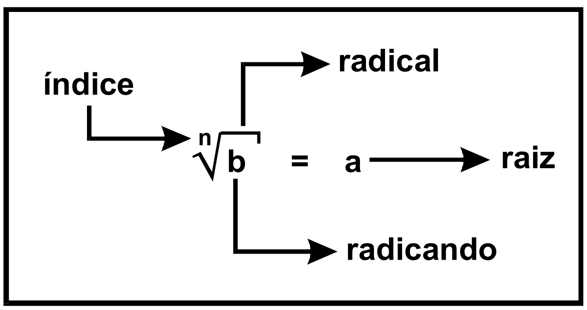
31. Fatore: a) a^3-8 b) y^3+27 c) $64-\dfrac{1}{x^3}$ d) $\dfrac{1}{f^3}+13$.

32. Se $A=\dfrac{2}{e^x+e^{-x}}$ e $B=\dfrac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$, então A^2+B^2, será igual a?

33. Se $\mathbf{2^x + 2^{-x} = 3}$, o valor de $\mathbf{8^x + 8^{-x}}$ é:

RADICIAÇÃO

Um número **a** é chamado raiz enésima aritmética exata de um número **b,** isto é,



Então $\boxed{\sqrt[n]{b} = a \Rightarrow b = a^n}$

Propriedades dos Radicais:

$$\sqrt[n]{a.b}=\sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}\text{, com } b\neq 0$$

Introduzir um fator no Radicando $\rightarrow$ $a\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{a^n.b}$

$$\left(\sqrt[n]{a^1}\right)^m=\sqrt[n]{a^m}$$

$$\sqrt[\cancel{m}n]{a^{\cancel{m}}}=\sqrt[n]{a^1}=\sqrt[n]{a}$$

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[m.n]{a}$$

RACIONALIZAÇÃO DE DENOMINADORES

Eventualmente surgem expressões matemáticas no qual o sinal da raiz aparece no denominador. Para facilitar os cálculos subseqüentes, racionalizamos o denominador, isto é, eliminamos o sinal da raiz do denominador.

Para isso, utilizamos uma propriedade das frações que nos permite multiplicar o numerador e o denominador por um mesmo valor, sem que isso altere a natureza da fração.

1º caso: $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$

2º caso: $\dfrac{6}{\sqrt[3]{4}}$

3º caso: $\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}$

TAREFA DE VESTIBULARES

34) (FMU) O valor da expressão $2^{-2} + 5^0 - \sqrt[4]{16}$ é:

a) –5 b) 56 c) 0 d) –3/4 e) –1/2

35) O valor de 2^{2^3} é igual a:

a) 2^6 b) 64 c) 2^8 d) 2^5 e) n.d.a.

36) (PUC) O valor de $\dfrac{10^3}{10^{-4}}$ é :

a) 10 b) 1 c) 10^{-7} d) 10^{-4} e) n.d.r

37) (CEFET-PE) Simplifique ($2^{-2} + 4^{-3}$) /($4^{-2} + 8^{-2}$) obtém-se:

a) 1/54 b) 1/16 c) 3/8 d) 13/11 e) 17/5

38) (CEFET-PE) A expressão $\dfrac{a^{-2}+b^{-2}}{a^{-1}+b^{-1}}$ é equivalente a:

a) $\dfrac{a^2+a^2}{b+a}$ b) $\dfrac{a^2+b^2}{ab(b+a)}$ c) $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}$ d) a + b

