Praktikum 4c
Abhängigkeiten der Schwingungsdauer beim Fadenpendel

Michael Kopp

15. März 2007

1 Hypothesen aufstellen

Wir stellten für die Abhängigkeit der Periodendauer T eines Federpendels folgende Hypothesen auf, die zu untersuchen uns möglich war:

$$T \sim l \tag{1}$$

$$T \not\sim m \tag{2}$$

$$T \not\sim a \tag{3}$$

dabei ist a die anfängliche Auslenkung des Pendels, l die Länge des Fadens von der oberen Aufhängung bis hin zum Schwerpunkt des Pendelkörpers und m die Masse des Pendelkörpers.

2 Versuchsaufbau

In unserem Versuchsaufbau verwendeten wir Stativmatereal, an dem eine Schnur befestigt war. An deren Ende war an einer Schlaufe das jeweilige Gewicht eingehängt. Eigentlich hätte das Gewicht sich durch einen Lichtvorhang bewegen und diesen dabei auslösen sollen, damit die Zeit präziese gemessen hätte werden können. Wir mussten so auf die „*altbewährte*“ Methode mit Stoppuhr und Augenmaß zurückgreifen.

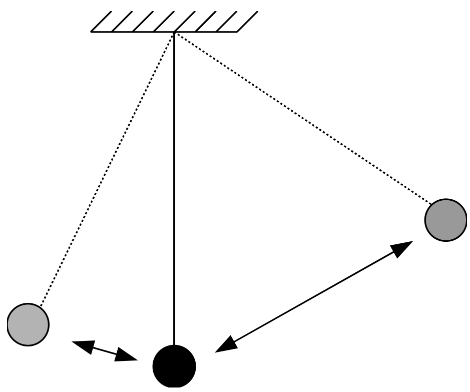


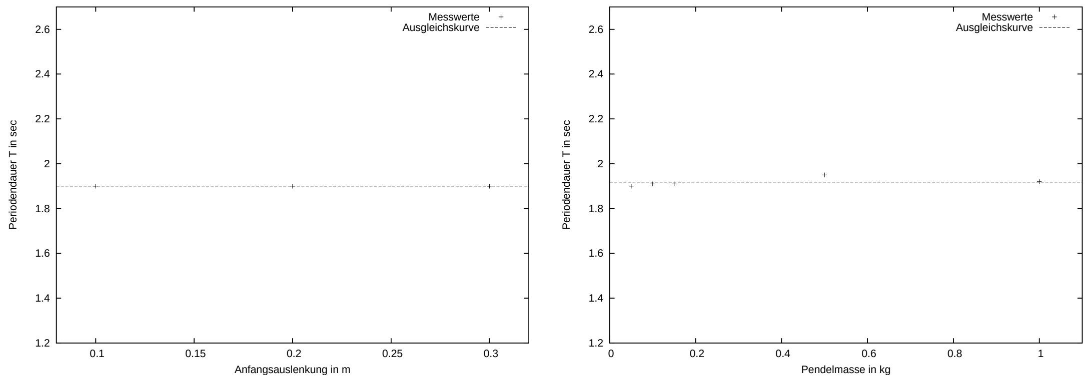
Abbildung 1: Versuchsaufbau - Skizze

3 Ergebnisse

Trägt man die Ergebnisse aus den Versuchen in Schaubilder ein, so erhält man Die Schaubilder 2 und 3. Aus der Form der Schaubilder vermutet man folgende Zusammenhänge:

$$T \sim \sqrt{l}$$
$$T \not\sim a$$
$$T \not\sim m$$

Diese lassen sich nun überprüfen, indem man eine Proportionalitätskonstante für jedes einzelne Wertepaar ausrechnet, und diese dann vergleicht. Ergibt sich ein annährend konstanter Wert, so kann man darauf schließen, dass der vermutete Zusammenhang richtig ist. In Tabelle 1 ist dies exemplarisch für den Zusammenhang $T \sim \sqrt{l}$ aufgeführt. Der Proportionalitätsfaktor ist hier anhährend konstant - er bewegt sich im Rahmen der Mess(un)genauigkeit.



