

### บทที่ 3

#### ค่าคาปาซิแตนซ์ของสายส่ง

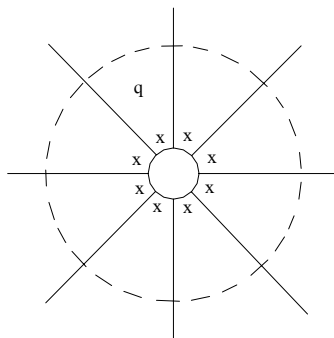
Shunt admittance ของสายส่งประกอบด้วยคอนดักแตนซ์ (Conductance) และ คาปาซิติฟรีแอคแตนซ์ (Capacitive reactance) ค่าคอนดักแตนซ์มีค่าน้อยมากจึงไม่นำมาคิดคำนวณ เป็นค่าที่เกิดจากการรั่วของฉนวน โดยเฉพาะลูกถ้วย เนื่องจากสภาวะอากาศสิ่งสกปรกที่เกาะอยู่บนลูกถ้วย การเกิดโคโรน่าเป็นการรั่วระหว่างสายซึ่งเปลี่ยนแปลงตามสภาวะอากาศ ทำให้ค่าคอนดักแตนซ์ไม่แน่นอนจึงไม่นำมาคิดในสภาวะปรกติ

คาปาซิแตนซ์ของสายส่งเป็นผลจากความแตกต่างของแรงดันระหว่างสายเหมือนประจุบนแผ่นโลหะที่วางขนานกันของคาปาซิเตอร์เมื่อมีความแตกต่างของแรงดันระหว่างแผ่นคาปาซิแตนซ์ระหว่างสายส่งเป็นประจุต่อความแตกต่างแรงดัน 1 หน่วย ( $c = q / v$ ) คาปาซิแตนซ์ระหว่างสายส่งที่ขนานกันจะมีค่าคงที่ขึ้นกับขนาดและระยะห่างของสายส่งไฟฟ้า น้อยกว่า 50 ไมล์ ผลของคาปาซิแตนซ์จะมีค่าน้อยมากและโดยทั่วไปจะไม่นำมาคิดคำนวณ สำหรับสายส่งแรงสูงที่ไกลจะมีค่าคาปาซิแตนซ์มากจึงต้องนำมาคิดคำนวณ

ไฟฟ้ากระแสสลับบนสายส่งจะทำให้ประจุบนสายส่งทุก ๆ จุดเพิ่มและลดลงตามแรงดันขณะระหว่างสายส่ง การไหลของประจุก็คือกระแสไฟและกระแสไฟเนื่องจากแรงดันไฟฟ้ากระแสจะทำให้เกิดการประจุและคายประจุในสายส่งซึ่งถูกเรียกว่า charging current ของสายส่ง สายส่งเป็ดวงจรจะมี charging current ไหลสายส่ง

#### 3.1 สนามไฟฟ้าของตัวนำที่ยาวมาก ๆ

สนามแม่เหล็ก (magnetic field) ใช้ในการพิจารณาหาค่าอินดักแตนซ์และสนามไฟฟ้า (Electric field) จะใช้ในการพิจารณาหาค่าคาปาซิแตนซ์ เส้นแรงไฟฟ้า (Electric flux) จะเริ่มต้นที่ประจุ



ตัวนำทรงกระบอกมีประจุกระจายสม่ำเสมอตลอดความยาวและถูกแยกออกจากประจุนอื่น จึงทำให้ประจุกระจายสม่ำเสมอตามผิวตามแสดงในรูป 3.1 ความเข้มเส้นแรงไฟฟ้า (Electric flux density) ที่ระยะทาง X จากตัวนำ เท่ากับจำนวนเส้นแรงไฟฟ้าเป็นคูลออมท์ต่อความยาวของตัวนำ 1 เมตรหารด้วยพื้นที่ผิวเป็นตารางเมตร

$$\text{ความเข้มเส้นแรงไฟฟ้า} = D = q / 2\pi x \quad \text{คูลออมท์ / เมตร} \quad \text{---- (3.1)}$$

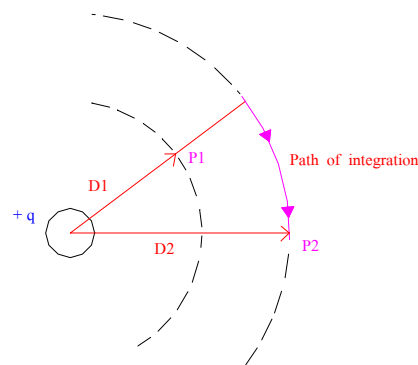
โดยที่ q เป็นประจุนตัวนำในหน่วย คูลออมท์ต่อเมตร

และ x เป็นระยะห่างจากตัวนำถึงจุดที่ต้องการหาความเข้มเส้นแรงไฟฟ้า

ความเข้มสนามไฟฟ้า (Electric field intensity) เท่ากับความเข้มเส้นแรงไฟฟ้า (Electric flux density) หารด้วย permittivity ของตัวกลาง

$$\text{ความเข้มสนามไฟฟ้า} = \Sigma = q / 2\pi kx \quad \text{โวลท์ / เมตร} \quad \text{----- (3.2)}$$

ในหน่วย SI ค่า permittivity ของอากาศ ( $k_0$ ) เท่ากับ  $8.85 \times 10^{-12}$  ฟารัดต่อเมตร ค่า



.....

$$V_{12} = \int_{D_1}^{D_2} \Sigma \, dx = \int_{D_1}^{D_2} q / 2\pi kx \, dx = q / 2\pi k \ln D_2 / D_1 \quad \text{โวลท์}$$

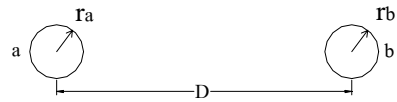
โดยที่ q เป็นประจุนขั้วขณะบนสายส่งในหน่วยคูลออมท์ต่อความยาว 1 เมตร แรงดันตกคร่อมระหว่างจุด 2 จุด อาจจะเป็นบวกหรือลบขึ้นอยู่กับประจุที่ตัวนำเป็นประจุนบวกหรือลบ และขึ้นกับระยะทาง  $D_2$  มากกว่าหรือน้อยกว่า  $D_1$  ซึ่งแรงดันตกคร่อมคิดจากจุดที่ใกล้ตัวนำเทียบกับจุดที่ไกลออกไป

### 3.3 คาปาซิแตน

2 เส้น ที่ส่งไป

$V_{ab}$  เนื่องจาก  $q$

$V_{ab}$  เนื่องจาก  $q$



แต่ทว่า  $q_b = -q$

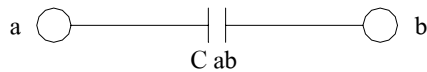
คาปาซิแตนซ์:

ถ้า  $r_a = r_b = r$

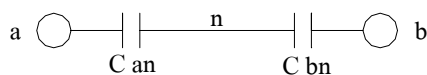
$$C_{ab} = \frac{\pi k}{\ln(D/r)} \quad \text{ฟารัด / เมตร} \quad \text{----- (3.3)}$$

$C_{ab}$  เป็นคาปาซิแตนซ์ระหว่างตัวนำของสายส่ง 2 เส้น ดังเช่นแสดงในรูป 3.4 คาปาซิแตนซ์ระหว่างสายส่งกับ neutral จะมีค่า 2 เท่าของคาปาซิแตนซ์ระหว่างตัวนำของสายส่ง

$$C_n = c_{an} = c_{bn} = 2\pi k / \ln(D/r) \quad \text{ฟารัด / เมตรต่อ neutral}$$



ก) line to line capacitance



ข) line to neutral capacitance

$$= 1.779 \times 10^6 / f \ln 1/r + 1.779 \times 10^6 / f \ln D \quad \text{โอห์ม-เมตรต่อ neutral}$$

เทอมแรกเป็นค่าคาปาซิติฟรีแอกแตนซ์ของสายส่งซึ่งวางห่างกัน 1 ฟุต ซึ่งเป็นค่า  $X'_a$  ที่แสดงในตารางที่ 1 ของภาคผนวก และเทอมที่สองเป็นค่า capacitive reactance spacing factor ( $X'_d$ ) ที่แสดงในตารางที่ 3 ของภาคผนวก

ตัวอย่าง 3.1 จงหาค่าคาปาซิทีฟซ์เซปแดนซ์ (Capcitive susceptance) ต่อระยะทางเป็นไมล์ของสายส่ง 1 เฟส 60 เฮอ์ท สายส่งคือ Partridge วางห่างกัน 20 ฟุต