39) (UFSE) O valor da expressão $\sqrt{54+\sqrt{78+\sqrt{9}}}$ é :

a) 8 b) $3\sqrt{7}$ c) 141 d) $16\sqrt{3}$ e) ndr

40) (EPCAR 2000) O valor da expressão é

$$10^{\frac{n}{2}}\left(10^{m-1}+10^{m+1}\right):\left[10^m\left(10^{\frac{n}{2}}+10^{\frac{n}{2}+2}\right)\right]$$

a) 10 b) 10^{-1} c) 1 d) $10^{m-\frac{n}{2}-2}$ e) 0

41) (MACK 2000) O número de algarismos do produto $4^9 \times 5^{13}$ é:

a) 20 b) 22 c) 18 d) 15; e) 17

42) (CEFET 03) Se você dividir $2\sqrt{3}-1$ por $\sqrt{3}+1$, obterá como resultado:

a) $\dfrac{6+\sqrt{3}}{2}$ b) $\dfrac{5-2\sqrt{3}}{3}$ c) $2-\sqrt{3}$ d) $\dfrac{7-3\sqrt{3}}{2}$ e) $\dfrac{6+3\sqrt{3}}{4}$

43) (ETF-PE) O valor da expressão $\left(-\dfrac{2}{3}\right)^{-2} : \dfrac{2+16^{\frac{1}{2}} : 2}{27^{\frac{1}{3}} + \dfrac{4}{5} : \dfrac{1}{15}} - (0,33...)^{-1}$ é:

a) 20 b) 16 c) 18 d) 15 e) 21

44) Racionalizando encontraremos: $\dfrac{3}{\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}}$

TAREFA DO ALUNO

45) (CEFET –PI) Sendo $a = 0,444...$, $b = 1,222...$ e $c = 0,2727...$, então $a^{-1} \times b - c$ é igual a:

a) 109/104 b) 109/4 c) 108/43 d) 109/11 e) 108/22

46) (CEFET-PE) A expressão $\dfrac{1}{2-\sqrt{3}} - \sqrt{3}$ simplificada é igual:

a) 1; b) $\sqrt{3}$; c) 2; d) 3; e) $2\sqrt{3}$;

47) (CEFET-PE) Selecione a alternativa correta:

a) $\sqrt{3^7} = 3^{\frac{7}{2}}$ b) $\sqrt{\dfrac{5}{3}} \neq \dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$ c) $\sqrt[3]{4} \bullet \sqrt[3]{3} = \sqrt[6]{4.3}$

d) $\sqrt{2}+\sqrt{5} = \sqrt{7}$ e) $\dfrac{1}{\sqrt{2}} \neq \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

48) (FUVEST-SP) O valor da expressão $\dfrac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$ é:

49) (UNIP-SP) O valor da expressão $\dfrac{10^{-3} \times 10^{5}}{10 \times 10^{4}}$ é:

a) 10 b) 10^{-2} c) 10^{3} d) 10^{-3} e) 1

50) (CEFET-PE) Se transformarmos $10^3.10^x$ em uma só potência obteremos:

a) 10^{3+x} b) 100^{x} c) 10^{3x} d) 10^{x} e) $10^{\frac{3}{x}}$

51) (UFMG) Qual é o valor de $4.(0,5)^4 + \sqrt{0,25} + 8^{-\frac{2}{3}}$?

a) 0 b) 1 c) -1 d) 2 e) -2

52) (COLÉGIO MILITAR) Para registrar o resultado da operação $2^{101} \cdot 5^{97}$, o número de dígitos necessários é:
a) 96 b) 97 c) 98 d) 99 e) 100

53) (EEAR) O valor da expressão $\dfrac{\sqrt{144} \div 0{,}6}{2{,}4 \times 10} - \dfrac{3}{4}\left\{2 - 1{,}5 \div \left(1 + \dfrac{1}{2}\right)\right\}$ é igual a

a) $\dfrac{1}{12}$ b) $\dfrac{7}{12}$ c) $-\dfrac{2}{3}$ d) $\dfrac{2}{5}$

54) (COLÉGIO MILITAR) Resolvendo-se a expressão: $\dfrac{\left\{\left[\left(\sqrt[3]{1{,}331}\right)^{12/5}\right]^{0}\right\}^{-7{,}2} - 1}{8^{33} + 8^{33} + 8^{33} + 8^{33} + 8^{33}} \times \dfrac{1}{2^{102}}$, encontra-se:

a) 4 b) 1 c) 3 d) 0 e) 2

EQUAÇÃO DO 1º GRAU

É toda equação do tipo $ax + b = 0,$ onde $\begin{cases} a \neq 0 \\ a \in \Re \\ b \in \Re \end{cases}$ e x é a variável ou incógnita.