(a) Anfangsauslenkung a (b) Pendelkörpermasse m

Abbildung 2: Zusammenhänge zwischen a bzw. m und T

$l[m]$	$T[s]$	**Proportionalitätsfaktor**
0,910	1,910	2,002
0,785	1,800	2,032
0,700	1,710	2,044
0,620	1,600	2,032
0,545	1,495	2,025
0,450	1,385	2,065
0,340	1,228	2,106
0,195	0,964	2,183
0,150	0,805	2,079
0,080	0,602	2,128

Tabelle 1: Untersuchung auf Proportionalität nach $T \sim \sqrt{l}$. Vgl. Abb. 3

Man kann solch eine Überprüfung auch graphisch vornehmen: in Abbildung 2 und 3 sind neben den gemessenen Werten auch *Ausgleichskurven* eingezeichnet. Sie wurden mathematisch berechnet - stellen also in dem Schaubild *Funktionen* dar. Die Funktionen in Abbildung 2 wurden so berechnet, dass sie die Vermutungen (Gleichungen 2 und 3) stützen, wenn der Funktionsverlauf sich mit den Messwerten deckt. Da die Werte offensichtlich auf (bzw. ihre Abweichungen im Mess(un)genauigkeitsbereich) dieser Funktion liegen, kann man sich die Rechnungen über den Proportionalitätsfaktor sparen.

4 Weitere Zusammenhänge

Mit einem Komputerprogramm konnten wir noch die Zusammhenhänge zwischen

$$T \sim g \tag{4}$$

herausarbeiten[1]. Es ergab sich dabei für den Zusammenhang das Schaubild 4. In ihm wurden verschiedene Schwerkraftbeschleunigungen für ein Pendel der Länge 1m simuliert. Es ist dabei möglich, dass $T \sim \frac{1}{g}$, $T \sim \frac{1}{g^2}$ oder $T \sim \frac{1}{\sqrt{g}}$. Errechnet man von allen drei Möglichkeiten die Proportionalitätsfaktoren (also $k_1 = T \div \frac{1}{g}$, $k_2 = T \div \frac{1}{g^2}$ und $k_3 = T \div \frac{1}{\sqrt{g}}$), so kommt man lediglich für k_3 auf einen konstanten Wert: $k_3 \approx 6,28$. Rechnet man ganz präziese, so käme man auf 2π.

Es ergibt sich also der Zusammenhang

$$T \sim \frac{1}{\sqrt{g}}$$

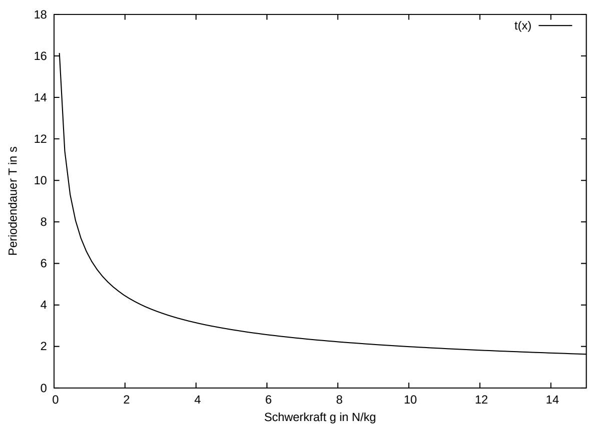


Abbildung 4: Zusammenhang zwischen Periodendauer T und Schwerkraftbeschleunigung g

