Subma

Jorge Alonso[*]

Vigo, 6/2006 — v1.0

Índice

1. Introducción

El 02/03/2006 soñé que jugaba a un juego consistente en colocar una matriz encima de otra, para conseguir una determinada suma. A las matrices les faltaban casillas, que signigica que esas casillas tienen valor cero. La matriz móvil podía, además, rotarse. En el sueño el juego se llamaba *bancoco.*

Ya despierto, y con el nombre provisional de *cubobo,* lo simplifiqué, quedando tal y como muestro a continuación.

Su nuevo nombre se debe a que se trata de una *suma* de *subma*trices.

2. Juego

Dadas dos matrices, hay que seleccionar de cada una de ellas una submatriz, de forma que la suma estas dos sea igual que la de otra matriz dada; además, se considera que las matrices iniciales están rodeadas por casillas de valor cero.

[*]Mi correo es `soidsenatas@yahoo.es`, y mi página web es `http://es.geocities.com/soidsenatas/`.

Veamos un ejemplo: Dadas las matrices

$$\begin{array}{ccc} 3 & 5 & 7 \\ 1 & 4 & 2 \\ 2 & 8 & 6 \end{array} \qquad y \qquad \begin{array}{ccc} 7 & 5 & 9 \\ 5 & 4 & 0 \\ 7 & 2 & 1 \end{array}$$

hay que obtener la suma

$$\begin{array}{cc} 13 & 10 \\ 7 & 2 \end{array}$$

Esto se logra seleccionando y sumando las submatrices

$$\begin{array}{ccc} * & * & * \\ * & * & * \\ * & 8 & 6 \end{array} \qquad y \qquad \begin{array}{ccc} * & * & * \\ 5 & 4 & * \\ 7 & 2 & * \end{array}$$

Nótese que en la primera de ellas en realidad se está tomando como submatriz a

$$\begin{array}{ccc} * & * & * \\ * & * & * \\ * & 8 & 6 \\ & 0 & 0 \end{array}$$

Gráficamente, puede situarse una matriz sobre otra, quedando en las casillas solapadas la suma de sus valores y, entre ellos, la suma pedida.

$$\begin{array}{cccc} 3 & 5 & 7 & \\ 1 & 11 & 7 & 9 \\ 2 & 13 & 10 & 0 \\ & 7 & 2 & 1 \end{array}$$

Ésta es la versión más sencilla del juego: Dos matrices iniciales de 3×3, con valores enteros entre 0 y 9, de las que obtener una *subma* de 2×2.

3. Ejemplos

Veamos unos pocos ejemplos, para disfrute del lector:

$$\begin{array}{ccc} 8 & 9 & 7 \\ 7 & 9 & 3 \\ 5 & 0 & 8 \end{array} \oplus \begin{array}{ccc} 6 & 1 & 7 \\ 4 & 8 & 5 \\ 1 & 0 & 4 \end{array} \rightarrow \begin{array}{cc} 8 & 16 \\ 13 & 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 3 & 0 & 5 \\ 9 & 7 & 5 \\ 2 & 6 & 2 \end{array} \oplus \begin{array}{ccc} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 9 \\ 4 & 7 & 5 \end{array} \rightarrow \begin{array}{cc} 0 & 9 \\ 3 & 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 5 & 0 & 5 \\ 1 & 9 & 3 \\ 4 & 3 & 3 \end{array} \oplus \begin{array}{ccc} 0 & 8 & 0 \\ 3 & 2 & 5 \\ 1 & 1 & 6 \end{array} \rightarrow \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 0 & 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 9 & 3 & 3 \\ 4 & 8 & 2 \\ 2 & 1 & 6 \end{array} \oplus \begin{array}{ccc} 3 & 2 & 8 \\ 2 & 0 & 2 \\ 7 & 5 & 4 \end{array} \rightarrow \begin{array}{cc} 0 & 2 \\ 14 & 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 2 & 6 & 4 \\ 1 & 3 & 7 \\ 1 & 8 & 7 \end{array} \oplus \begin{array}{ccc} 1 & 5 & 7 \\ 8 & 4 & 6 \\ 2 & 9 & 7 \end{array} \rightarrow \begin{array}{cc} 6 & 10 \\ 5 & 14 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 1 & 1 & 4 \\ 5 & 9 & 8 \\ 9 & 7 & 7 \end{array} \oplus \begin{array}{ccc} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 2 & 4 \\ 9 & 9 & 2 \end{array} \rightarrow \begin{array}{cc} 7 & 0 \\ 3 & 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 2 & 5 & 1 \\ 4 & 6 & 3 \\ 3 & 1 & 6 \end{array} \oplus \begin{array}{ccc} 4 & 2 & 4 \\ 9 & 0 & 9 \\ 8 & 6 & 1 \end{array} \rightarrow \begin{array}{cc} 5 & 1 \\ 10 & 5 \end{array}$$