A solução da equação $ax + b = 0$ é chamada de raiz e é dada por $S = \left\{-\dfrac{b}{a}\right\}$.

Exemplo:

Resolva a equação $y + \dfrac{y}{3} = 6$.

Solução:

$$y + \frac{y}{3} = 6$$
$$\frac{3y + y}{3} = 6$$
$$\frac{4y}{3} = 6 \qquad S = \left\{\frac{9}{2}\right\}$$
$$4y = 6 \times 3$$
$$4y = 18$$
$$y = \frac{18}{4}$$
$$y = \frac{9}{2}$$

TAREFA DO ALUNO

55) Resolva as equações do 1º grau a seguir:

a) $5x + 30 = 2x$

b) $8x - (4x - 1) = 3$

c) $8x - (4x - 1) = 3$

d) $r - \frac{r}{2} = \frac{1}{3}$

e) $\frac{3m}{2} - \frac{m-1}{3} = \frac{m}{6}$

f) $\frac{a+1}{4} - \frac{2a-5}{2} = \frac{1}{2}$

g) $4y - 3(y - 5) = 15$

h) $\frac{n}{8} + \frac{n}{4} = 16$

i) $y + 6(y - 5) = \frac{y}{3}$

j) $5a - 2\left(\frac{a+2}{2}\right) = 10$

SISTEMAS DE EQUAÇÕES DO 1º GRAU

Chamamos de **sistema de equação**, ao conjunto formado por duas ou mais equações. O nosso estudo se restringirá apenas, aos sistemas de duas equações, cuja forma geral será:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

onde x e y são as variáveis e os outros termos são números pertencentes aos reis.
Um sistema pode ser resolvido de várias maneiras, dependendo da situação em que se encontra. Mostraremos os três métodos para resolver um sistema do 1º grau qualquer:

- **Métodos da Adição, da Substituição e da Comparação**

Exemplos:

Resolva o sistema: $\begin{cases} x + 2y = 11 \\ x - y = 5 \end{cases}$

Método da Adição

$$\begin{cases} 2x + 4y = 8 \rightarrow (-5) \\ 5x - 3y = 7 \rightarrow (+2) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -10x - 20y = -40 \\ +10x - 6y = +14 \end{cases} \rightarrow -26y = -26 \rightarrow y = 1$$

$$\rightarrow S = \{(1,2)\}$$

$$\begin{cases} 2x + 4y = 8 \rightarrow (+3) \\ 5x - 3y = 7 \rightarrow (+4) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} +6x + 12y = +24 \\ +20x - 12y = +28 \end{cases} \rightarrow +26x = +52 \rightarrow x = 2$$

Método da Substituição

$$\begin{cases} 2x+4y=8 \to 2x=8-4y \to x=\dfrac{8-4y}{2} \to x=4-2y \to x=4-2 \to x=2 \\ 5x-3y=7 \to 5(4-2y)-3y=7 \to 20-10y-3y=7 \to -13y=-13 \to y=1 \end{cases} \to S=\{(1,2)\}$$

Método da Comparação

$$\begin{cases} 2x+4y=8 \to 2x=8-4y \to x=\dfrac{8-4y}{2} \to x=4-2y \\ 5x-3y=7 \to 5x=7+3y \to\to\to\to\to\to\to\to x=\dfrac{7+3y}{5} \end{cases} \to 4-2y=\frac{7+3y}{5} \to 20-10y=7+3y \to$$

$$\to -13y=-13 \to y=1 \to x=\frac{7+3y}{5} \to x=\frac{7+3}{5} \to x=2 \to\to S=\{(1,2)\}$$

