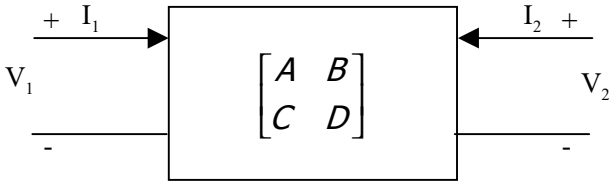
ABCD – Network Parameter

ABCD เรียกว่าเป็น Transmission parameter สำหรับระบบ Two – port แบบติดต่อกัน (Cascade) พารามิเตอร์ของ Transmission matrix หรือ F – Matrix หรือ ABCD Matrix หรือ Fundamental Matrix (เรียกได้หลายชื่อ) ทำให้สามารถหาค่า ทั้ง Forward และ Reverse Transfer function (T.F.) ของทั้งกระแสและแรงดัน

ABCD พารามิเตอร์ของระบบ Two – Port กำหนดจาก



กำหนดให้ Input Port คือ Port 1 (ด้านซ้ายมือของ Block) และOutput Port คือ Port 2 (ด้านขวามือของ Block)

ความสัมพันธ์ของแรงดันและกระแสของทั้ง Port กำหนดจาก

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

หรือ $V_1 = AV_2 - BI_2$ (1)

$I_1 = CV_2 - DI_2$ (2)

จากสมการ (1) หาค่า พารามิเตอร์ A จาก

$V_1 = AV_2 - BI_2$

เมื่อเทอม $-BI_2$ มีค่าเป็นศูนย์ การที่จะทำให้เทอมนี้เป็นศูนย์ได้ โดยการ Open Circuit ที่ Port 2 นั่นคือจะไม่มีกระแสไหลในวงจร จะได้สมการใหม่คือ

$V_1 = AV_2$

หรือ $$A = \left.\frac{V_1}{V_2}\right|_{I_2=0} \qquad (3)$$

จากสมการ (1) หาค่า พารามีเตอร์ B จาก

$$V_1 = AV_2 - BI_2$$

เมื่อเทอม AV_2 มีค่าเป็นศูนย์ การที่จะทำให้เทอมนี้เป็นศูนย์ได้ โดยการ Short Circuit ที่ Port 2 นั่นคือจะไม่มีแรงดันที่ Port 2 จะได้สมการใหม่คือ

$$V_1 = -BI_2$$

หรือ $$B = \left.\frac{V_1}{-I_2}\right|_{V_2=0} \qquad (4)$$

จากสมการ (2) หาค่า พารามีเตอร์ C จาก

$$I_1 = CV_2 - DI_2$$

เมื่อเทอม $-DI_2$ มีค่าเป็นศูนย์ การที่จะทำให้เทอมนี้เป็นศูนย์ได้ โดยการ Open Circuit ที่ Port 2 นั่นคือจะไม่มีกระแสไหลในวงจร จะได้สมการใหม่คือ

$$I_1 = CV_2$$

หรือ $$C = \left.\frac{I_1}{V_2}\right|_{I_2=0} \qquad (5)$$

จากสมการ (2) หาค่า พารามีเตอร์ D จาก

$$I_1 = CV_2 - DI_2$$

เมื่อเทอม CV_2 มีค่าเป็นศูนย์ การที่จะทำให้เทอมนี้เป็นศูนย์ได้ โดยการ Short Circuit ที่ Port 2 นั่นคือจะไม่มีแรงดันที่ Port 2 จะได้สมการใหม่คือ

$$I_1 = -DI_2$$

หรือ $$D = \left.\frac{I_1}{-I_2}\right|_{V_2=0} \qquad (6)$$

จากสมการที่ (3) ถึง (6) จะเห็นว่า

A เป็นอัตราส่วนของแรงดันด้าน Input ต่อ แรงดันด้าน Output พารามีเตอร์นี้จึงไม่มีหน่วย

D เป็นอัตราส่วนของกระแสด้าน Input ต่อ กระแสด้าน Output พารามีเตอร์นี้จึงไม่มีหน่วย

C เป็นอัตราส่วนของกระแสด้าน Input ต่อ แรงดันด้าน Output พารามีเตอร์นี้จึงมีหน่วยเป็น -Siemen หรือที่เรียกว่า Reverse Transconductance

B เป็นอัตราส่วนของแรงดันด้าน Input ต่อ กระแสด้าน Output พารามีเตอร์นี้จึงมีหน่วยเป็น Siemen หรือที่เรียกว่า Forward Transconductance

$\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{A}$ เรียกว่า Forward Voltage Transfer Function