วิธีทำ จากตารางที่ 1 ในภาคผนวก เส้นผ่าศูนย์กลาง 0.642 นิ้ว

$$r = 0.642 / 2 \times 12 = 0.0268 \text{ ฟุต}$$

$$X_c = 1.779 / 60 \times 10^6 \ln 20 / 0.0268 = 0.1961 \times 10^6 \text{ โอห์ม-ไมล์ต่อ neutral}$$

$$B_c = 1 / x_c = 5.10 \times 10^{-6} \text{ โอห์ม-ไมล์ต่อ neutral}$$

จากตารางที่ 1 ในภาคผนวก  $X'_a = 0.1074 \text{ M}\Omega\text{-mi}$

จากตารางที่ 2 ในภาคผนวก  $X'_b = 0.0889 \text{ M}\Omega\text{-mi}$

$$X_c = 0.1074 + 0.0889 = 0.1963 \text{ M}\Omega\text{-mi}$$

คาปาซิทีฟรี่แอกแดนซ์ และ susceptance ระหว่างสายส่ง คือ

$$X_c = 2 \times 0.1963 \times 10^6 = 0.3926 \times 10^6 \text{ }\Omega\text{-mi}$$

$$B_c = 1 / x_c = 2.55 \times 10^6 \text{ }\Omega / \text{mi}$$

### 3.4 คาปาซิแดนซ์ของสายส่ง 3 เฟส ซึ่งวางสายห่างเท่าๆ กัน

สายส่ง 3 เฟส 3 เส้น มีรัศมี  $r$  วางห่างเท่าๆ กัน ดังแสดงในรูป 3.5 แรงดันระหว่างสายส่ง a และ b เนื่องจากประจุบนตัวนำ a และ b คือ

$$V_{ab} = 1 / 2\pi k (q_a \ln D / r + q_b \ln r / D) \text{ โวลท์}$$

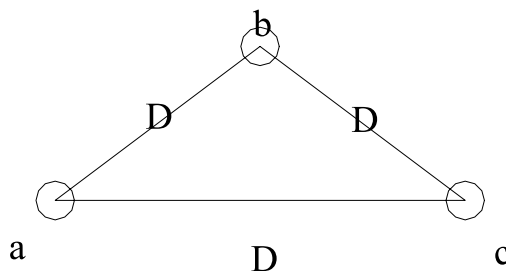
แรงดันระหว่างสายส่ง a และ b เนื่องจากประจุบนตัวนำ c คือ

$$V_{ab} = q_c / 2\pi k \ln D / D \text{ โวลท์}$$

ซึ่งมีค่าเท่ากับ 0 เมื่อสายส่ง a และ b วางห่างจากสายส่ง c เท่าๆ กัน

$$\therefore V_{ab} = 1 / 2\pi k (q_a \ln D / r + q_b \ln r / D + q_c \ln D / D) \text{ โวลท์}$$

ในทำนองเดียวกัน  $V_{ac} = 1 / 2\pi k (q_a \ln D / r + q_b \ln D / D + q_c \ln r / D)$



จาก phasor diagram ในรูป 3.6 จะเห็นว่า

$$V_{ab} + V_{ac} = {}^3V_{an}$$

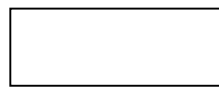
$$\therefore V_{an} = q / 2\pi k \ln D / r \quad \text{โวลท์}$$

ฟารัด / เมตร ต่อ neutral

$$\text{----- (3.4)}$$



Charging current ของสายส่ง 1 เฟส จะเท่ากับแรงดันระหว่างสาย ( $V_{ab}$ )หารด้วยคาปาซิทีฟรีแอคแตนซ์ระหว่างสาย ( $C_{ab}$ )



$$\text{----- (3.5)}$$

Charging current ของสายส่ง 3 เฟส จะเท่ากับ  $j\omega C_n V_{an}$  แอมแปร์ / ไมล์ ค่า Charging current จะไม่เท่ากันตลอดสายเพราะแรงดันต้นสายและปลายทางไม่เท่ากัน โดยทั่วไปจะถือแรงดันที่ออกแบบสายส่งไว้ เช่น 220 หรือ 500 kv

### 3.5 คาปาซิแตนซ์ของสายส่ง 3 เฟส ที่วางสายห่างไม่เท่ากัน

สายส่งที่แสดงในรูป 3.7 เป็นสายส่ง 3 เฟส ที่วางสายห่างไม่เท่ากัน และเมื่อทำการ transposed เพื่อให้เกิดการสมดุล เมื่อวางสายเฟส a ในตำแหน่ง 1, เฟส b ในตำแหน่ง 2 และ เฟส c ในตำแหน่ง 3

$$V_{ab} = 1 / 2\pi k (q_a \ln D_{12} / r + q_b \ln r / D_{12} + q_c \ln D_{23} / D_{31}) \quad \text{โวลท์} \text{----- (3.6)}$$

เมื่อวางสายเฟส a ในตำแหน่ง 2 ,เฟส b ในตำแหน่ง 3 และเฟส c ในตำแหน่ง 1

$$V_{ab} = 1 / 2\pi k (q_a \ln D_{23} / r + q_b \ln r / D_{23} + q_c \ln D_{31} / D_{12}) \quad \text{โวลท์}$$

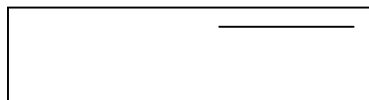
เมื่อวางสายเฟส a ในตำแหน่ง 3 ,เฟส b ในตำแหน่ง 1 และเฟส c ในตำแหน่ง 2

$$V_{ab} = 1 / 2\pi k (q_a \ln D_{31} / r + q_b \ln r / D_{31} + q_c \ln D_{12} / D_{23}) \quad \text{โวลท์}$$

แรงดันเฉลี่ยระหว่างสายส่ง a และ b เมื่อทำการ transposed สายจะเท่ากับ

$$V_{ab} = 1 / 3 \times 2\pi k (q_a \ln D_{12}D_{23}D_{31} / r^3 + q_b \ln r^3 / D_{12}D_{23}D_{31} + q_c \ln \frac{D_{12}D_{23}D_{31}}{D_{12}D_{23}D_{31}})$$

$$= 1 / 2\pi k (q_a \ln Deq / r + q_b \ln r / Deq) \quad \text{โวลท์}$$



แรงดันเฉลี่ยระหว่างสายส่ง a และ b คือ

$$V_{ac} = 1 / 2\pi k (q_a \ln Deq / r + q_c \ln r / Deq) \quad \text{โวลท์}$$

$${}^3V_{an} = V_{ab} + V_{ac} = 1 / 2\pi k (2q_a \ln Deq / r + q_b \ln r / Deq + q_c \ln r / Deq) \quad \text{โวลท์}$$

แต่  $q_a + q_b + q_c = 0$  สำหรับระบบ 3 เฟสอยู่ในสภาวะสมดุล

$${}^3V_{an} = 3 / 2\pi k q_a \ln (Deq / r) \quad \text{โวลท์}$$



ฟารัด / เมตร ต่อ neutral ----- (3.7)

ตัวอย่างที่ 3.2 จงหาค่าคาปาซิแตนซ์และคาปาซิทิฟรีแอกแตนซ์ต่อระยะทาง 1 ไมล์ ของสายส่งใน ตัวอย่างที่ 2.4 ถ้าสายส่งยาว 175 ไมล์ และส่งด้วยแรงดันไฟฟ้า 220 kv. จงหาคาปาซิแตนซ์ของสายส่งทั้งหมด และ Charging current ต่อไมล์และ charging magavol-amperes ทั้งหมด

วิธีทำ

$$r = 1.108 / 2 \times 12 = 0.0462 \quad \text{ฟุต}$$

$$Deq = 24.8 \quad \text{ฟุต}$$

$$C_n = \frac{2\pi \times 8.85 \times 10^{-12}}{\ln (24.8 / 0.0462)} = 8.8466 \times 10^{-12} \quad \text{ฟารัด / เมตร}$$

$$X_c = \frac{10^{12}}{2\pi \times 60 \times 8.8466} \times \frac{100}{1760 \times 3 \times 30.48} = 0.1864 \times 10^6 \quad \text{โอห์ม-ไมล์}$$

จากตาราง A-1 ,A-3 ในภาคผนวก

$$X'_a = 0.0912 \times 10^6, \quad X'_d = 0.0953 \times 10^6$$

$$X'_c = (0.0912 + 0.0953) \times 10^6 = 0.1865 \times 10^6 \quad \text{โอห์ม-ไมล์ ต่อ neutral}$$

สายส่งยาว 175 ไมล์

$$\text{คาปาซิทิฟรีแอกแตนซ์} = 0.1865 \times 10^6 / 175 = 1066 \quad \text{โอห์มต่อ neutral}$$

$$I_{chg} = \frac{2\pi \times 60 \times 220,000 \times 8.8466 \times 10^{-12} \times 1760 \times 3 \times 30.48}{\sqrt{3} \times 100}$$

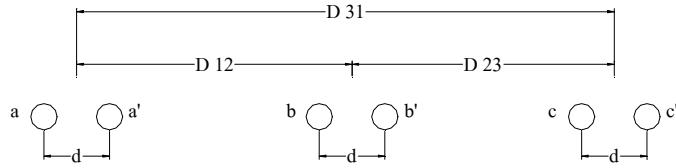
$$= 0.681 \quad \text{แอมแปร์ / ไมล์}$$

$$= 0.681 \times 175 = 119 \quad \text{แอมแปร์}$$

$$\text{Reactive power } Q = \sqrt{3} \times 220 \times 119 \times 10^{-3} = 45.3 \quad \text{MVAR}$$