TAREFA DO ALUNO

56) Resolva os sistemas de equações:

a) $\begin{cases} \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{4}=-\dfrac{1}{5} \\ x-\dfrac{y}{8}=\dfrac{5}{2} \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x+y=-18 \\ x-y=3 \end{cases}$ c) $\begin{cases} \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{2}=1 \\ x-y=0 \end{cases}$ e) $\begin{cases} \dfrac{x-2}{3}+\dfrac{y}{2}=\dfrac{1}{2} \\ -1+x-\dfrac{y-1}{2}=1 \end{cases}$

f) $\begin{cases} \dfrac{x}{3y}+\dfrac{1}{5}=\dfrac{19}{15y} \\ \dfrac{3x+y}{3}-\dfrac{3x-y}{7}=2 \end{cases}$ g) $\begin{cases} \dfrac{3x-y}{4}-3x=\dfrac{5y-2x}{2}-\dfrac{27}{4} \\ \dfrac{5x-3y}{6}+\dfrac{y-4x}{2}=-\dfrac{7}{6} \end{cases}$

TAREFA DE VESTIBULARES

57) (CEFET-PE) A raiz da equação $\dfrac{x}{3}-\dfrac{x-1}{2}=1+\dfrac{x+6}{3}$ é:

a) -5 b) 3 c) -3 d) 8 e) 5

58) (COLÉGIO NAVAL RJ) Calcule o valor de **x** na equação $1+\dfrac{x}{a}=1-\dfrac{x}{b}$; onde $a\neq 0$ e $b\neq 0$.

a) 0 b) 1 c) 2 d) a e) ndr

59) (SENAI-PE) O conjunto verdade da equação $\frac{x+1}{3}+\frac{3x-1}{2}=\frac{2x-1}{4}-3$ é igual a:

a) $-\frac{31}{16}$ b) $-\frac{17}{8}$ c) $-\frac{31}{24}$ d) $\frac{17}{8}$ e) $\frac{31}{8}$

60) (CPCAR 02) Uma senhora vai à feira e gasta, em frutas, $\frac{2}{9}$ do que tem na bolsa. Gasta depois $\frac{3}{7}$ do resto em verduras e ainda lhe sobram R$ 8,00. Ela levava, em reais, ao sair de casa:

a) R$ 45,00 b) R$ 36,00 c) R$ 27,00 d) R$ 18,00

61) (CPCAR 02) O valor de x que é solução da equação $3x-2(x-5)-\frac{5-3x}{2}=0$ é tal que:

a) $-6<x<0$ b) $-12<x<-8$ c) $3<x<10$ d) $12<x<18$

62) (SENASP) De um tonel foi retirado $\frac{2}{9}$ do seu volume total de água e em seguida foi retirado $\frac{3}{7}$ do restante da água e ainda sobraram $4m^3$ de água no tonel. A capacidade total do tonel é de:

a) 4500 litros b) 5000 litros c) 6500 litros d) 9000 litros e) 9800 litros

63) (SENASP) Uma senhora distribuiu certa quantia em dinheiro da seguinte forma; a terça parte ela deu a sua irmã, um oitavo para seu marido, dois quintos para seu filho e R$ 215,50 para uma instituição de caridade. A quantia que ela possuía era de:

a) R$ 1.200,00 b) R$ 1.500,00 c) R$ 2.200,00 d) R$ 2.300,00 e) R$ 3.100,00

64) (FUVEST) O salário de Antônio é igual a 90% do de Pedro. A diferença entre os salários é de R$ 500,00. O salário de Antônio é:

a) R$ 5.000,00 b) R$ 45.000,00 c) R$ 4.000,00 d) R$ 4.500,00 e) R$ 3.500,00

65) (CEFET-PE 06) Numa granja existem galinhas e bodes. O proprietário mandou contar as cabeças. O trabalhador contou e disse para o proprietário: "tem 150 cabeças". Ele achou muito pouco, e disse:"conte os pés que deve dar mais". O trabalhador contou e disse tem 440 pés. Quantas galinhas existem na granja?