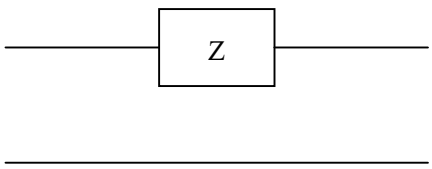
$\frac{I_2}{I_1} = \frac{-1}{D}$ เรียกว่า Forward Current Transfer Function

$\frac{V_2}{I_1} = \frac{1}{C}$ เรียกว่า Forward Voltage-Current Transfer Function

$\frac{V_1}{I_1} = \frac{A}{C}$ เรียกว่า Input Driving Point Impedance

$\frac{I_1}{I_2} = C$ เรียกว่า Reverse Transconductance

พิจารณาวงจร Two – Port ที่มี Impedance ต่ออยู่ในวงจรดังรูป



สามารถหา พารามีเตอร์ A B C D ได้ดังนี้

พารามีเตอร์ A

$$A = \left.\frac{V_1}{V_2}\right|_{I_2=0}$$

กรณีนี้จะเห็นว่าเมื่อ Open – Circuit ด้าน Output แล้ว แรงดันไฟฟ้า $V_1 = V_2$

ดังนั้น $A = \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_2}{V_1} = 1$

พารามีเตอร์ B

$$B = \left.\frac{V_1}{-I_2}\right|_{V_2=0}$$

อย่าลืมว่าในวงจรนี้กระแส I_1 และ I_2 มีค่าเท่ากันแต่ทิศทางสวนทางกัน ดังนั้น

$$B = \left.\frac{V_1}{-I_2}\right|_{V_2=0} = \left.\frac{V1}{I1}\right|_{V_2=0} = Z$$

พารามีเตอร์ C

$$C = \left.\frac{I_1}{V_2}\right|_{I_2=0}$$

เมื่อ$I_2 = 0$ แต่ $I_1 = I_2$ ดังนั้น $I_1 = 0$ ด้วย ดังนั้น

$$C = \left.\frac{I_1}{V_2}\right|_{I_2=0} = \frac{0}{V_2} = 0$$

พารามีเตอร์ D

$$D = \left.\frac{I_1}{-I_2}\right|_{V_2=0}$$

เมื่อShort Circuit ด้าน Out put จะพบว่า

$I_1 = \frac{V_1}{Z}$ และ $I_2 = \frac{V_1}{Z}$

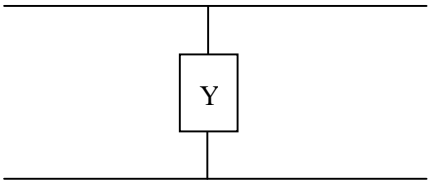
ดังนั้น $I_1 = I_2$

และ $D = \left.\frac{I_1}{-I_2}\right|_{V_2=0} = 1$

จากวงจรจะเห็นว่าค่าพารามีเตอร์ ABCD จะมีค่า ดังนี้

$$F_z = \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

พิจารณาวงจร Two – Port ที่มี Admittance ต่ออยู่ในวงจรดังรูป



สามารถหา พารามิเตอร์ A B C D ได้ดังนี้

พารามิเตอร์ A

$$A = \left.\frac{V_1}{V_2}\right|_{I_2=0}$$

กรณีนี้จะเห็นว่าเมื่อ Open – Circuit ด้าน Output แล้ว แรงดันไฟฟ้า $V_1 = V_2$

ดังนั้น $A = \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_2}{V_1} = 1$

พารามิเตอร์ B

$$B = \left.\frac{V_1}{-I_2}\right|_{V_2=0}$$

เมื่อShort - Circuit ด้าน Out put จะพบว่าเหมือนกับว่า Short – Circuit ด้าน Input ด้วยดังนั้น $V_1 = V_2 = 0$

