

1. Chamam-se cosseno hiperbólico de x e seno hiperbólico de x , e representam-se respectivamente por $\cosh x$ e $\sinh x$ aos números

$$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2} \text{ e } \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \text{ então, para todo } x \text{ real, } (\cosh x)^2 - (\sinh x)^2$$

vale:

- a) $\cosh 2x$
- b) $\sinh 2x$
- c) -1
- d) 1
- e) 4

Resolução:

$$\begin{aligned} (\cosh x)^2 - (\sinh x)^2 &= \left(\frac{e^x + e^{-x}}{2} \right)^2 - \left(\frac{e^x - e^{-x}}{2} \right)^2 \\ &= \frac{e^{2x} + 2 + e^{-2x}}{4} - \frac{e^{2x} - 2 + e^{-2x}}{4} = \frac{2 + 2}{4} \end{aligned}$$

2. Sabendo-se que $\log_b a^4 = x$ e que $\log_{b^2} a = y$, pode-se afirmar que x é igual a

- a) y
- b) y^2
- c) y^4
- d) $4y$
- e) $8y$

Resolução:

$$\begin{cases} \log_b a^4 = x \rightarrow x = 4 \cdot \log_b a = 4 \cdot (2y) \\ \log_{b^2} a = y \rightarrow y = \frac{1}{2} (\log_b a) \end{cases}$$

3. O conjunto verdade da inequação $\frac{3x}{x-1} \leq 1$, é:

- a) $\{x \in \mathbb{R} / x < 1\}$
- b) $\{x \in \mathbb{R} / x > -1\}$
- c) $\{x \in \mathbb{R} / -1 \leq x < 2\}$
- d) $\{x \in \mathbb{R} / -1 \leq x < 1\}$
- e) $\left\{x \in \mathbb{R} / -\frac{1}{2} \leq x < 1\right\}$

Resolução:

$$\begin{aligned} \frac{3x}{x-1} \leq 1 &\hat{a} \frac{3x}{x-1} - 1 \leq 0 \rightarrow \frac{3x - x + 1}{x-1} \leq 0 \\ &\hat{a} \frac{2x+1}{x-1} \leq 0 \rightarrow \frac{2 \cdot (x+1/2)}{x-1} \leq 0 \end{aligned}$$

® $[-1/2, 1)$

4. O valor da expressão $6^{12 \cdot \log_6 x^{1/3}}$ para $x > 0$, é equivalente a:

- a) $3x$
- b) 5^{x^2}
- c) 5^{3x}
- d) x^4
- e) x^5

Resolução:

$$t = 6^{12 \cdot \log_6 x^{1/2}} = 6^{\log_6 x^4} = x^4$$

5. Sabe-se que $\log_m 2 = a$ e $\log_m 3 = b$. O valor de $\log_m \frac{64}{2,7} - \log_m 120$ é igual a:

- a) $5a - 4b$
- b) $3a - 4b + m$
- c) $6a - 3b - 6$
- d) $4a - 4b$
- e) $6a - 2b$

Resolução:

$$\begin{aligned} \log_m \frac{64}{2,7} - \log_m 120 &= \log_m 64 - \log_m \frac{27}{10} - (\log_m 12 + \log_m 10) \\ &= 6\log_m 2 - \log_m 27 + \log_m 10 - \log_m 12 - \log_m 10 \\ &= 6a - \log_m 27 - \log_m 12 = 6a - \log_m \frac{27}{12} \\ &= 6a - \log_m \frac{9}{4} = 6a - \log_m 3^2 - \log_m 2^2 = 6a - 2b - 2a \end{aligned}$$

6. O pH de uma solução é definido por $pH = \log_{10} \left(\frac{1}{H^+} \right)$ onde H^+ é a concentração de hidrogênio em íons-gramas por litro de solução. O pH de uma solução tal que $H^+ = 1,0 \times 10^{-9}$ é:

- a) 0
- b) 10^{-9}
- c) 1
- d) 9
- e) 10

Resolução:

$$pH = \log_{10} \left(\frac{1}{H^+} \right) = \log_{10} \left(\frac{1}{1,0 \times 10^{-9}} \right) = \log_{10} (1,0 \times 10^9) = 9$$

7. As indicações R_1 e R_2 , na escala Richter, de dois terremotos estão relacionados pela fórmula $R_1 - R_2 = \log_{10} \left(\frac{M_1}{M_2} \right)$, onde M_1 e M_2 medem a energia liberada pelos terremotos sob a forma de ondas que se propagam pela crosta terrestre. Houve dois

terremotos: um correspondente a $R_1=10$ e outro correspondente a $R_2=7$. A razão

$\frac{M_1}{M_2}$ é:

- a. 10^2
- b. $\log_2 10$
- c. 10^3
- d. 2
- e. $\log_{10}\left(\frac{4}{3}\right)$

Resolução:

$$R_1 - R_2 = \log_{10}\left(\frac{M_1}{M_2}\right) \Rightarrow 10 - 7 = \log_{10}\left(\frac{M_1}{M_2}\right) \\ = 3 = \log_{10}\left(\frac{M_1}{M_2}\right) \rightarrow \frac{M_1}{M_2} = 10^3$$

8. Os valores de K, para que exista o domínio da função f dada por $f(x)=\log(x^2+4K.x+K)$:

- a. $0 < k < \frac{1}{4}$
- b. $-4 < K < -2$
- c. $-2 < K < 0$
- d. $0 < K < 4$
- e. $0 < K < 1$

Resolução:

Condições de existência do logaritmo $x^2 + 4k.x + k > 0$ e para um trinômio do segundo grau tenha valores maiores que zero o discriminante deve ser menor que zero:

$$\Delta = (4k)^2 - 4.k < 0$$

$16k(k - 1/4) < 0$ e resolvendo essa inequação k deve pertencer ao intervalo (0,1/4).

9. O valor de $\log\left(\frac{2x}{x+1}\right)$ é positivo para x no intervalo:

- a) $(-\infty, -1)$
- b) $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$
- c) $\left(\frac{2}{5}, \frac{3}{5}\right)$
- d) $\left(\frac{2}{5}, +\infty\right)$

Resolução:

$$\log\left(\frac{2x}{x+1}\right) > 0 \rightarrow \log\left(\frac{2x}{x+1}\right) > \log 10^0 \rightarrow \frac{2x}{x+1} > 1$$

$$\frac{2x - x - 1}{x+1} > 0 \rightarrow \frac{x-1}{x+1} > 0 \rightarrow (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$$

$$\text{CE: } \frac{2x}{x+1} > 0 \rightarrow x < -1 \text{ ou } x > 0$$

Fazendo a interseção desses dois conjuntos $\mathbb{R}$ letra b

$$10. \text{ Resolver a equação } \log_2 x + \log_2 x^2 + \log_2 x^3 + \dots + \log_2 x^{100} = 15150.$$

Resposta: _____

Resolução:

$$\log_2 x + \log_2 x^2 + \log_2 x^3 + \dots + \log_2 x^{100} = 15150$$

$$\log_2 x + 2\log_2 x + 3\log_2 x + \dots + 100\log_2 x = 15150$$

Colocando $\log_2 x$ em evidência, temos:

$$(1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 99 + 100) \cdot \log_2 x = 15150$$

A soma da seqüência que está entre parêntesis (uma PA), e: $S_n = \frac{n \cdot (a_1 + a_n)}{2}$

$$S_{100} = \frac{100 \cdot (1 + 100)}{2} \quad \text{à} \quad \log_2 x = \frac{15150}{5050}$$