4. Ampliaciones

Algunas ideas de posibles ampliaciones del juego:

- Emplear otro tipo de matrices iniciales: En vez de 3×3 podrían ser de 4×4. Ni tan siquiera han de ser cuadradas ni ambas del mismo tamaño. De la misma forma, puede cambiarse el tamaño de la submatriz suma.
- O bien, que ambas matrices iniciales sean iguales, es decir, sólo hay una única matriz inicial.
- Si las matrices iniciales son suficientemente grandes, ya no sería necesario el espacio extra de ceros alrededor de ellas. O bien, que este espacio esté ocupado por copias de la propia matriz (como si fuese un espacio toroidal).
- Emplear otros tipos de números, incluso negativos.
- Admitir giros y simetrías antes de realizar la suma final de submatrices.
- Que haya más de dos matrices iniciales.
- Admitir como operaciones válidas la resta y la multiplicación.

En caso de convertirlo en programa de ordenador, para un único jugador se basaría en una cuenta atrás, consiguiendo más tiempo según se vayan resolviendo *submas*. Para dos jugadores, consistiría en que el primero que resuelva una *subma* gana un punto, y la victoria es para el primero que logre un número determinado de puntos; ambos reciben la mismas matrices a resolver, pero giradas o con aplicación de alguna simetría, para impedir que puedan copiarse.

5. Soluciones

Finalmente, en orden inverso, las soluciones a los ejemplos (nótese que puede haber otras formas de lograr la misma solución):

$$\begin{array}{ccc} \ast & 5 & 1 \\ \ast & 6 & 3 \\ \ast & \ast & \ast \end{array} \oplus \begin{array}{ccc} 4 & 2 & \ast \\ \ast & \ast & \ast \\ \ast & \ast & \ast \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \ast & \ast & \ast \\ \ast & \ast & \ast \\ \ast & \ast & 7 \end{array} \oplus \begin{array}{ccc} \ast & 3 & 5 \\ \ast & \ast & \ast \\ \ast & \ast & \ast \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \ast & \ast & \ast \\ 1 & 3 & \ast \\ 1 & 8 & \ast \end{array} \oplus \begin{array}{ccc} \ast & 5 & 7 \\ \ast & 4 & 6 \\ \ast & \ast & \ast \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 9 & 3 & \ast \\ \ast & \ast & \ast \\ \ast & \ast & \ast \end{array} \oplus \begin{array}{ccc} \ast & \ast & \ast \\ \ast & 0 & 2 \\ \ast & 5 & 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 5 & \ast & \ast \\ \ast & \ast & \ast \\ \ast & \ast & \ast \end{array} \oplus \begin{array}{ccc} 0 & \ast & \ast \\ 3 & \ast & \ast \\ \ast & \ast & \ast \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \ast & \ast & \ast \\ 9 & \ast & \ast \\ 2 & \ast & \ast \end{array} \oplus \begin{array}{ccc} \ast & 3 & 4 \\ \ast & \ast & \ast \\ \ast & \ast & \ast \end{array}$$

$$\begin{matrix} * & * & * \\ 7 & 9 & * \\ 5 & 0 & * \end{matrix} \oplus \begin{matrix} * & 1 & 7 \\ * & 8 & 5 \\ * & * & * \end{matrix}$$