

Avaliação I – Teste 2 - Valor 6,0

- Resolva as questões nos espaços a elas reservados.
- Use caneta azul ou preta.
- As respostas só serão consideradas corretas com os respectivos cálculos ou justificativas e sem rasuras.

1. (ITA 2004, questão 02)

Em uma mesa de uma lanchonete, o consumo de 3 sanduíches, 7 xícaras de café e 1 pedaço de torta totalizou R\$ 31,50. Em outra mesa, o consumo de 4 sanduíches, 10 xícaras de café e 1 pedaço de torta totalizou R\$ 42,00. Então, o consumo de 1 sanduíche, 1 xícara de café e 1 pedaço de torta totaliza o valor de

a) R\$ 17,50.

b) R\$ 16,50.

c) R\$ 12,50.

d) R\$ 10,50.

e) R\$ 9,50.

Resolução:

$$\begin{cases} 3a + 7b + c = 31,50 \\ 4a + 10b + c = 42,00 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 9a + 21b + 3c = 94,50 \\ -8a - 20b - 2c = 84,00 \end{cases}$$

2. (ITA 2004, questão 02, d)

Em uma mesa de uma lanchonete, o consumo de 3 sanduíches, 7 xícaras de café e 1 pedaço de torta totalizou R\$ 41,50. Em outra mesa, o consumo de 4 sanduíches, 10 xícaras de café e 1 pedaço de torta totalizou R\$ 52,00. Então, o consumo de 1 sanduíche, 1 xícara de café e 1 pedaço de torta totaliza o valor de

a) R\$ 20,50 *

b) R\$ 17,50.

c) R\$ 16,50.

d) R\$ 12,50.

e) R\$ 10,50.

3. (Fuvest 2ª. Fase, 2005)

Para a fabricação de bicicletas, uma empresa comprou unidades do produto A, pagando R\$ 96,00, e unidades do produto B, pagando R\$84,00. Sabendo-se que o total de unidades compradas foi de 26 e que o preço unitário do produto A excede em R\$ 2,00 o preço unitário do produto B, determine o número de unidades A que foi comprado.

Resolução:

Resolução

Sejam a e b as quantidades de produtos A e B, respectivamente, e $(x + 2)$ e x , os preços, em reais, de cada unidade desses produtos.

Das condições propostas, tem-se:

$$\begin{cases} a \cdot (x + 2) = 96 \\ b \cdot x = 84 \\ a + b = 26 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{96}{x + 2} & (I) \\ b = \frac{84}{x} & (II) \\ \frac{96}{x + 2} + \frac{84}{x} = 26 & (III) \end{cases}$$

Da equação (III), tem-se

$$\frac{96}{x + 2} + \frac{84}{x} = 26 \Leftrightarrow 48x + 42(x + 2) = 13x(x + 2) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 13x^2 - 64x - 84 = 0 \Leftrightarrow x = 6, \text{ pois } x > 0$$

Substituindo nas equações (I) e (II), conclui-se que $a = 12$ e $b = 14$. Foram adquiridos 12 produtos A, por R\$ 8,00 cada um e 14 produtos B, por R\$ 6,00 cada um.

Resposta: 12 unidades

4. (Fuvest 2ª. Fase, 2005, modificada) Para a fabricação de bicicletas, uma empresa comprou unidades do produto A, pagando R\$ 48,00, e unidades do produto B, pagando R\$ 42,00. Sabendo-se que o total de unidades compradas foi de 13 e que o preço unitário do produto A excede em R\$ 2,00 o preço unitário do produto B, determine o número de unidades A que foi comprado.

5. O produto $A \cdot B$ da matriz $A = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ pela $B = (-1 \ 3 \ 1)$

- () É uma matriz quadrada de ordem 3
 () É uma matriz identidade de ordem 3
 () É uma matriz de uma linha e uma coluna
 () Não se define.
 () Não é uma matriz quadrada.

Resolução: $A_{3 \times 1} \cdot B_{1 \times 3} = P_{3 \times 3}$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} (-1 \ 3 \ 1) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & 1 \\ -3 & 9 & 3 \end{pmatrix}$$

6. O produto $A \cdot B$ da matriz $A = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ pela $B = (-1 \ 3 \ 2)$

- () É uma matriz de uma linha e uma coluna

- () É uma matriz identidade de ordem 3
 () Não se define
 () É uma matriz quadrada de ordem 3.
 () Não é uma matriz quadrada.