a) 50 galinhas b) 90 galinhas c) 80 galinhas d) 70 galinhas e) 60 galinhas

66) (CEFET-PE 06) Um grupo de pessoas, fez um contrato com uma empresa de turismo, para fazer uma viagem. O valor do contrato foi de R$ 1.500,00. Dois deles não puderam viajar, em conseqüência a despesa de cada um aumentou em R$ 25,00. Quanto foi a despesa de cada pessoa, que viajou?

a) R$ 10,00 b) R$ 12,00 c) R$ 125,00 d) R$ 150,00 e) R$ 175,00

67) (FUVEST-PE) Em uma prova de 25 questões, cada resposta certa vale +0,4 e cada resposta errada vale -0,1. Um aluno resolveu todas as questões e obteve nota 0,5. Qual a porcentagem de erros desse aluno?

a) 16% b) 24% c) 36% d) 56% e) 76%

68) (CEFET-PE) Hugo e Eudes juntos possuem R$ 80,00 (oitenta reais). O triplo do que Hugo possui é o quíntuplo do que Eudes tem. Então, Eudes possui:
a) R$ 20,00 c) R$ 40,00 d) R$ 50,00 b) R$ 30,00 e) R$ 60,00

EQUAÇÕES DO 2º GRAU

É toda equação que pode ser representada da seguinte forma $ax^2 + bx + c = 0$, para quaisquer valores atribuídos a **a, b e c**, mas $a \neq 0$.

Na forma $ax^2 + bx + c = 0$, temos:
x é a incógnita ou variável
a e **b** os coeficientes
c o termo independente.

Fórmula Resolutiva da equação do 2º grau:: $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$,

Onde **Discriminante** $\Delta = b^2 - 4ac$

Para $\Delta > 0$ a equação terá **duas raízes reais e distintas**;
Para $\Delta = 0$ a equação terá **duas raízes reais e iguais**;
Para $\Delta < 0$ a equação **não possui raízes real**.

Exemplo :
Resolver a equação: $x^2 - 8x + 15 = 0$.
Resolver a equação: $2x^2 - 3 = 2$.
Resolver a equação: $2x^2 - 32x = 0$.
Resolver a equação: $x^2 - 25 = 0$.

RELAÇÃO ENTRE OS COEFICIENTES E AS RAÍZES

- Soma das raízes: $x' + x'' = -\dfrac{b}{a}$
- Produto das raízes: $x'.x'' = \dfrac{c}{a}$
- Diferença das raízes: $x' - x'' = \dfrac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{a}$
- Soma dos inversos: $\dfrac{1}{x'} + \dfrac{1}{x''} = -\dfrac{b}{c}$
- Raízes inversas: $x' = \dfrac{1}{x''}$

Exemplo :
Achar a soma, diferença e o produto das raízes da equação:
a) $x^2 + x - 12 = 0$
b) $3x^2 - 6x + 6 = 0$
Exemplo :
1. Determinar o valor de K para que as raízes da equação $2x^2 - 5x + k = 0$ sejam inversas.

2. Utilizando o exemplo 6, depois de ter encontrado K, responda qual a soma dos inversos das raízes.

TAREFA DE VESTIBULARES

69) (UFJF-MG) As raízes da equação $x^2 - 8x + 12 = 0$ são:
a) -4 e 4 b) 2 e 6 c) 3 e 9 d) 5 e 7 e) 4 e 3

70) (PUC-SP) Uma das raízes da equação $0{,}1x^2 - 0{,}7x + 1 = 0$ é:
a) 2 b) 7 c) 0,2 d) 0,5 e) não sei

71) (FESP-UPE) Seja a equação: $x^2 + px - 45 = 0$. Sabe-se que a soma dos quadrados dos inversos de suas raízes é 106/2025. Então, os valores de p sã:
a) ± 3 b) ± 5 c) ± 4 d) ± 8 e) ± 1