ดังนั้น $B = \left.\frac{0}{-I_2}\right|_{V_2=0} = 0$

พารามิเตอร์ C

$$C = \left.\frac{I_1}{V_2}\right|_{I_2=0}$$

เมื่อOpen – Circuit ด้าน Output จะได้

$$C = \frac{I_1}{V_2} = Y$$

พารามิเตอร์ D

$$D = \left.\frac{I_1}{-I_2}\right|_{V_2=0}$$

เมื่อShort Circuit ด้าน Out put จะพบว่า $I_1 = I_2$

ดังนั้น

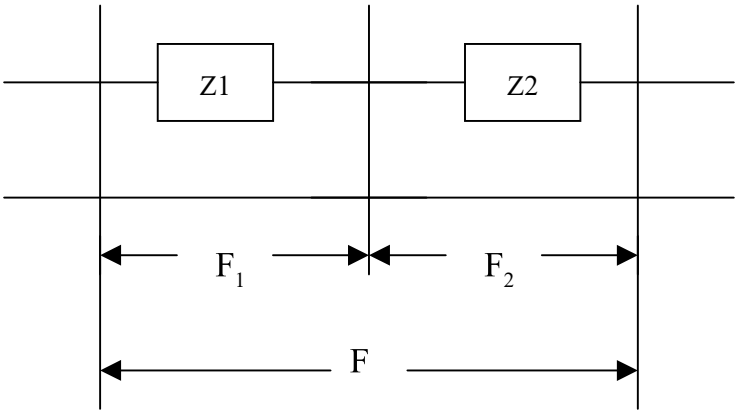
$$D = \left.\frac{I_1}{-I_2}\right|_{V_2=0} = 1$$

จากวงจรจะเห็นว่าค่าพารามีเตอร์ ABCD จะมีค่า ดังนี้

$$F_y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y & 1 \end{bmatrix}$$

การหาพารามีเตอร์ของระบบ Cascade

จากรูป เป็นการนำเอา F – matrix 2 ตัวมาต่อกัน



จาก รูปลองพิจารณาให้ Z_1 และ Z_2 แยกกันจะได้

$$F_1 = \begin{bmatrix} 1 & Z_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ และ } F_z = \begin{bmatrix} 1 & Z_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

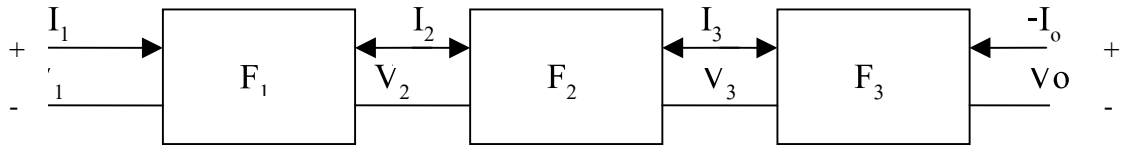
ให้ $F = F_1.F_2$

จะได้ $$F = \begin{bmatrix} 1 & Z_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & z2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z1+Z2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ถ้าลองพิจารณาใหม่โดยคิด Z1 และ Z2 รวมกันก็จะได้

$$F = \begin{bmatrix} 1 & Z1+Z2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

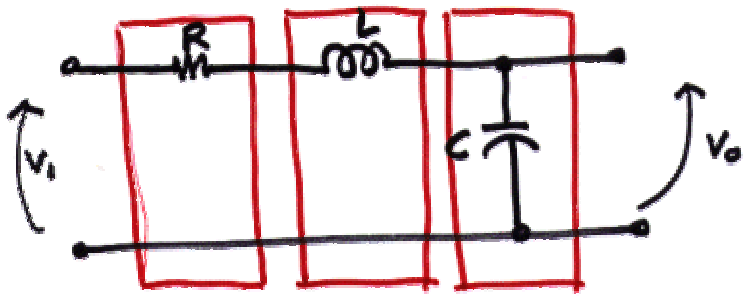
ซึ่งให้ค่าเท่ากันกับการเอา Matrix F_1 คูณกับ F_2 ดังนั้นจึงสรุปได้ว่าในกรณีที่วงจร Two – Port ต่อ Cascade กัน การหา F – Matrix รวมสามารถหาได้จากการนำเอา F – Matrix ทั้งหมดมาคูณกันตามลำดับของการ Cascade กัน



จากรูปจะได้ F – Matrix รวมคือ

$$F = F_1.F_2.F_3$$

<u>ตัวอย่าง</u> จงหา ABCD Parameter รวมของวงจร



<u>วิธีทำ</u> กำหนดให้ R เป็นF1 ให้ L เป็นF2 และ C เป็นF3 ตามลำดับ

จาก F = F1F2F3 จะได้

$$F = \begin{bmatrix} 1 & R \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ C & 1 \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} C(L+R)+1 & L+R \\ C & 1 \end{bmatrix}$$ ตอบ

ถ้าต้องการหา Transfer Function ให้ Take Laplace ก่อนดังนี้

$$F = \begin{bmatrix} 1 & R \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & sL \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ sC & 1 \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} sC(sL+R)+1 & sL+R \\ sC & 1 \end{bmatrix}$$

หา Voltage Transfer Function จาก

$$TF = \frac{V_o}{V_1} = \frac{1}{A}$$

ดังนั้น $$TF = \frac{V_o}{V_1} = \frac{1}{s^2CL + sCR + 1}$$

ถ้าให้ R = L = C = 1 และป้อนด้วย Unit Step Function จะได้

$$TF = \frac{1}{s^2 + s + 1}$$

ค่าอื่น ๆ ก็สามารถหาได้ในทำนองเดียวกัน