7. Considere P a matriz **inversa** da matriz onde: $M = \begin{pmatrix} \frac{1}{6} & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$. A soma dos elementos da diagonal principal da matriz P, é igual a:

- a) -5
 b) 0
 c) 2
 d) 4
 e) 5

Resolução:

$$M = \begin{pmatrix} \frac{1}{6} & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det M = \frac{1}{6} \cdot (-1) = -\frac{1}{6} \Rightarrow M^{-1} = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

8. Considere P a matriz **inversa** da matriz onde: $M = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. A soma dos elementos da diagonal principal da matriz P, é igual a:

- a) -3
 b) 0
 c) 2
 d) 4
 e) 9

9. Se o produto de matrizes $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$ é a matriz nula, $-x + y$ é igual

a:

- a) -2
 b) 0
 c) 1
 d) 2
 e) 3

Resolução:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x+2 \\ -x+y-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{cases} x+2=0 \\ -x+y-3=0 \rightarrow -x+y=3 \end{cases}$$

10.

Se o produto de matrizes $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$ é a matriz

nula, $x + y$ é igual a:

- a) -2
- b) -1
- c) 2
- d) 3
- e) 5

11. O sistema linear $\begin{cases} bx + y = 1 \\ by + z = 1 \\ x + bz = 1 \end{cases}$ não admite solução se e somente se o número real b

for igual a

- a) -2
- b) -1
- c) 0
- d) 1
- e) 2

Resolução:

O sistema linear não admite solução $\begin{vmatrix} b & 1 & 0 \\ 0 & b & 1 \\ 1 & 0 & b \end{vmatrix} = 0 \rightarrow b^3 + 1 = 0 \rightarrow b = -1$

12. (Emack-2004)

Dada a matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & k \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$, $\det A \neq 0$, a soma dos valores de k

para os quais $\det A = \det A^{-1}$ é:

- a) -2
- b) -1
- c) 0
- d) 1
- e) 2

Resolução:

$$\det A = 2 + 2k$$

Pelo teorema de *Binet* $\det A \cdot \det A^{-1} = 1$ à pelo enunciado da questão $\det A = \det A^{-1}$ à

$$(2 + 2k)^2 = 1$$

13. (Emack-2004, modificada)

Dada a matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & k \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$, $\det A \neq 0$, a soma dos valores de k para os quais $\det A = \det A^{-1}$ é:

- a) -3
- b) -2
- c) -1
- d) 0
- e) 1

Resolução:

$$\det A = 3 + 3k$$

Pelo teorema de *Binet* $\det A \cdot \det A^{-1} = 1$ à pelo enunciado da questão $\det A = \det A^{-1}$ à $(3 + 3k)^2 = 1$

14. (UFSCAR, JUN/2005)

Seja $A = (a_{ij})$ uma matriz quadrada de ordem 3 tal que,

$$a_{ij} = \begin{cases} p, & \text{se } i = j \\ 2p, & \text{se } i \neq j \end{cases} \text{ com } p \text{ inteiro positivo. Em tais con-}$$

dições, é correto afirmar que, necessariamente, $\det A$ é múltiplo de

- a) 2.
- b) 3.
- c) 5.
- d) 7.
- e) 11.

Resolução:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p & 2p & 2p \\ 2p & p & 2p \\ 2p & 2p & p \end{pmatrix}$$

$$\det A = p^3 + 8p^3 + 8p^3 - 4p^3 - 4p^3 - 4p^3 = 5.p^3$$

15. Seja $A = (a_{ij})$ uma matriz quadrada de ordem 3 tal que, $a_{ij} = \begin{cases} 2p, & \text{se } i = j \\ p, & \text{se } i \neq j \end{cases}$ com p

inteiro positivo. Em tais condições, é correto afirmar que, necessariamente, $\det A$ é:

- a) 2.
- b) 4.
- c) 5.
- d) 7.
- e) 11.

Resolução:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2p & p & p \\ p & 2p & p \\ p & p & 2p \end{pmatrix}$$

$$\det A = 8p^3 + p^3 + p^3 - 2p^3 - 2p^3 - 2p^3 = 4.p^3$$