

DIÂMETRO MAIS ECONÔMICO DE UMA IMPULSÃOCelso L. Prevedello¹**1- INTRODUÇÃO**

Quando uma canalização de recalque necessita ser pré-dimensionada, é comum a utilização da fórmula de Bresse ou Forchheimer, ambas obtidas a partir da imposição de um custo mínimo ao conjunto da instalação (custo do bombeamento e da canalização). Essas fórmulas, por outro lado, não ficam isentas de discussão quando se observa que elas não levam em conta a natureza do material empregado na condução e nem o regime de escoamento, além de serem limitadas para outros líquidos que não seja a água.

O objetivo deste trabalho foi propor um método para estabelecer o diâmetro mais econômico de uma canalização de impulsão, de acordo com a teoria moderna que governa o escoamento de líquidos em canalizações forçadas, respeitando-se a natureza do líquido, do material empregado, e o regime de escoamento que se estabelece na condução.

2 - CONSIDERAÇÕES TEÓRICAS

Os gastos anuais envolvidos numa impulsão dizem respeito ao custo da canalização (incluindo a instalação), ao custo do conjunto motor-bomba, e ao custo da energia de bombeamento, ou seja,

$$\text{Gasto} \cdot \text{anual} = p_1 \cdot 100 \cdot D \cdot L \cdot r_1 + p_2 \cdot P \cdot r_2 + n \cdot s \cdot P \cdot 365 \cdot 0,736 \quad (1)$$

onde:

p_1 =custo da canalização instalada, por cm de diâmetro e m de comprimento;

D =diâmetro da canalização (m);

L =comprimento da canalização (m);

r_1 =taxa de amortização da canalização;

p_2 =custo do conjunto motor-bomba, por unidade de potência;

P =potência (cv);

r_2 =taxa de amortização do conjunto motor-bomba;

n =número de horas de funcionamento diário do conjunto motor-bomba (h/d);

s =custo do kwh;

365 =número de dias do ano; e

$0,736$ =fator de conversão de cv para kw.

Por outro lado, a potência P (cv) que um conjunto motor-bomba deve desenvolver para impulsionar uma vazão Q (m³/s) à uma altura manométrica H (m) é

$$P(\text{cv}) = \frac{\gamma \cdot Q \cdot H}{\eta \cdot 75} \quad (2)$$

onde:

γ = peso específico do fluido (kgf/m³); e

η = rendimento do conjunto motor-bomba..

Se a altura manométrica (H) for referida unicamente em termos da perda de carga principal na canalização (hf), então o gasto anual necessário para pagar o bombeamento, devido a essa perda principal, é

$$\begin{aligned} \text{Gasto} \cdot \text{anual} = p_1 \cdot 100 \cdot D \cdot L \cdot r_1 + p_2 \cdot r_2 \cdot \frac{Q \cdot \gamma \cdot hf}{75 \cdot \eta} + \\ + n \cdot s \cdot 365 \cdot 0,736 \cdot \frac{Q \cdot \gamma \cdot hf}{75 \cdot \eta} \end{aligned} \quad (3)$$

¹Prof. Titular do Departamento de Eng. & Tec. Rurais

Universidade Federal do Paraná

Rua dos funcionários, 1540, 80.035-050 Curitiba, Paraná, Brasil

E-mail:clpreve@agrarias.ufpr.br

Mas a perda de carga (hf), pela teoria moderna que governa a condução de líquidos (em condições isotérmicas) em condutos forçados, é dada por

$$hf = f \frac{L \cdot V^2}{D \cdot 2g} \quad (4)$$

onde:

V=velocidade do líquido (m/s);
f=fator de atrito (adimensional); e
g=aceleração da gravidade (m/s²).