### 3.6 Bundled Conductors

ในรูป 3.8 แสดงสายส่งแบบ bundle ซึ่งต้องพิจารณาว่ามี 6 ตัวนำ โดยที่ตัวนำในแต่ละ bundle ต่อขนานกัน โดยทั่วไประยะห่างระหว่าง bundle จะมากกว่าระยะห่างของตัวนำของ bundle 15 เท่า ดังนั้น  $D_{12}$  จะมากกว่า  $d$  โดยสามารถให้  $D_{12}$  แทนระยะ  $D_{12}-d$  และ  $D_{12}+d$  ผลของการคำนวณหาค่าคาปาซิแตนซ์จะผิดพลาดทศนิยมที่ห้าหรือหก



$$+ q_c / 2 (\ln D_{23} / D_{31} + \ln D_{23} / D_{31})]$$

$$= 1 / 2\pi k (q_a \ln D_{12} / \sqrt{rd} + q_b \ln \sqrt{rd} / D_{12} + q_c \ln D_{23} / D_{31}) \text{ ----- (3.8)}$$

สมการ 3.8 คล้ายกับสมการ 3.6 ถ้า  $\sqrt{rd}$  แทน  $r$  และพิจารณาว่าสายส่งถูก transposed

จะได้

$$C_n = \frac{2\pi k}{\ln (Deq / \sqrt{rd})} \quad \text{ฟารัด / เมตร ต่อ neutral}$$

โดยที่  $\sqrt{rd}$  เหมือนกับค่า  $D_{sc}^b$  สำหรับสายส่งแบบ two-conductor bundle ซึ่ง  $r$  ถูกแทน  $D_s$  สำหรับการหาค่าคาปาซิแตนซ์ จะใช้  $D_{sc}^b$  เหมือน  $D_s$  ที่ใช้ในการหาค่าอินดักแตนซ์

$$C_n = \frac{2\pi k}{\ln (Deq / D_{sc}^b)} \quad \text{ฟารัด / เมตร ต่อ neutral}$$

$$\text{สำหรับ two-stand bundle } D_{sc}^b = \sqrt[4]{(r.d)^2} = \sqrt{rd}$$

$$\text{สำหรับ tree-stand bundle } D_{sc}^b = \sqrt[9]{(rdd)^3} = \sqrt[3]{rd^2}$$

$$\text{สำหรับ four-stand bundle } D_{sc}^b = \sqrt{(r.d.d.\sqrt{2d})^4} = 1.09^4 \sqrt{rd^3}$$

ตัวอย่างที่ 3.3 จงหาคาปาซิตีฟริแอกแตนซ์ต่อ neutral ของสายส่งในรูป 3.8 ยาว 160 กิโลเมตร ซึ่งใช้สาย ACSR 1,272,000 cmil . Pheasant โดยที่  $D_{12} = D_{23} = 8$  เมตร ,  $d = 45$  ซม.

วิธีทำ จากตารางที่ A-1 ในภาคผนวก  $r = \frac{1.382 \times 0.3048}{2} = 0.01755$  นิ้ว

$$D_{sc}^b = \frac{2 \times 12}{\sqrt{0.01755 \times 0.45}} = 0.0889 \quad \text{เมตร}$$

$$Deq = \sqrt[3]{8 \times 8 \times 16} = 10.08 \quad \text{เมตร}$$

$$C_n = \frac{2\pi \times 8.85 \times 10^{-12}}{\ln (10.08 / 0.0889)} = 11.754 \times 10^{-12} \quad \text{ฟารัด / เมตร}$$

$$X_c = \frac{10^{12} \times 10^{-3}}{2\pi \times 60 \times 11.754} = 0.2257 \times 10^6 \quad \text{โอห์ม-กิโลเมตรต่อเฟส-neutral}$$

$$X_c = \frac{0.2257 \times 10^6}{1.609} = 0.1403 \times 10^6 \quad \text{โอห์ม-ไมล์ต่อเฟส-neutral}$$

ตัวอย่างที่ 3.4 จงหาค่า capacitive susceptance to neutral ต่อไมล์ต่อเฟส ของสายส่ง 3 เฟส ที่เดินสายแบบขนาน หรือ double-circuit ตามตัวอย่างสุดท้ายของบทที่ 2

วิธีทำ

$$Deq = 16.1 \quad \text{ฟุต}$$

เส้นผ่านศูนย์กลางกลางภายนอกของสายส่ง ostrich ACSR 26/17 เท่ากับ 0.680 นิ้ว

$$r = \frac{0.680}{2 \times 12} = 0.0283 \quad \text{ฟุต}$$

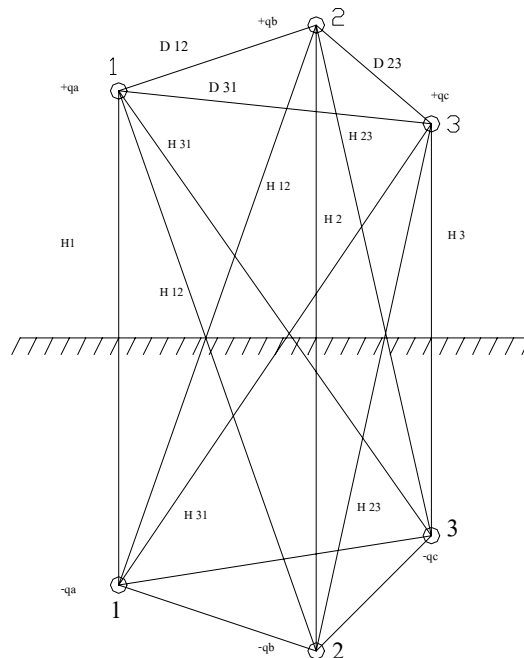
$$D_{sc}^p = (\sqrt{26.9 \times 0.0283} \cdot \sqrt{21 \times 0.0283} \cdot \sqrt{26.9 \times 0.0283}) = 0.837 \quad \text{ฟุต}$$

$$C_n = \frac{2\pi \times 8.85 \times 10^{-12}}{\ln(16.1 / 0.837)} = 18.807 \times 10^{-12} \quad \text{ฟารัด / เมตร}$$

$$B_c = 2\pi 60 \times 18.807 \times 10^{-12} \times 1609 = 11.41 \times 10^{-6} \quad \Omega / \text{ไมล์ต่อเฟส-neutral}$$

ผลของพื้นดินต่อค่าคาปาซิแตนซ์ของสายส่ง

ให้พื้นดินเป็นตัวนำ คิดเหมือนมีสายไฟเหมือนกับสายไฟที่อยู่เหนือพื้นดิน เรียก image conductor โดยมีประจุตรงข้ามกับประจุที่สายไฟ ดังแสดงสายส่ง 3 เฟส และ image conductor ในรูป 3.9



รูป 3.9 สายส่ง 3 เฟส และ image conductor

ให้สายส่งทำการ transposed และสาย a,b,c มีประจุ  $q_a, q_b, q_c$  และมี image charge ที่ image conductor  $-q_a, -q_b, -q_c$  ตามลำดับ แรงดันตกคร่อมสาย a และ b เมื่อสายไฟ a อยู่ในตำแหน่ง 1 ,b ในตำแหน่ง 2 และ c ในตำแหน่ง 3

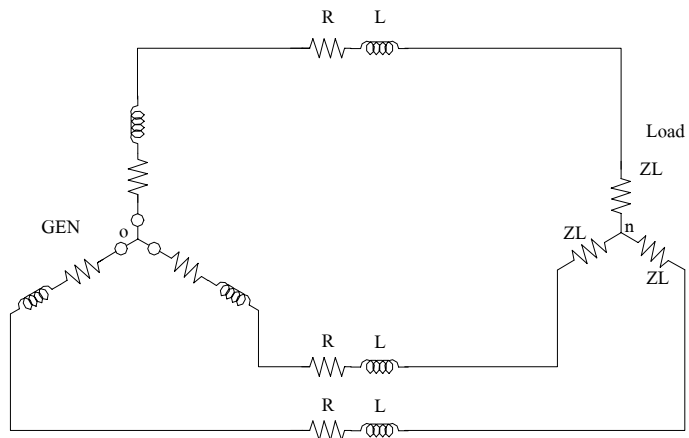
$$V_{ab} = 1 / 2\pi k [q_a (\ln D_{12} / r - \ln H_{12} / H_1) + q_b (\ln r / D_{12} + \ln H_2 / H_{12}) + q_c (\ln D_{23} / D_{31} + \ln H_{23} / H_{31})]$$

ในทำนองเดียวกัน สามารถหา  $V_{ac}$  ได้ และ  $V_{ab} + V_{ac} = 3 V_{an}$  ซึ่งจะได้

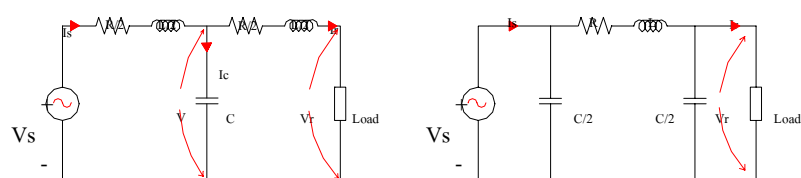
$$C_n = \frac{2\pi k}{\ln (Deq / r) - \ln (\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}} / \sqrt[3]{H_1H_2H_3})} \quad \text{ฟารัด / เมตรต่อ neutral}$$

### บทที่ 4

.....



