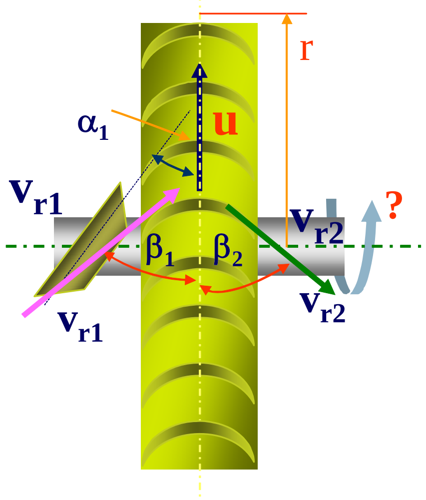
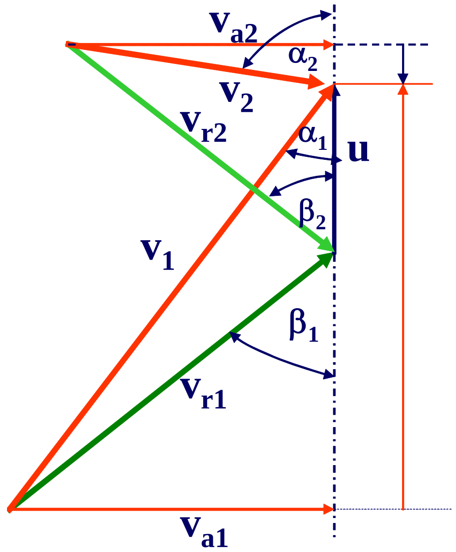
Problema 2. Una turbina a gas de flujo axial tiene un diámetro base de 3.4 pies y un diámetro de punta de 4 pies, en su primera etapa. Por la máquina fluyen 50 lbm/s de productos de combustión. En la primera etapa, la presión es 5 atm y la temperatura 1800 ºR. Si α_1=38º y β_2=55º y debe desarrollar 25 Hp. ¿Cuál debería ser la velocidad del rotor?. Suponga que las propiedades de gas corresponden a las del aire para el fluido de trabajo.

RESOLUCION

Diagrama esquemático el rotor



Póligonos de velocidad:



Resumen de datos

$\mathbf{r}_2 := 4$ pie

$\mathbf{r}_1 := 3.4$ pie

$\mathbf{r}_\mathbf{m} := 3.5$ pie

$\beta_2 := 55\cdot\mathbf{deg}$

$\alpha_1 := 38\cdot\mathbf{deg}$

$\mathbf{P} := 25\ \mathbf{hp}$

$\mathbf{m} := 50$ lb/m

$\mathbf{T}_1 := 1800$ R

$\mathbf{p}_1 := 5\cdot 14.696$ psia

$\mathbf{p}_1 = 73.48$ psia

$\mathbf{R} := 53.3\ \dfrac{\mathbf{ft}\cdot\mathbf{lbf}}{\mathbf{lb}\cdot\mathbf{R}}$

Entrada:

$$V_{\theta 1} = V_1 \cdot \cos\alpha_1 = V_{r1}\cdot\cos\beta_1 + u \qquad (1a)$$

$$V_{a1} = V_1 \cdot sen\,\alpha_1 = V_{r1}\cdot sen\,\beta_1 \qquad (2a)$$

Salida:

$$V_{\theta 2} = V_2 \cdot \cos\alpha_2 = -V_{r2}\cdot\cos\beta_2 + u \qquad (1b)$$

$$V_{a2} = V_2 \cdot sen\,\alpha_2 = V_{r2}\cdot sen\,\beta_2 \qquad (2b)$$

de la ecuación de Euler, se tiene:

$$T = \rho Q(rV_{\theta 1} - rV_{\theta 2}) = m\,r(V_1\cdot\cos\alpha_1 - (-V_{r2}\cdot\cos\beta_2 + u))$$

para $V_{r1}=V_{r2}$ (despreciando la fricción) y $\beta_1=\beta_2$ se tiene:

$$T = m\,r(V_1\cdot\cos\alpha_1 + V_{r1}\cdot\cos\beta_1 - u) = m\,r(V_1\cdot\cos\alpha_1 + V_1\cdot\cos\alpha_1 - u - u)$$

Finalmente:

$$P = T\cdot\omega = 2\omega m r(V_1\cdot\cos\alpha_1 - u)$$

La velocidad axial a la entrada se puee calcular a partir de la definición e flujo másico:

para ello calculamos previamente la densidad del gas a la entrada:

$$\rho_1 := \frac{\mathbf{p}_1\cdot 144}{\mathbf{T}_1\cdot\mathbf{R}} \qquad \mathbf{V_{a1}} := \frac{\mathbf{m}}{\rho_1\cdot\pi\cdot\left[(\mathbf{r}_2)^2 - (\mathbf{r}_1)^2\right]} \quad \text{------->} \quad \mathbf{V_{a1}} = 32.502 \text{ pie/s}$$

y de la eciación 2a, se tiene que:

$$\mathbf{V}_1 := \frac{\mathbf{V_{a1}}}{\sin(\alpha_1)} \quad \text{------->} \quad \mathbf{V_1} = 52.791 \text{ pie/s}$$

systituyendo valores numéricos y constantes de trasformación de unidades, se tiene la siguiente solución:

$$25\cdot 550 := 350\cdot\omega(41.6 - 3.4\cdot\omega)$$

$$\omega^2 - 12.235\cdot\omega + 11.555 := 0 \quad \text{------->} \quad \omega := 10.851\cdot\frac{30}{\pi}$$

$$\omega = 104\ \mathbf{rpm}$$