

Nota:

Exponencial e Logaritmos — Questões Resolvidas -

1. Chamam-se cosseno hiperbólico de x e seno hiperbólico de x , e representam-se respectivamente por $\cosh x$ e $\sinh x$ aos números

$$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2} \text{ e } \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \text{ então, para todo } x \text{ real, } (\cosh x)^2 - (\sinh x)^2$$

vale:

a) $\cosh 2x$ b) $\sinh 2x$ c) -1 d) 1 e) 4

$$\text{Resolução: } (\cosh x)^2 - (\sinh x)^2 =$$

$$\left(\frac{e^x + e^{-x}}{2} \right)^2 - \left(\frac{e^x - e^{-x}}{2} \right)^2 = \frac{e^{2x} + 2 + e^{-2x}}{4} - \frac{e^{2x} - 2 + e^{-2x}}{4}$$

® d)

2. Sabendo-se que $\log_b a^2 = x$ e que $\log_{b^2} a = y$, pode-se afirmar que x é igual a

a) y b) y^2 c) y^4 d) $2y$ e) $4y$

$$\text{Resolução: } \begin{cases} \log_b a^2 = x \rightarrow x = 2 \cdot \log_b a = 2 \cdot (2y) \\ \log_{b^2} a = y \rightarrow y = \frac{1}{2} (\log_b a) \end{cases} \quad \mathbf{à}$$

3. O conjunto verdade da inequação $\frac{2x}{x-1} \leq 1$, é:

a) $\{x \in \mathbb{R} / x < 1\}$ b) $\{x \in \mathbb{R} / x > -1\}$ c) $\{x \in \mathbb{R} / -1 \leq x < 2\}$ d) $\{x \in \mathbb{R} / -1 \leq x < 1\}$ e) $\{x \in \mathbb{R} / -2 \leq x < 1\}$

$$\text{Resolução: } \frac{2x}{x-1} \leq 1 \quad \mathbf{à} \quad \frac{2x}{x-1} - 1 \leq 0 \rightarrow \frac{2x - x + 1}{x-1} \leq 0$$

$$\mathbf{à} \quad \frac{x+1}{x-1} \leq 0$$

® $[-1, 1)$

4. O valor da expressão $6^{10 \cdot \log_6 x^{1/2}}$ para $x > 0$, é equivalente a:

a) $3x$

Resolução:

- b) 5^{x^2}
 c) 5^{3x}
 d) x^5
 e) x

$$t = 6^{10 \cdot \log_6 x^{1/2}} = 6^{\log_6 x^5} = x^5$$

5. Sabe-se que $\log_m 2 = a$ e $\log_m 3 = b$. O valor de $\log_m \frac{64}{2,7} - \log_m 120$ é igual a:

- a) 5.a – Resololucao:
 4.b
 b) 3.a – $\log_m \frac{64}{2,7} - \log_m 120 = \log_m 64 - \log_m \frac{27}{10} - (\log_m 12 + \log_m 10)$
 4.b
 +m $= 6\log_m 2 - \log_m 27 + \log_m 10 - \log_m 12 - \log_m 10)$
 c) 6.a – $= 6a - \log_m 27 - \log_m 12 = 6a - \log_m \frac{27}{12}$
 3.b-6
 d) 4.a – $= 6a - \log_m \frac{9}{4} = 6a - \log_m 3^2 - \log_m 2^2 = 6a - 2b - 2a$
 4.b
 e) 6.a –
 2.b

6. O pH de uma solução é definido por $pH = \log_{10} \left(\frac{1}{H^+} \right)$ onde H^+ é a concentração de hidrogênio em íons-gramas por litro de solução. O pH de uma solução tal que $H^+ = 1,0 \times 10^{-9}$ é:

- a) 0
 b) 10^{-9}
 c) 1
 d) 9
 e) 10

Resololucao:

$$pH = \log_{10} \left(\frac{1}{H^+} \right) = \log_{10} \left(\frac{1}{1,0 \times 10^{-9}} \right) = \log_{10} (1,0 \times 10^9) = 9$$

7. As indicações R_1 e R_2 , na escala Richter, de dois terremotos estão relacionados pela fórmula $R_1 - R_2 = \log_{10} \left(\frac{M_1}{M_2} \right)$, onde M_1 e M_2 medem a energia liberada pelos terremotos sob a forma de ondas que se propagam pela crosta terrestre. Houve dois

terremotos: um correspondente a $R_1=10$ e outro correspondente a $R_2=7$. A razão

$\frac{M_1}{M_2}$ é:

- a. 10^2
- b. $\log_2 10$
- c. 10^3
- d. 2

Resolucao:

$$R_1 - R_2 = \log_{10} \left(\frac{M_1}{M_2} \right) \Rightarrow 10 - 7 = \log_{10} \left(\frac{M_1}{M_2} \right)$$

$$e. \log_{10} \left(\frac{4}{3} \right) = 3 = \log_{10} \left(\frac{M_1}{M_2} \right) \rightarrow \frac{M_1}{M_2} = 10^3$$

8. Os valores de K, para que exista o domínio da função f dada por $f(x)=\log(x^2+2K.x+K)$:

- a. $K < -4$
- b. $-4 < K < -2$
- c. $-2 < K < 0$
- d. $0 < K < 4$
- e. $0 < K < 1$

Resolucao:

Condições de existência do logaritmo $x^2 + 2k.x + k > 0$ e para um trinômio do segundo grau tenha valores maiores que zero o discriminante deve ser menor que zero: $\Delta = (2k)^2 - 4.k < 0$
 $4k(k-1) < 0$ e resolvendo essa inequação k deve pertencer ao intervalo (0,1).

9. O valor de $\log\left(\frac{x}{x+1}\right)$ é positivo para x no intervalo:

- a) $(-\infty, -1)$

Resolucao:

$$b) (-\infty, 1) \quad \log\left(\frac{x}{x+1}\right) > 0 \rightarrow \log\left(\frac{x}{x+1}\right) > \log 10^0 \rightarrow \frac{x}{x+1} > 1$$

$$c) \left(\frac{2}{5}, \frac{3}{5}\right) \quad \frac{x-x-1}{x+1} > 0 \rightarrow \frac{-1}{x+1} > 0 \rightarrow \frac{1}{x+1} < 0 \Rightarrow x < -1$$

$$d) \left(\frac{2}{5}, +\infty\right) \quad \text{CE: } \frac{x}{x+1} > 0 \rightarrow x < -1 \text{ ou } x > 0$$

Fazendo a interseção desses dois conjuntos ® letra a

10. Resolver a equação $\log_2 x + \log_2 x^2 + \log_2 x^3 + \dots + \log_2 x^{100} = 15150$.

Resposta: _____

$$\log_2 x + \log_2 x^2 + \log_2 x^3 + \dots + \log_2 x^{100} = 15150$$

$$\log_2 x + 2\log_2 x + 3\log_2 x + \dots + 100\log_2 x = 15150$$

Colocando $\log_2 x$ em evidência, temos:

$$(1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 99 + 100) \cdot \log_2 x = 15150$$

A soma da seqüência que está entre parêntesis (uma PA), e: $S_n = \frac{n \cdot (a_1 + a_n)}{2}$

$$S_{100} = \frac{100 \cdot (1 + 100)}{2} \text{ e } \log_2 x = \frac{15150}{5050}$$