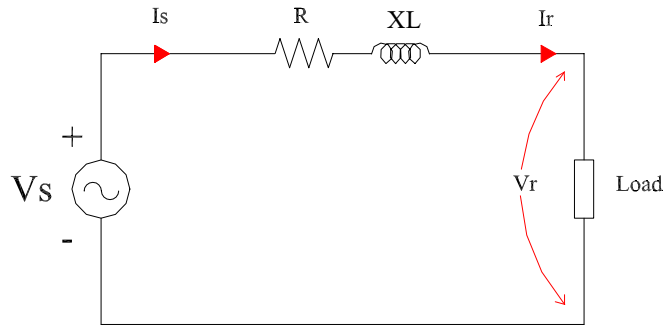
สายส่งระยะสั้น (short lines) จะยาวสั้นกว่า 80 ก.ม. ค่าคาปาซิแตนซ์ของสายส่งจะน้อย จะไม่ทำให้การคำนวณผิดพลาดได้ จึงสามารถแทนด้วย equivalent circuit ดังในรูป 4.3 สำหรับสายส่งระยะกลาง (medium length lines) จะมีระยะทางระหว่าง 80 ก.ม. ถึง 240 ก.ม. แทนด้วย equivalent circuit ได้ 2 แบบ คือ (ก) แบบ nominal T โดยแบ่งความต้านทาน (R) และอินดักเตอร์ (L) เป็น 2 ส่วนเท่า ๆ กัน ดัง



รูป 4.2

4.1 สายส่งไฟฟ้าระยะสั้น (Short lines)

ในรูป 4.3 แสดง equivalent circuit ของสายส่งไฟฟ้าระยะสั้น โดยที่  $I_s$  เป็นกระแสที่ไหลในสายที่ต้นทาง

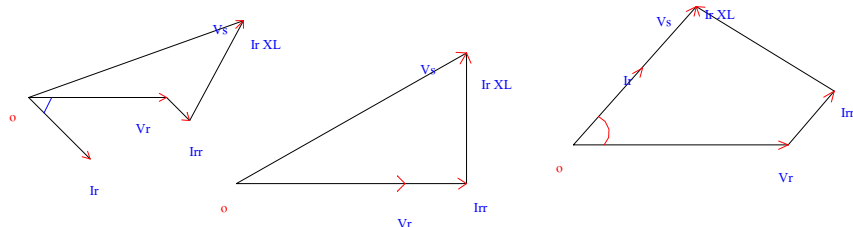


โดยที่  $Z$  คือ series impedance ทั้งหมดของสายส่ง

Voltage Regulation ของสายส่ง คือ เปอร์เซ็นต์ของแรงดันไฟฟ้าที่ปลายทางสายส่งขณะมีโหลดเต็มทีกับขณะที่ไม่มีโหลด โดยที่แรงดันต้นทางของสายส่งรักษาให้คงที่

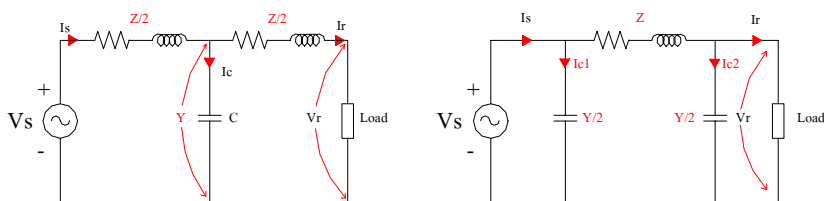
$$\text{Percent regulation} = \frac{|V_{R,NL}| - |V_{r,FL}|}{|V_{R,FL}|} \times 100 \dots (4.1)$$

โดยที่  $|V_{r,FL}|$  คือขนาดของแรงดันที่ปลายหางสายส่งขณะไม่มีโหลด



รูป 4.4

ในรูป 4.4 เป็น phasor diagram ที่มีขนาดแรงดันและกระแสไฟฟ้าที่ไหลที่ปลายเท่ากัน จะเห็นว่าในกรณีที่กระแสไหล lag แรงดันที่ปลายทางจะต้องจ่ายแรงดันที่ต้นทางมากกว่าในกรณีที่กระแสไหล in-phase แรงดันที่ปลายทาง และในกรณีที่กระแสไหล lead แรงดันที่ปลายทางจะจ่ายแรงดันที่ต้นทางน้อยกว่าในกรณีที่กระแสไหล in-phase แรงดันที่ปลายทาง แรงดันที่ตกรวมสายส่งจะเท่ากันในทุกกรณี แต่พาวเวอร์แฟคเตอร์แตกต่างกันไป แรงดันที่ตกรวมสายส่งถูกบวกเข้ากับแรงดันปลายทาง ( $V_R$ ) ด้วยมุมที่แตกต่างกันไป ค่า regulation จะมากที่สุดเมื่อโหลดมีพาวเวอร์แฟคเตอร์ lagging และน้อยที่สุด หรือ



$$I_S = I_R + I_C = I_R + y(V_R + I_R Z / 2) = I_R (1 + YZ / 2) + YV_R \dots (4.2)$$

$$\begin{aligned} V_S &= V_C + I_S Z / 2 = (V_R + I_R Z / 2) + [I_R (1 + YZ / 2) + YV_R] \cdot Z / 2 \\ &= V_R (1 + YZ / 2) + I_R (Z / 2 + Z / 2 + YZ^2 / 4) \end{aligned}$$

$$V_S = V_R (1 + YZ / 2) - I_R (Z + YZ^2 / 4) \dots \dots \dots (4.3)$$

กำหนดให้  $V_S = AV_R + BI_R \dots \dots \dots (4.4)$

$$I_S = CV_R + DI_R \dots \dots \dots (4.5)$$

จะได้  $A = D = 1 + YZ / 2$   
 $B = Z + YZ^2 / 4 \dots \dots \dots (4.6)$

$$C = Y \quad -$$

$$AD - BC = (1 + YZ/2)^2 - (YZ + Y^2 Z^2 / 4) = 1$$

(จ) ในกรณีแบบ nominal  $\pi$

$$I_{C2} = Y/2 V_R$$

$$I_S = I_R + I_{C2} = I_R + Y/2 V_R$$

$$V_S = V_R + ZI = V_R + Z(I_R + Y/2 V_R) = V_R (1 + YZ/2) + I_R Z \dots\dots (4.7)$$

$$I_{C1} = Y/2 V_S = Y/2 [V_R (1 + YZ/2) + I_R Z]$$

$$I_S = I + I_{C1} = (I_R + V/2 V_R) + Y/2 [V_R ((1 + YZ/2) + I_R Z)]$$

$$= V_R (Y/2 + Y/2 + Y^2 Z/4) + I_R (1 + YZ/2)$$

$$= V_R (Y + Y^2 Z/4) + I_R (1 + YZ/2) \dots\dots\dots (4.8)$$

กำหนดให้  $V_S = AV_R + BI_R$

$$I_S = CV_R + DI_R$$

จะได้  $A = D = 1 + YZ/2$

$$B = Z$$

$$C = Y + Y^2 Z/4$$

$$\dots\dots\dots (4.9)$$

$$AD - BC = (1 + YZ/2)^2 - (YZ + Y^2 Z^2 / 4) = 1 \dots\dots\dots (4.10)$$

จากสมการ 4.4 และ 4.5 จะได้

$$V_R = \frac{DV_S - BI_S}{AD - BC} = \frac{DV_S - BI_S}{AD - BC} \dots\dots\dots (4.11)$$

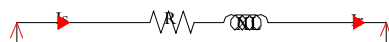
$$I_R = \frac{AI_S - CV_S}{AD - BC} = \frac{-CV_S + AI_S}{AD - BC} \dots\dots\dots (4.12)$$

จากสมการ 4.4 เมื่อไม่มีโหลด  $I_R = 0$ , จะได้  $A = V_S / V_{R,NL}$  และเมื่อปลายทางถูกลัดวงจร คือ  $V_R = 0$ , จะได้  $B = V_S / I_R$  ค่าคงที่  $A$  มีประโยชน์ในการคำนวณหา regulation คือ  $V_{R,NL} = V_S / A$  ซึ่งสมการ 4.1 จะเป็น

$$\text{Percent regulation} = \frac{|V_S|/|A| - |V_{R,FL}|}{|V_{R,FL}|} \times 100 \dots\dots\dots (4.13)$$