Lembrando agora que Q=AV (equação da continuidade), então, para condutos cilíndricos, podemos escrever

$$V^2 = \frac{Q^2 \cdot 16}{\pi^2 \cdot D^4} \quad (5)$$

Assim, a substituição da (5) na (4), e o resultado na (3), fica

$$\begin{aligned} \text{Gasto anual} = p_1 \cdot 100 \cdot D \cdot L \cdot r_1 + p_2 \cdot r_2 \cdot \frac{Q \cdot g \cdot f \cdot L \cdot 16 \cdot Q^2}{75 \cdot h \cdot \pi^2 \cdot D^5 \cdot 2g} + \\ + n \cdot s \cdot 365 \cdot 0,736 \cdot \frac{Q \cdot g \cdot f \cdot L \cdot 16 \cdot Q^2}{75 \cdot h \cdot \pi^2 \cdot D \cdot 2g} \end{aligned} \quad (6)$$

Para que o gasto seja mínimo, derivando a equação (6) com relação a D e igualando o resultado a zero, resulta para f

$$f = \frac{75 \cdot h \cdot \pi^2 \cdot g \cdot p_1 \cdot 100 \cdot r_1 \cdot D^6}{Q^3 \cdot g \cdot 40 \cdot (p_2 \cdot r_2 + n \cdot s \cdot 365 \cdot 0,736)} \quad (7)$$

ou (adotando g=9,81m/s²)

$$f = \frac{18153,9 \cdot h \cdot p_1 \cdot r_1 \cdot D^6}{Q^3 \cdot g \cdot (p_2 \cdot r_2 + n \cdot s \cdot 365 \cdot 0,736)} \quad (7a)$$

ou

$$f = f_a D^6 \quad (8)$$

onde

$$f_a = \frac{18153,9 \cdot h \cdot p_1 \cdot r_1}{Q^3 \cdot g \cdot (p_2 \cdot r_2 + n \cdot s \cdot 268,64)} \quad (9)$$

O fator de atrito f_a , dado pela (9), pode ser considerado como o fator de atrito econômico que, evidentemente, para o diâmetro da canalização econômica, deverá ser igual ao fator f conhecido pela equação de Colebrook-White, ou seja,

$$\frac{1}{(f)^{1/2}} = -2 \log \left(\frac{k}{3,7D} + \frac{2,51}{N_r (f)^{1/2}} \right) \quad (10)$$

onde:

k=rugosidade absoluta da canalização (m); e
N_r=número de Reynolds (adimensional).

O número de Reynolds é dado por

$$N_r = \frac{V \cdot D}{\nu} \quad (11)$$

onde ν = viscosidade cinemática do fluido (m²/s).

Percebe-se, assim, que as equações (8) e (10) podem fornecer o diâmetro mais econômico de uma impulsão, de acordo com a teoria moderna que rege o escoamento dos líquidos em condutos forçados, respeitando-se os fatores que influenciam no escoamento, como: viscosidade (natureza do fluido), rugosidade absoluta (natureza do material), regime de escoamento, etc. Para tanto, as seguintes transformações são convenientes: introduzindo a equação (11) na (10) e elevando ambos os membros a -2 resulta

$$f = \frac{0,25}{\left(\log \left(\frac{k}{3,7D} + \frac{2,51u}{VD(f)^{1/2}} \right) \right)^2} \quad (12)$$

Finalmente, introduzindo a equação (8) na (12) obtém-se:

$$D = \frac{0,25^{1/6}}{\left(fa \left(\log \left(\frac{k}{3,7D} + \frac{2,51u}{VD(f_a D^6)^{1/2}} \right) \right) \right)^2}^{1/6} \quad (13)$$

Note-se que a variável incógnita (D) figura nos dois membros da (13). Isso exige a adoção de um processo de tentativas para encontrar o seu valor. Para tanto, chamando de D_n os valores de D do segundo membro da (13) e de D_{n+1} o valor de D do primeiro membro, então, a partir de um valor arbitrado de D_n , fazendo $n=0$, obtém-se D_1 . Se D_0 diferir de D_1 , assume-se esse valor no segundo membro para se obter D_2 , e assim sucessivamente. Esse procedimento é repetido até que os sucessivos valores de D_n e D_{n+1} sejam tão próximos quanto se deseje.