72) (I. S. Agronomia Portugal) Que valores se deverão atribuir a m, na equação $x^2 + mx + 8 = 0$, para que uma das raízes seja dupla da outra?
a) ± 8 b) ± 6 c) ± 4 d) ± 2 e) ± 1

73) (COVEST-PE) Dada a equação $3x^2 + (2n+1)x + n + 1 = 0$, indique o valor de $n \in \Re$ para o qual a referida equação admita raízes tais que uma seja o inverso multiplicativo da outra:

a) 5 b) 2 c) 3 d) 1 e) 6

74) (EPCAR –MG) Na equação $2px^2 + 3pqx + 3q = 0$, a soma das raízes é 9 e o produto é 12. Calculando $(p+q)$, encontra-se:
a) $\frac{21}{4}$ b) $-\frac{21}{4}$ c) $-\frac{27}{4}$ d) $\frac{27}{4}$ e) -27

75) (CEFET-MG 2005) A razão entre a soma S e o produto P das raízes da equação $\frac{x^2 - 4x + 4}{x - 4} = -x$ é:
a) 2,0 b) 1,5 c) 1,0 d) 0,5 e) ndr

76) (ESAN-SP) O conjunto solução da equação $m^2x^2 - 2mnx - 3n^2 = 0$ é:

a) $\{3n, -n\}$ b) $\left\{\frac{n}{m}, \frac{3n}{m}\right\}$ c) $\left\{-\frac{n}{m}, \frac{n}{m}\right\}$ d) $\left\{-\frac{n}{m}, \frac{3n}{m}\right\}$

77) (CEFET-PE 06) A idade de Paulo somada com a idade de Ana é igual há 50 anos. Se o dobro da idade de Paulo aumentado do quadrado da idade de Ana é igual há 295 anos. Qual é a idade de Ana?
a) 20 anos b) 15 anos c) 35 anos d) 10 anos e) 40 anos

78) (FUVEST) A equação $\frac{x}{1-x}+\frac{x-2}{x}-1=0$ tem duas raízes. A soma e o produto dessas raízes são iguais a:
a) -2 b) 0 c) 3 d) -4 e) 1

79) (ESPCAR) Na equação $4x^2-(2+k)x+3=0,$ onde a unidade é uma das raízes, tem-se para k um número:
a) primo
b) menor que 4
c) divisível por 2
d) maior que 5
e) NDR

80) (SENAI-PE) O valor de **b,** de modo que a soma das raízes da equação
$\frac{y^2}{2}+(b+2)y+b-3=0$ seja igual a $-12,$ é igual a:
a) -4 b) -8 c) 8 d) 4 e) 2

81) (COVEST-PE M2) Sejam a e b as raízes da equação $x^2-5x+q=0.$ Sabendo-se que $a^b.b^a.a^a.b^b=243,$
indique o valor de q.
a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

82) (CEFET-PE 06) A soma e o produto da equação $mx^2-3(n-2)x-15=0$ são, respectivamente, 6 e -5. Qual o valor de m + n?
a) 5 b) 8 c) 11 d) 15 e) 10

83) (FUVEST-SP) A equação $\frac{2}{x^2-1}+\frac{1}{x+1}=-1$:
a) não tem raiz real
b) tem duas raízes reais
c) tem apenas uma raiz real
d) admite 10 como raiz

Problemas Extras

84. No alto de uma torre de uma emissora de televisão duas luzes "piscam" com freqüências diferentes. A primeira pisca 15 vezes por minuto e a segunda pisca 10 vezes por minuto. Se num determinado instante as luzes piscam simultaneamente, após quantos segundos elas voltarão a piscar simultaneamente?

85.

03. Seja $\mathbf{(x+2)^{\frac{1}{3}} = 3,\ x > 0}$. Pode-se afirmar que $\mathbf{x^{-\frac{3}{2}}}$ é igual a:

A) 0,002
B) 0,008
C) 0,025
D) 0,125
E) 0,2

86.Se $a = 10^{2,5}$, então $10^{3,5}$ vale:

A) a
B) 5a
C) 10a
D) 100a
E) 1000a

87. Se eu colocar 8 laranjas em cada caixa, sobrarão 4 laranjas; mas se eu colocar uma dezena em cada caixa, em uma destas ficará faltando duas laranjas. Quantas são as caixas e quantas são as laranjas?