ตัวอย่าง 4.1 สายส่งไฟฟ้า 3 เฟส 50 เฮิร์ตยาว 280 กิโลเมตร มี series impedance  $35 + j140$  ohms และ shunt admittance  $930 \times 10^{-6}$  mho. จ่ายไฟฟ้าให้โหลด 40,000 kw 220 kv มีเพาเวอร์แฟกเตอร์ 90 % lagging จงหาแรงดันที่ต้นทาง, voltage regulation และประสิทธิภาพของสายส่ง โดยคิดเป็น (ก) สายส่งระยะสั้นโดยประมาณ (ข) แบบ nominal T (ค) แบบ nominal  $\pi$

วิธีทำ (ก) สายส่งระยะสั้น



$$\sqrt{3} \times 220 \times 0.9$$

$$= 116.64 \text{ Amps.}$$

รูป 4.6

$$V_S = V_R + I_R Z$$

$$= 220/\sqrt{3} + 16.64 \angle -25.84^\circ (35 + j140) \times 10^{-3}$$

$$= 137.81 + j12.92$$

$$= 138.41 \angle 5.36^\circ \text{ kv (phase to neutral)}$$

$$= \sqrt{3} \times 138.41 \angle 5.36^\circ$$

$$V_S = 239.74 \angle 5.36^\circ \text{ (line - to - line)}$$

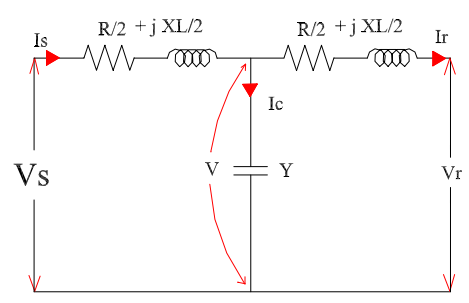
$$\text{Voltage Regulation} = \frac{V_S - V_R}{V_R} \times 100$$

$$= \frac{239.74 - 220}{220} \times 100 = 8.97 \%$$

$$\text{สูญเสียในสายส่ง} = 3I^2R = 3 \times (116.64)^2 \times 35 \times 10^{-3} = 1,428.51 \text{ kw}$$

$$\text{กำลังไฟฟ้าที่จ่ายออกจากต้นทาง} = 40,000 + 1,428.51 = 41,428.51 \text{ kw}$$

$$\text{ประสิทธิภาพของสายส่ง} = \frac{40,000}{41,428.51} \times 100 = 96.55 \%$$



$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ & = 132.57 \angle 2.79^\circ \\ I_C & = VY = 132.57 \times 10^3 \angle 2.79^\circ \times 930 \times 10^{-6} \angle 90^\circ \\ & = 123.29 \angle 92.79^\circ \text{ Amps} \\ I_S & = I_R + I_C = 116.64 \angle -25.84^\circ + 123.29 \angle 92.79^\circ \\ & = 122.58 \angle 36.15^\circ \text{ Amps} \\ V_S & = V + I_S Z/2 \\ & = 132.57 \angle 2.79^\circ + 122.58 \angle 36.15^\circ \frac{(35 + j140)}{2} \times 10^{-3} \\ & = 129.91 \angle 6.47^\circ \text{ kv (phase - to - neutral)} \\ & = \sqrt{3} \times 129.91 \angle 6.47^\circ = 225.01 \angle 6.47^\circ \text{ kv (line - to - line)} \end{aligned}$$

กำลังไฟที่จ่ายเข้าที่ต้นทางสายส่ง  $= \sqrt{3} V_S I_S \cos \phi$

$$\begin{aligned} & = \sqrt{3} \times 225.01 \times 122.58 \cos (36.15 - 6.47^\circ) \\ & = 41,505.35 \text{ kw} \end{aligned}$$

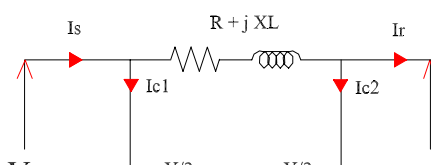
ประสิทธิภาพของสายส่ง  $= \frac{40,000 \times 100}{41,505.35} = 96.37 \%$

Voltage Regulation  $= \frac{225.01 - 220}{220} \times 100 = 2.28 \%$

$$\begin{aligned} A & = D = 1 + Y \cdot Z/2 \\ & = 1 + I/2 (j930 \times 10^{-6}) (35 + j140) = 0.94 \angle 1.00^\circ \\ C & = Y = 930 \times 10^{-6} \angle 90^\circ \\ B & = Z + YZ^2/4 = (35 + j140) + \frac{930 \times 10^{-6} \angle 90^\circ \times (35 + j140)^2}{4} \\ & = 139.62 \angle 76.45^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_S & = AV_R + BI_R \\ & = 0.94 \angle 1.00^\circ \times 220 / \sqrt{3} + (139.62 \angle 76.45^\circ \times 116.64 \angle -25.84^\circ) \times 10^{-3} \\ & = 130.54 \angle 6.45^\circ \text{ kv (phase - to - neutral)} \\ & = 226.10 \angle 6.45^\circ \text{ kv (line - to - line)} \end{aligned}$$

$$I_C = CV_R + DI_R$$



(ค) คิติดแบบ nominal  $\pi$

รูป 4.7

$$I_{C2} = \frac{V}{2} YR = \frac{j930 \times 10^{-6} \times 220 \times 10^3}{\sqrt{3}} = j59 \text{ Amps}$$

$$I = I_r + I_{C25} = 116.64 \angle -25.84^\circ + j59$$

$$= 105.30 \angle 4.45^\circ$$

$$V_s = V_r + I(R + jX) = 220/\sqrt{3} + 105.30 \angle 4.45^\circ (35 + j140) \times 10^{-3}$$

$$= 130.41 \angle 6.60^\circ \text{ kv (line-to-neutral)}$$

$$= 225.88 \angle 6.60^\circ \text{ kv (line-to-line)}$$

$$I_{C1} = V_s Y/2 = \frac{130.41 \angle 6.60^\circ \times j930 \times 10^{-6} \times 10^3}{2}$$

$$= 60.64 \angle 96.60^\circ$$

$$I_s = I + I_{C1} = 105.30 \angle 4.45^\circ + 60.64 \angle 96.60^\circ$$

$$= 199.52 \angle 34.91^\circ \text{ Amps}$$

$$\text{กำลังไฟฟ้าที่จ่ายเข้าต้นสาย} = \sqrt{3} V_s I_s \cos \theta_s$$

$$= \sqrt{3} \times 225.88 \times 199.52 \cos (34.91 - 6.60)$$

$$= 41,166.14 \text{ kw}$$

$$\text{ประสิทธิภาพของสายส่ง} = \frac{40,000 \times 100^\circ}{41,166.14} = 97.17 \%$$

$$\text{voltage Regulation} = \frac{V_s - V_r}{V_r} \times 100$$

$$= \frac{225.88 - 220}{220} \times 100 = 2.67 \%$$

$$A = D = 1 + Y Z/2 = 0.94 \angle 1.00^\circ$$

$$B = Z 35 + j140 = 144.31 \angle 75.96^\circ$$

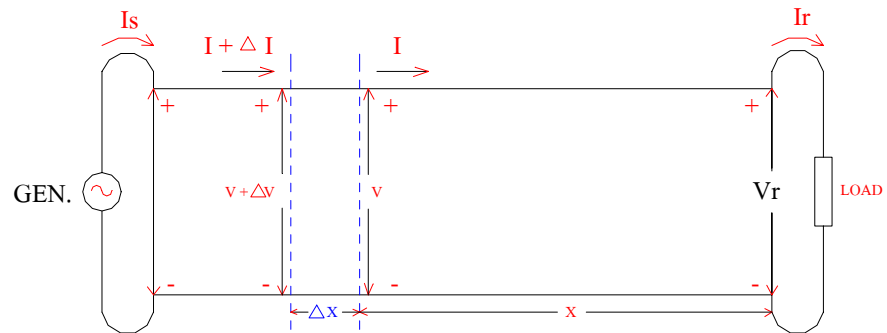
$$C = Y + \underline{Y^2 Z} = j930 \times 10^{-6} + (j930 \times 10^{-6})^2 \times (35 + j140)$$

$$= 9.23 \times 10^{-4} \angle 91.88^\circ$$

$$\begin{aligned} V_S &= AV_R + BI_R \\ &= \frac{0.94 \angle 1.0^\circ \times 220 + (144.31 \angle 75.96^\circ \times 116.64 \angle -25.84^\circ) \times 10^{-3}}{\sqrt{3}} \\ &= 131.03 \angle 6.58^\circ \times \text{kv (line-to-neutral)} = 226.95 \text{ kv (line-to-line)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_S &= CV_R + DI_R \\ &= \frac{9.23 \times 10^{-4} \angle 91.88^\circ \times 220 + 10^3 + 0.94 \angle 1.0^\circ \times 116.64 \angle -25.84^\circ}{\sqrt{3}} \\ &= 119.19 \angle 36.63^\circ \text{ Amp.} \end{aligned}$$

