

Subfactorial y superfactorial

Jorge Alonso*

Vigo, 25/08/2005 — v1.0.2

Subfactorial: 10/08/2004 — Superfactorial: 13/12/2004

Índice

1. Introducción	1
2. Subfactorial	1
3. Superfactorial	1

1. Introducción

Éstas son dos ideas nacidas en base al concepto de factorial de un número natural.

2. Subfactorial

El factorial de un número n es divisible por todos los números entre 1 y n , pero no es el *mínimo* número que cumple esta propiedad:

$$\text{sf}(n) = \text{mcm}(1, 2, \dots, n)$$

Los primeros valores del subfactorial son:

n	$\text{sf}(n)$	n	$\text{sf}(n)$
1	1	9	2520
2	2	10	2520
3	6	11	27720
4	12	12	27720
5	60	13	360360
6	60	14	360360
7	420	15	360360
8	840	16	720720

Como se observa, esta función crece al llegar a un número de la forma p^m (siendo p un número primo, y m un natural) en un factor igual a p ; en caso contrario se mantiene constante.

*Mi correo es soidsenatas@yahoo.es, y mi página web es <http://es.geocities.com/soidsenatas/>.

Otra propiedad del subfactorial es que es recursivo:

$$\text{sf}(n) = \text{mcm}(n, \text{sf}(n-1))$$

Puede definirse un factor factorial, como $n!/\text{sf}(n)$.

3. Superfactorial

Defino el superfactorial como:

$$\text{Sf}(n) = \underbrace{n!! \dots !!}_{n \text{ veces}}$$

Los primeros valores son:

n	$\text{Sf}(n)$
1	1
2	2
3	$\approx 2,6 \times 10^{1746}$
4	$\approx (6,2 \times 10^{23})!$

Se ve que el superfactorial crece a una gran velocidad.

Podría definirse un ultrafactorial, en que el signo ! se repetiría, en vez de n veces, $n!$ veces; a su vez, otro en el que el signo se repitiese $\text{Sf}(n)$ veces; y así sucesivamente.