88. Se $A = 3^x + 3^{-x}$ e $B = 3^x - 3^{-x}$, então $A^2 - B^2$ vale:

A) 0
B) 2
C) –2
D) 4
E) –4

89.

10. Se $\mathbf{A = \dfrac{2}{e^x + e^{-x}}}$ e $\mathbf{B = \dfrac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}}$, $\mathbf{A^2 + B^2}$ é igual a:

A) 1
B) 2
C) 4
D) e
E) e^2

90.

11. Sabendo que $\mathbf{x + \dfrac{1}{x} = 3}$, $\mathbf{x \neq 0}$, quanto vale $\mathbf{x^2 + \dfrac{1}{x^2}}$?

91. Determine o conjunto solução da equação $\sqrt{7+\sqrt{x}} - 1 = \sqrt{x}$, sendo $x \in \mathbb{N}$.

A) { 4, 9 }
B) { 9 }
C) { 4 }
D) { 2 }
E) { 3 }

92. João diz a Pedro: Se você me der 1/5 do dinheiro que possui, ficarei com uma quantia igual ao dobro do que lhe restará. Por outro lado, se eu lhe der R$ 6,00 do meu dinheiro, nós ficaremos com quantias iguais. João e Pedro possuem, respectivamente?

93. No orçamento de um trabalhador, 1/5 do salário é gasto com moradia, 1/10 com transporte, e 3/5 com alimentação. Sabendo que sobram R$ 200,00 para outras despesas, qual o seu salário
    A) R$ 1.800,00
    B) R$ 2.000,00
    C) R$ 2.200,00
    D) R$ 2.400,00
    E) R$ 2.600,00

94. A soma das idades de pai e filho é, hoje, 72 anos. Há 12 anos passados, a idade do pai era 7 vezes a do filho. Qual a idade do filho hoje?

95. A soma de dois números positivos é igual ao triplo da diferença entre esses mesmos dois números. Essa diferença, por sua vez, é igual ao dobro do quociente do maior pelo menor. Esses números são:
    A) 3 e 6
    B) 4 e 8
    C) 5 e 10
    D) 6 e 12
    E) 8 e 16

96. Roberto disse a Valéria: "Pense em um número; dobre esse número; some 12 ao resultado; divida o novo resultado por 2. Quanto deu?" Valéria disse: "15", ao que Roberto imediatamente revelou o número original que Valéria havia pensado. Calcule esse número.

97. Numa festa estão presentes rapazes e moças. Depois que 5 rapazes se foram, ficam 2 rapazes para cada moça. A seguir chegam mais 10 rapazes, saem 5 moças, e temos então 3 rapazes para cada moça que restou. Quantos eram os presentes no início da festa?

98. Uma empresa gastou R$ 5.600,00 na compra de certa metragem de fibra óptica. Se tivesse feito a compra com outro fornecedor poderia comprar, com a mesma quantia gasta, 10 metros a mais de fibra óptica economizando R$ 10,00 por metro. Quantos metros de fibra óptica a empresa comprou?

99. Uma senhora comprou uma caixa de bombons para seus dois filhos. Um destes tirou para si metade dos bombons da caixa. Mais tarde, o outro menino também tirou para si metade dos bombons que encontrou na caixa. Restaram 10 bombons. Calcule quantos bombons havia inicialmente na caixa.

100. Uma torneira enche um tanque em 12 min, enquanto uma segunda torneira gasta 18 min para encher o mesmo tanque. Com o tanque inicialmente vazio, abre-se a primeira torneira durante x min; ao fim desse tempo fecha-se essa torneira e abre-se a segunda, a qual termina de encher o tanque em $x + 3$ min. Calcule o tempo gasto, em minutos, para encher o tanque.