### 4.3 สายส่งระยะยาว



ส่ง และ  $Y \Delta x$  เป็น shunt admittance แรงดันต่อ neutral ของสายส่งส่วนเล็ก ๆ ทางด้านโหลดเท่ากับ  $v$  โดยเป็นค่า complex คือแรงดันเป็นอาร์เอม ขนาดและเฟสเปลี่ยนแปลงตามระยะทางของสายส่ง แรงดันของสายส่งส่วนเล็ก ๆ ทางด้านเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเท่ากับ  $v + \Delta v$

แรงดันไฟฟ้าจะเพิ่มขึ้นตามการเพิ่มขึ้นของระยะทาง  $x$

$$\Delta v = I z \Delta x \quad \dots \dots \dots (4.14)$$

$$\Delta v / \Delta x = I z \quad \dots \dots \dots (4.15)$$

และถ้า  $\Delta x + 0$  จะได้

$$dv / dx = Iz \quad \dots\dots\dots (4.16)$$

ทำนองเดียวกันกระแสที่ไหลในสายส่งจะเพิ่มขึ้นตามระยะทาง  $x$  เนื่องจาก shunt admittance ที่กระจายตามสายส่ง กระแสที่ไหลในส่วนหนึ่งของสายส่งเล็ก ๆ ทางด้านเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเท่ากับ  $I + \Delta I$

$$\Delta I = V y \Delta x$$

$$dI / dx = Vy \quad \dots\dots\dots (4.17)$$

differentiate สมการ 4.16 และ 4.17 เทียบกับ  $x$  จะได้

$$\frac{d^2 v}{dx^2} = z \frac{dI}{dx} - Vy$$

$$\frac{d^2 I}{dx^2} = yzv \quad \dots\dots\dots (4.18)$$

$$\frac{d^2 I}{dx^2} = y \frac{dv}{dx} - Iz$$

$$\frac{d^2 I}{dx^2} = yzI \quad \dots\dots\dots (4.19)$$

สมมติผลลัพธ์ของสมการ 4.18 คือ

$$V = A_1 \exp(\sqrt{yzx}) + A_2 \exp(-\sqrt{yzx}) \quad \dots\dots\dots (4.20)$$

$$d^2 v = yz [ A_1 \exp(\sqrt{yzx}) + A_2 \exp(-\sqrt{yzx}) ] \quad \dots\dots\dots (4.21)$$

สมการ 4.21 จะเห็นว่าสอดคล้องกับสมการ 4.18 คือ  $d^2 v/dx^2 = yzv$  โดยที่  $V$  มีค่าตามสมการ 4.20 ฉะนั้นสมการ 4.20 เป็นผลลัพธ์ของสมการ 4.18 และเราแทนสมการ 4.16 ด้วยค่าของ  $V$  จะได้

$$I = \frac{1}{Y} \frac{dv}{dx} = \frac{1}{\sqrt{z/y}} A_1 \exp(\sqrt{yzx}) - \frac{1}{\sqrt{z/y}} A_2 \exp(-\sqrt{yzx}) \quad \dots\dots\dots (4.22)$$

ค่าคงที่  $A_1$  และ  $A_2$  สามารถหาโดยใช้ภาวะเมื่อ  $x=0$  จะมี  $V=V_R$  และ  $I=I_R$  ดังนั้นสมการ 4.20 และ 4.22 จะได้

$$V_R = A_1 + A_2 \quad I_R = \frac{1}{\sqrt{z/y}} (A_1 - A_2)$$

แทนค่า  $Z_C = \sqrt{z/y}$  และหาค่า  $A_1$  ได้

$$A_1 = \frac{V_R + I_R Z_C}{2} \quad \text{และ} \quad A_2 = \frac{V_R - I_R Z_C}{2}$$

แทนค่า  $A_1$  และ  $A_2$  ในสมการ 4.20 และ 4.22 และให้  $y = \sqrt{yz}$  จะได้

$$V = \frac{V_R + I_R Z_C}{2} e^{rx} + \frac{V_R - I_R Z_C}{2} e^{-rx} \quad \dots\dots\dots (4.23)$$

$$I = \frac{V_R / Z_C + I_R}{2} e^{\alpha x} - \frac{V_R / Z_C - I_R}{2} e^{-\alpha x} \dots\dots\dots (4.24)$$

โดยที่  $Z_C = \sqrt{z/y}$  โดยเรียกว่า characteristic impedance ของสายส่ง  $Y = \sqrt{yz}$  เรียกว่า propagation constant

ค่า  $Y$  และ  $Z_C$  เป็นค่า complex

$$Y = \alpha + j\beta$$

โดยที่  $\alpha$  เรียกว่า attenuation constant มีหน่วยเป็น nepers ต่อความยาว

$\beta$  เรียกว่า phase constant มีหน่วยเป็น radian ต่อความยาว

และสมการ 4.23 และ 4.24 จะเป็น

$$V = \frac{V_R + I_R Z_C}{2} e^{\alpha x} \cdot e^{j\beta x} + \frac{V_R - I_R Z_C}{2} e^{-\alpha x} \cdot e^{-j\beta x} \dots\dots\dots (4.26)$$

$$\text{และ } I = \frac{V_R / Z_C + I_R}{2} e^{\alpha x} \cdot e^{j\beta x} - \frac{V_R / Z_C - I_R}{2} e^{-\alpha x} \cdot e^{-j\beta x} \dots\dots\dots (4.27)$$

เทอม  $e^{\alpha x}$  เปลี่ยนแปลงเมื่อระยะทาง  $x$  เปลี่ยน แต่  $e^{j\beta x}$  เท่ากับ  $\cos\beta x + j\sin\beta x$  และ เทอมแรกของสมการ 4.26 คือ  $[(V_R + I_R Z_C)/2] e^{\alpha x} \cdot e^{j\beta x}$  เมื่อระยะทาง  $x$  จากปลายสายส่งมากขึ้น ขนาดของแรงดันจะมากขึ้น และ phase จะสูงขึ้นในทางกลับกันพิจารณาคลื่นสายส่งไปทางปลายทางสายส่ง เมื่อระยะทางมากขึ้นขนาดของแรงดันจะลดลงและ phase จะลดลง ซึ่งเป็นคุณสมบัติของ traveling wave ซึ่งคล้ายกับคลื่นในน้ำซึ่งขนาดจะเปลี่ยนตามเวลาที่ทุก ๆ จุด เทอมแรกของสมการ 4.26 เรียกว่า incident voltage และเทอมที่สองของสมการ 4.27 คือ  $[(V_R - I_R Z_C)/2] e^{-\alpha x} \cdot e^{-j\beta x}$  เรียกว่า reflected voltage ที่ทุก ๆ จุดตามสายส่งแรงดันจะเท่ากับผลบวกของ incident และ reflected voltage

ถ้าปลายสายส่ง terminate ด้วย characteristic impedance  $Z_C$  แรงดันที่ปลายสายส่งจะเท่ากับ  $I_R Z_C$  จะไม่มี reflected wave ของแรงดันและกระแสซึ่งเรียกว่า flat line หรือ infinite line สำหรับสายส่งไฟไม่ต้องการ terminate ด้วย characteristic impedance แต่สายส่งสำหรับการสื่อสารจำเป็นจะต้อง terminate เพื่อไม่ให้เกิด reflected wave สำหรับสายส่งไฟฟ้าเหนือหัวที่มีวงจรเดียว (single – circuit) จะมีค่า  $Z_C$  ประมาณ 200 โอห์ม และ phase angle อยู่ระหว่าง 0 และ  $-15^\circ$  สายส่งแบบ Bundle – conductor จะมีค่า  $Z_C$  ต่ำ คือมี  $L$  ต่ำกว่าและ  $C$  สูงกว่าสายส่งที่มีสายไฟเส้นเดียวต่อเฟส

ในระบบส่งไฟฟ้า characteristic impedance เรียกว่า surge impedance ในกรณีที่เป็น lossless line ค่าความต้านทาน และ conductance เป็นศูนย์ และ characteristic impedance ลดลงสู่  $\sqrt{L/C}$  เป็น pure resistance เมื่อพิจารณาเกี่ยวกับความถี่สูง ๆ หรือ surge เนื่องจากฟ้าผ่า (lightning) losses จะไม่น่ามาคิด และ surge impedance เป็นสิ่งสำคัญ Surge- impedance loading (SIL) ของสายส่งเป็นกำลัง (power) ที่ผ่านสายส่งสู่โหลดที่เป็น pure resistance

$$I_L = \frac{|V_L|}{\sqrt{3} \times \sqrt{L/C}} \quad \text{amp.}$$

โดยที่  $|V_L|$  เป็นแรงดัน line-to-line ที่โหลด ดังนั้นเมื่อโหลดเป็น pure resistance

$$\begin{aligned} \text{SIL} &= \sqrt{3} |V_L| \cdot |I_L| \\ &= \frac{|V_L|^2}{\sqrt{L/C}} \quad \text{วัตต์} \end{aligned}$$

เมื่อ  $|V_L|$  มีหน่วยเป็น กิโลวัตต์

$$\text{SIL} = \frac{|V_L|^2}{\sqrt{L/C}} \quad \text{MW.} \quad \dots\dots\dots (4.28)$$