O programa a seguir considera esse processo iterativo, e os resultados da Tabela 1 atestam a rapidez da convergência da equação (13), para qualquer que seja o valor de D_0 inicialmente arbitrado. Os resultados apresentados na Tabela 1 foram calculados para os seguintes valores hipotéticos:

$Q=0.03\text{m}^3/\text{s}$ (vazão de adução)

$\gamma=1000\text{kgf}/\text{m}^3$ (peso específico do fluido)

$n=6\text{h}/\text{d}$ (horas de funcionamento diário)

$s=\text{R}\$0,07$ (custo do kwh)

$\eta=0,65$ (rendimento do conjunto motor-bomba)

$p_1=\text{R}\$0,80$ (custo da instalação por cm de diâmetro e m de comprimento)

$r_1=0,10$ (taxa de amortização da canalização)

$p_2=\text{R}\$110,00$ (custo do conjunto motor-bomba por unidade de cv)

$r_2=0,10$ (taxa de amortização do conjunto motor-bomba)

$k=0,010\text{mm}$ (rugosidade absoluta da canalização)

$\nu=0,000001\text{m}^2/\text{s}$ (viscosidade cinemática da água pura a 20°C)

Programa em linguagem BASIC para obtenção do diâmetro mais econômico de uma impulsão, a partir da solução da equação (13), por processo iterativo.

```
10 REM "DIAMETRO MAIS ECONOMICO"
```

```
20 PRINT "DIAMETRO MAIS ECONOMICO"
```

```
30 PRINT "BY C. L. PREVEDELLO"
```

```
40 INPUT "PESO ESPEC. FLUIDO EM kgf/m^3";G
```

```
45 INPUT "VAZAO EM m^3/s";Q
```

```
50 INPUT "NUMERO DE HORAS DE FUNC. POR DIA";N
```

```
60 INPUT "CUSTO DO Kwh";S
```

```
70 INPUT "EFICIENCIA CONJUNTO MOTOR-BOMBA, FRACAODECIMAL";E
```

```
80 INPUT "CUSTO INSTALACAO CANAL. POR cm DE DIAM. E m DE COMPRIMENTO";P1
```

```
90 INPUT "TAXA DE AMORTIZACAO DA CANALIZACAO, FRACAO DECIMAL";R1
```

```
95 INPUT "TAXA DE AMORTIZACAO DO CONJUNTO MOTOR-BOMBA, FRACAO DECIMAL";R2
```

```
97 INPUT "CUSTO CONJUNTO MOTOR-BOMBA, POR UNIDADE DE CAVALO-VAPOR";P2
```

```
100 INPUT "RUGOSIDADE DA CANALIZACAO, EM mm";K
```

```
110 INPUT "VISCOSIDADE CINEMATICA DO FLUIDO, EM m^2/s";VISC
```

```
120 PI=3.1415927#
```

```
130 FA=(18153,9*P1*R1*E)/(Q^3*G*(P2*R2+N*S*268,64))
```

```
140 D=.1
```

```
150 V=Q/(PI*D*D/4)
```

```
160 B=K/(3.7*D)
```

```
170 C=(2.51*VISC)/(D*V*(SQR(FA*(D^6))))
```

```
180 EE=B+C
```

```
190 H=((ABS(LOG(EE)))/(LOG(10)))^2)*FA
```

```
200 GG=(.25/H)^.1666666666#
```

SIMPÓSIO INTERNACIONAL SOBRE GESTÃO DE RECURSOS HÍDRICOS.

Gramado, RS, de 5 a 8 de Outubro de 1998

```

210 PRINT GG
220 IF ABS(GG-D)<=.0000001 THEN GOTO 250
230 D=GG
240 GOTO 150
250 PRINT "DIAMETRO MAIS ECONOMICO=";GG;"m"
    
```

	$D_0=.0001$	$D_0=.001$	$D_0=.01$	$D_0=0.1$	$D_0=1$	$D_0=10$
D_1	0,224744	0,331014	0,387978	0,267076	0,226299	0,202789
D_2	0,249446	0,242517	0,239892	0,246259	0,249315	0,251426
D_3	0,247500	0,248020	0,248222	0,247737	0,247510	0,247355
D_4	0,247644	0,247606	0,247591	0,247627	0,247644	0,247655
D_5	0,247634	0,247636	0,247638	0,247635	0,247634	0,247633
D_6	0,247634	0,247634	0,247634	0,247634	0,247634	0,247634
D_7	0,247634	0,247634	0,247634	0,247634	0,247634	0,247634

Tabela 1. Diâmetro mais econômico (em m) calculado pela equação (13) em função do valor de D_0 inicialmente arbitrado, para um caso hipoteticamente formulado.