[1] Die Arbeit verdanken wir Team *Peter & Co*

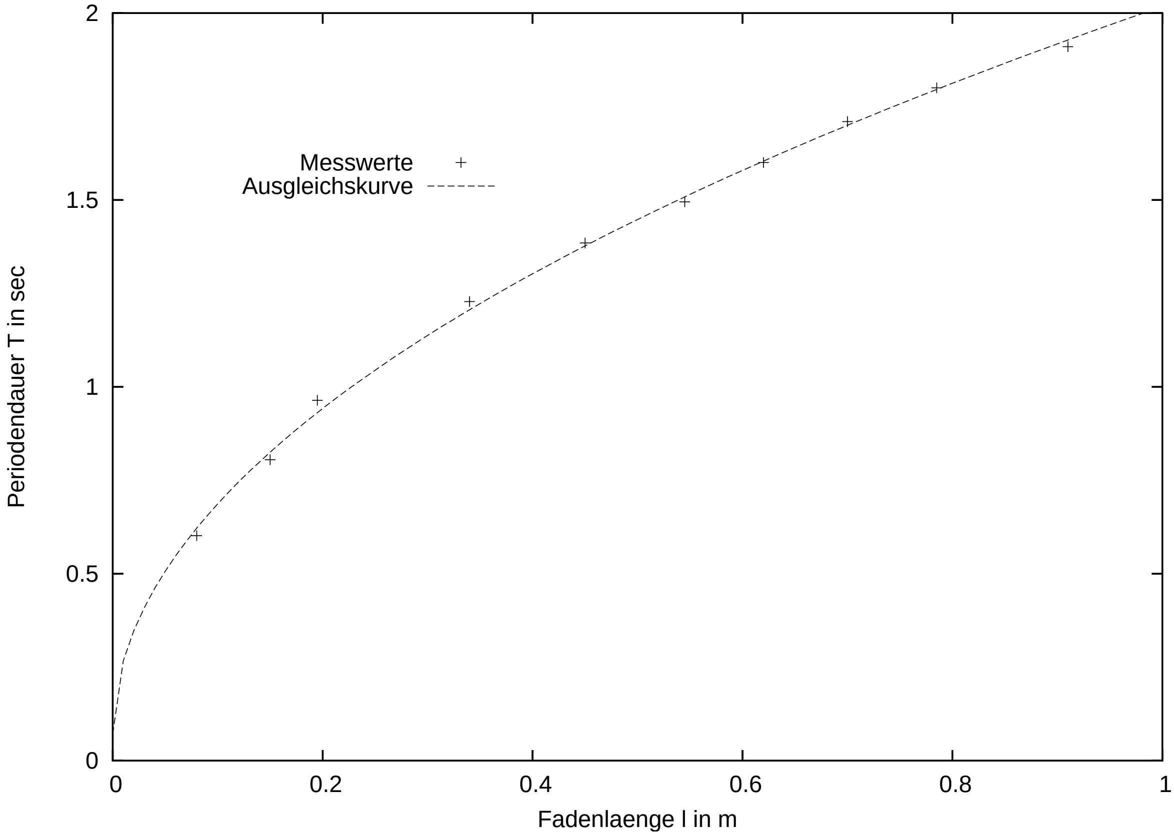


Abbildung 3: Zusammenhänge zwischen l und T

Von vorher (aus Abschnitt 3) ist noch der Zusammenhang

$$T \sim \sqrt{l}$$

bekannt. Diese beiden Zusammenhänge kann man nun kombinieren:

$$T \sim \frac{\sqrt{l}}{\sqrt{g}}$$

Als Proportionalitätskonstante ergibt sich dabei 2π (wie wir aus der Komputersimulation wussten, da dort mit $l = 1m$ gerechnet wurde).

5 Möglichkeiten für die Abweichungen unserer Messwerte

Rechnet man mit unseren Messwerten Proportionalitätskonstanten aus, so sind sie nicht immer wirklich *konstant*. Das kommt daher, dass bei unseren Messungen Fehler auftreten. Mögliche Fehlerquellen können sein:

- Ungenauigkeiten bei der Messung (durch Stoppuhr)
- Reibung (damit verliert das System „Pendel“ an Energie, die es an die Außenwelt abgibt und wird somit langsamer, wodurch die Periodendauer T steigt)
- Ungenauigkeiten bei der Längenabmessung (Bestimmung des Körperschwerpunks schwierig)

6 Endergebnis

Man erhält also insgesammt für ein Fadenpendel mit der Länge l für die Dauer einer Schwingung T unabhängig von der Auslenkung oder dem Gewicht des Pendels die Formel:

$$\boxed{T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\left(\frac{l}{g}\right)}}$$