ความยาวคลื่น (wavelength)  $\lambda$  เป็นระยะทางของสายระหว่าง 2 จุด ของคลื่นซึ่งแตกต่างกัน  $360^\circ$  หรือ  $2\pi$  เรเดียน ถ้า  $\beta$  เป็น phase shift ในหน่วยเรเดียนต่อไมล์ ความยาวคลื่นในหน่วยไมล์คือ

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} \quad \text{ไมล์} \quad \dots\dots\dots (4.29)$$

ความถี่ 60 เฮิร์ต ความยาวคลื่นจะประมาณ 3000 ไมล์ ความเร็วของ propagation ของคลื่นในหน่วยไมล์ต่อวินาที คือผลคูณของ wavelength ในหน่วยไมล์และความถี่ในหน่วยเฮิร์ต (Hertz)

$$\text{ความเร็ว} = f \lambda \quad \dots\dots\dots (4.30)$$

เพื่อความสะดวกในการคำนวณหากระแสและแรงดันในสายส่ง โดยการจัดสมการในรูป hyperbolic function คือ

$$\sinh \theta = \frac{e^\theta - e^{-\theta}}{2} \quad \dots\dots\dots (4.31)$$

$$\cosh \theta = \frac{e^\theta + e^{-\theta}}{2} \quad \dots\dots\dots (4.32)$$

ดังนั้นสมการ 4.23 และ 4.24 จะเป็น

$$V = V_R \cosh(\gamma x) + I_R Z_C \sinh(\gamma x) \quad \dots\dots\dots (4.33)$$

และ  $I = I_R \cosh(\gamma x) + V_R / Z_C \sinh(\gamma x) \quad \dots\dots\dots (4.34)$

ให้  $x = l$  จะได้แรงดันและกระแสที่ต้นทางสายส่ง คือ

$$V_S = V_R \cosh(\gamma l) + I_R Z_C \sinh(\gamma l) \quad \dots\dots\dots (4.35)$$

$$I_S = I_R \cosh(\gamma l) + V_R / Z_C \sinh(\gamma l) \quad \dots\dots\dots (4.36)$$

$$A = \cosh(\gamma l)$$

$$B = Z_C \sinh(\gamma l)$$

$$C = \frac{\sinh(\gamma l)}{Z_C}$$

$$D = \cosh(\gamma l)$$

สมการ 4.35 และ 4.36 สามารถหา  $V_R$  และ  $I_R$  ในเทอมของ  $V_S$  และ  $I_S$

$$V_R = V_S \cosh(\gamma l) - I_S Z_C \sinh(\gamma l) \quad \dots\dots\dots (4.37)$$

$$I_R = I_S \cosh(\gamma l) - V_S / Z_C \sinh(\gamma l) \quad \dots\dots\dots (4.38)$$

สำหรับสายส่ง 3 เฟส ที่ balanced สมการข้างต้นกระแสเป็นกระแสในสายส่ง และแรงดันไฟฟ้าเป็นแรงดัน line-to-neutral

ค่า  $\gamma l$  เป็นค่า complex แยกค่า hyperbolic sines และ cosines ของค่า complex ได้ดังนี้

$$\cosh(\alpha l + j\beta l) = \cosh(\alpha l) \cos\beta l + j \sinh(\alpha l) \sin\beta l \quad \dots\dots\dots (4.39)$$

$$\sinh(\alpha l + j\beta l) = \sinh(\alpha l) \cos\beta l + j \cosh(\alpha l) \sin\beta l \quad \dots\dots\dots (4.40)$$

หรือแยกโดย Maclaurin's series คือ

$$\cosh \theta = 1 + \frac{\theta^2}{2!} + \frac{\theta^4}{4!} + \frac{\theta^6}{6!} + \dots\dots\dots (4.41)$$

และ  $\sinh \theta = \frac{\theta}{3!} + \frac{\theta^3}{5!} + \frac{\theta^5}{7!} + \dots\dots\dots (4.42)$

ซึ่งคำนวณเพียง 2-3 เทอมแรกก็ถูกต้องเพียงพอ

วิธีที่สามในการแก้ complex hyperbolic function โดยใช้สมการ 4.31 และ 4.32 โดยที่

$\theta = \alpha + j\beta$  คือ

$$\cosh(\alpha + j\beta) = \frac{e^{\alpha} e^{j\beta} + e^{-\alpha} e^{-j\beta}}{2} = \frac{1}{2} (e^{\alpha} \angle \beta + e^{-\alpha} \angle -\beta) \quad \dots\dots\dots (4.43)$$

และ  $\sinh(\alpha + j\beta) = \frac{e^{\alpha} e^{j\beta} - e^{-\alpha} e^{-j\beta}}{2} = \frac{1}{2} (e^{\alpha} \angle \beta - e^{-\alpha} \angle -\beta) \quad \dots\dots\dots (4.44)$

ตัวอย่าง 4.2 สายส่ง 1 เฟส 60 เฮิร์ต ยาว 370 กิโลเมตร (230 ไมล์) ใช้สายส่ง Rook วางในแนวราบระหว่างกัน 7.25 เมตร (23.8 ฟุต) จ่ายไฟให้โหลด 125 MW ที่ 215 kv 100% เพาเวอร์แฟคเตอร์ จงหา (ก) แรงดัน กระแส และกำลังที่ต้นทางสายส่ง (ข) ค่า voltage regulation ของสายส่ง (ค) wavelength และความเร็วของ propagation ของสายส่ง 50°C

วิธีทำ  $\text{Deg} = \sqrt[3]{23.8 \times 23.8 \times 47.6} = 30.0$  ฟุต

จากตารางสาย Rook

$$z = 0.1603 + j(0.415 + 0.4127) = 0.8431 \angle 79.04^\circ \text{ โห้หม / ไมล์}$$

$$y = j [1 / (0.0950 + 0.10091)] \times 10^{-6} = 5.105 \times 10^{-6} \angle 90^\circ \text{ โห้หม / ไมล์}$$

$$\gamma l = \sqrt{yz} \cdot l = \frac{230 \sqrt{0.8431 \times 5.105 \times 10^{-6}} \angle 79.04 + 90^\circ}{\angle 2}$$

$$= 0.4772 \angle 84.52^\circ = 0.0456 + j0.4750 = \alpha + j\beta$$

$$Z_c = \sqrt{z/y} = \frac{\sqrt{0.8431} \angle 79.04^\circ - 90^\circ}{\sqrt{5.105 \times 10^{-6}} \angle 2} = 406.4 \angle -5.48^\circ \text{ โห้หม}$$

$$V_R = \frac{215,000}{\sqrt{3}} = 124,130 \angle 0^\circ \text{ โวลต์ (line-to-neutral)}$$

$$I_R = \frac{125 \times 10^6}{\sqrt{3} \times 215,000} = 335.7 \angle 0^\circ \text{ แอมป์}$$

จากสมการ 4.39 และ 4.40

$$\begin{aligned} \cosh \gamma l &= \cosh 0.0456 \cos 0.475 + j \sinh 0.04573 \sin 0.475 \\ &= 1.0010 \times 0.8893 + j0.0456 \times 0.4573 \\ &= 0.8902 + j0.0209 = 0.8904 \angle 1.34^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sinh \gamma l &= \sinh 0.0456 \cos 0.475 + j \cosh 0.04573 \sin 0.475 \\ &= 0.0456 \times 0.8893 + j1.00010 \times 0.4573 \\ &= 0.0405 + j0.4578 = 0.4596 \angle 84.94^\circ \end{aligned}$$

จากสมการ 4.35

$$\begin{aligned} V_s &= 124,130 \times 0.8904 \angle 1.34^\circ + 335.7 \times 406.4 \angle -5.48^\circ \times 0.4596 \angle 84.94^\circ \\ &= 137,851 \angle 27.77^\circ \text{ โวลต์} \end{aligned}$$

จากสมการ 4.36

$$\begin{aligned} I_s &= \frac{335.7 \times 0.8904 \angle 1.34^\circ + 124,130 \times 0.4596 \angle 84.94^\circ}{406.4 \angle -5.48^\circ} \\ &= 298.83 + j6.99 - 1.03 + j140.33 \\ &= 332.27 \angle 26.33^\circ \end{aligned}$$

$$\text{แรงดันที่ต้นทางสายส่ง} = \sqrt{3} \times 137.85 = 238.8 \text{ กิโลโวลต์}$$

$$\text{กระแสที่ต้นทางสายส่ง} = 332.27 \text{ แอมแปร์}$$

$$\begin{aligned} \text{เพาเวอร์แฟกเตอร์ที่ต้นทางสายส่ง} &= \cos(27.78^\circ - 26.33^\circ) \\ &= 0.9997 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{กำลังไฟฟ้าที่ต้นทางสายส่ง} &= \sqrt{3} \times 238.8 \times 332.27 \times 0.9997 \\ &= 137,390 \text{ กิโลวัตต์} \end{aligned}$$

จากสมการ 4.35 เมื่อไม่มีโหลด  $I_R = 0$

$$V_R = \frac{V_S}{\cosh \gamma l} = \frac{137.85}{0.8904} = 154.8181$$

$$\text{Voltage regulation} = \frac{154.8181 - 124.13}{124.13} \times 100 = 24.7 \%$$

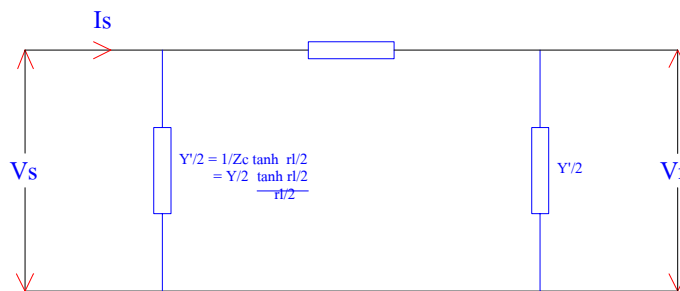
$$\beta = \frac{0.4750}{230} = 0.002065 \text{ เรเดียน / ไมล์}$$

$$\text{ความยาวคลื่น } \lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{0.002065} = 3043 \text{ ไมล์}$$

$$\text{ความเร็วของ propagation} = f\lambda = 60 \times 3043 = 182,580 \text{ ไมล์ / วินาที}$$

#### 4.4 Equivalent circuit ของสายส่งระยะยาว

Equivalent circuit ของสายส่งระยะยาวเป็นแบบ  $\pi$  ดังแสดงในรูป 4.4



$$\text{จะได้ } Z' = Z_c \sinh(\gamma l) = \sqrt{z/y} \sinh(\gamma l)$$

$$Z' = z l \cdot \sinh(\gamma l) = Z \cdot \sinh(\gamma l) \quad \dots\dots\dots (4.46)$$

$$\frac{\sqrt{Z_c \gamma l}}{2} \quad \frac{\gamma l}{2}$$

และ  $Z'Y' + 1 = \cosh(\frac{\gamma l}{2})$  ..... (4.47)

$$Y'Z_c \sinh(\frac{\gamma l}{2}) + 1 = \cosh(\frac{\gamma l}{2})$$

$$Y'/2 = 1/Z_c \cdot \cosh(\frac{\gamma l}{2}) - 1 \quad \dots\dots\dots (4.48)$$

$$\sinh(\frac{\gamma l}{2})$$

แต่  $\tanh(\frac{\gamma l}{2}) = \frac{\cosh(\frac{\gamma l}{2}) - 1}{\sinh(\frac{\gamma l}{2})}$

$$\therefore Y'/2 = 1/Z_c \tanh(\frac{\gamma l}{2})$$

$$= \frac{Y/2 \tanh(\frac{\gamma l}{2})}{(\frac{\gamma l}{2})} \quad \dots\dots\dots (4.49)$$

ตัวอย่างที่ 4.3 จงหา equivalent circuit ของสายส่งระยะยาวเป็นแบบ  $\pi$  เปรียบเทียบกับแบบ nominal  $\pi$  วิธีทำ

$$Z' = Z_c \sinh(\gamma l)$$

$$= 406.4 \angle 5.48^\circ \cdot 0.4596 \angle 84.94^\circ = 186.78 \angle 79.46^\circ \quad \Omega$$

$$Y'/2 = \frac{\cosh(\gamma l) - 1}{Z_c \cdot \sinh(\gamma l)}$$

$$= \frac{0.8902 + j0.0209 - 1}{186.78 \angle 79.46^\circ} = 0.000599 \angle 89.91^\circ \quad \Omega$$

เทียบกับ nominal  $\pi$  ซึ่ง

$$Z = z l = 230 \times 0.8431 \angle 79.04^\circ \quad \Omega$$

$$Y/2 = y l/2 = 230 \times 5.105 \times 10^{-6} \angle 90^\circ = 0.0005587 \angle 90^\circ$$

2

จะเห็นว่า equivalent circuit ของสายส่งระยะยาวเป็นแบบ  $\pi$  จะมี  $Z'$  มากกว่า  $Z$  ของแบบ nominal  $\pi$  ถึง 3.8% และ  $Y'/2$  จะน้อยกว่า  $Y/2$  ถึง 2.0% ดังนั้น แบบ nominal  $\pi$  สามารถแทน equivalent circuit ของสายส่งระยะยาวได้ถ้าไม่ต้องการความถูกต้องมาก ๆ

4.5 กำลังไฟที่ไหลผ่านสายส่ง (Power flow through a transmission line)

กำลังไฟฟ้าที่ไหลผ่านสายส่งไฟฟ้าที่จุดต่าง ๆ สามารถหาได้เมื่อทราบแรงดัน กระแส และ เพาเวอร์แฟคเตอร์ ในที่นี้จะใช้ค่าคงที่ ABCD ในสมการของการกำลังไฟฟ้าที่ไหลผ่านสายส่ง

จาก  $V_S = AV_R + BI_R$  ..... (4.50)

$I_R = V_S - AV_R$  ..... (4.51)

$$\overline{B}$$

โดยที่  $A = |A| \angle \alpha$                        $B = |B| \angle \beta$   
 $V_R = |V_R| \angle 0^\circ$                        $V_S = |V_S| \angle \delta$   
 $\therefore I_R = \frac{|V_R| \angle \delta - \beta}{|B|} - \frac{|A| \cdot |V_R| \angle \alpha - \beta}{|B|}$  ..... (4.52)

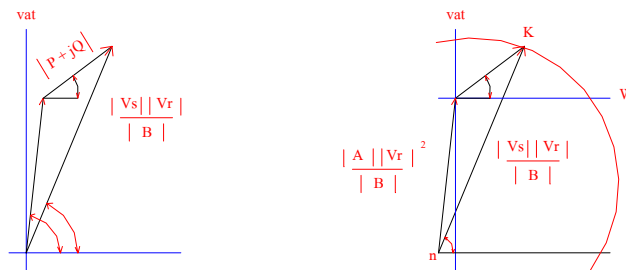
$$p_R + jQ_R = V_R I_R$$

$$= \frac{|V_S| \cdot |V_R| \angle \beta - \delta}{|B|} - \frac{|A| \cdot |V_R|^2 \angle \beta - \alpha}{|B|}$$
 ..... (4.53)

$$\text{Real power} = P_R = \frac{|V_S| \cdot |V_R| \cos(\beta - \delta)}{|B|} - \frac{|A| \cdot |V_R|^2 \cos(\beta - \alpha)}{|B|}$$
 ..... (4.54)

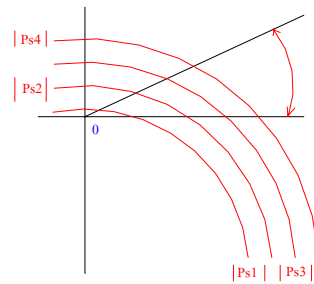
$$\text{Reactive power} = Q_R = \frac{|V_S| \cdot |V_R| \sin(\beta - \delta)}{|B|} - \frac{|A| \cdot |V_R|^2 \sin(\beta - \alpha)}{|B|}$$
 ..... (4.55)

จากสมการ 4.53 นำมาเขียน phasor ในรูปของ polar form ดังแสดงในรูป 4.10 โดยให้



โดยที่  $\theta_R$  เป็นมุมที่  $V_R$  นำหน้า  $I_R$  มุม  $\theta_R$  จะเป็นบวกเมื่อกระแสล้าหลัง (lag) แรงดันในรูป 4.10 เป็น power diagram เมื่อโหลดเปลี่ยนแปลงแต่แรงดัน  $|V_S|$  และ  $|V_R|$  คงที่ จุด n จะไม่ขึ้นกับกระแส  $I_R$  และจะไม่เปลี่ยนแปลงเมื่อ  $|V_R|$  คงที่ ขณะที่  $|V_S|$  และ  $|V_R|$  คงที่ระยะทาง nk จะคงที่ เมื่อโหลดเปลี่ยนแปลงระยะทาง ok จะเปลี่ยนแปลง จุด k จะเคลื่อนที่เป็นวงกลมซึ่งมีจุด n เป็นจุดศูนย์กลาง

รัศมี nk แต่เมื่อต้องการรักษาแรงดันที่ปลายทาง  $|V_R|$  ให้คงที่ โดยการเปลี่ยนแปลงแรงดันต้นทาง  $|V_S|$  จุด n จะไม่เปลี่ยนแปลงแต่รัศมี nk จะเปลี่ยนแปลง ได้วงกลมใหม่ตามที่แสดงในรูป 4.12 และ load line เมื่อโหลดเปลี่ยนแปลงขณะที่เพาเวอร์แฟกเตอร์ ( $\theta_R$ ) รักษาให้คงที่



ได้สูงสุด

$$P_{R(MAX)} = \frac{|V_S| - |V_R|}{|B|} - \frac{|A| - |V_R|^2}{|B|} \cos(\beta - \delta) \dots\dots\dots (4.56)$$