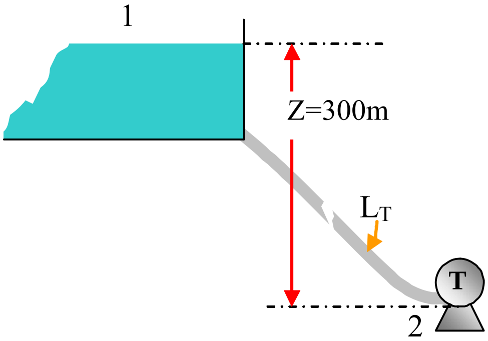
Problema 1. Una turbina Pelton de 1 inyector se alimenta de un embalse cuyo nivel de agua se encuentra 300 m por encima del eje del chorro, mediante una tubería de 6 Km de longitud y 680 mm de diámetro interior y un coeficiente de fricción de 0,0315.
La velocidad periférica de los álabes es 0,47 Vo
El coeficiente de reducción de velocidad de entrada del agua en el rodete (coeficiente de tobera) vale 0,97.
Los álabes desvían el chorro 176º, y la velocidad del agua se reduce en ellas en un 15%.
El chorro tiene un diámetro de 90 mm.
El rendimiento mecánico es 0,85 y el rendimiento volumétrico 1.
Determinar:
a) La cabeza neta de la turbina y la altura de Euler
b) El rendimiento hidráulico
c) La potencia útil en el eje de la máquina



Datos :

$Z := 300m$

$L := 6000m$

$D := 680mm$

$f := 0.0315$

$\rho := 100\cdot\frac{kg}{m^3}$

$U := 0.47\cdot Vo$

$Ct := 0.97$

$\beta := 176deg$

$\lambda := 1 - 15\%$

$\lambda = 0.85$

$do := 90mm$

$\eta_{mec} := 0.85$

$\eta_{vol} := 1$

a) Calculo de la altura neta de carga de la turbina:

A partir de un balance de energía entre el nivel libre de la presa, 1 y la salida del agua en la boquilla, 2, mediante la ecuación generalizada de Bernoulli, podemos calcular la velocidad de flujo en la tubería y la velocidad a la salida de la tobera, parámetrosw necesarios para resolver el problema:

$$Z_1 + \frac{V_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} = \underbrace{Z_2 + \frac{V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g}}_{\text{Hn}} + h_p \qquad (1)$$

De la ecuación generalizada de Bernoulli se tiene:

$$Z_1 = +\frac{V_0^2}{2g} + h_p \qquad (2)$$

donde hp, perdidas de carga por fricción en la tuberia, se puede calcular, mediante la ecuación:

$$h_p = f\,\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g} \qquad (3)$$

La velocidad, V, del agua en el tubo de presión se puede calcular a partir de la ecuación de continuidad:

$$V = \left(\frac{d_0}{D_t}\right)^2 V_o \qquad (4)$$

reemplazando las expressiones 3 y 4 en 2, se obtiene una ecuación para calcular la velocidad teórica a la salida de la tobera:

$$Z_1 = \frac{V_0^2}{2g} + f\,\frac{L}{D}\left(\frac{d_0}{D_t}\right)^4 \frac{V_0^2}{2g} \qquad \text{------>} \qquad V_0 = \sqrt{\frac{2gZ_1}{1 + f\,\frac{L}{D}\left(\frac{d_0}{D_t}\right)^4}}$$

Para calcular la velocidad real a la salida de la tobera, multiplicamos la velocidad teórica por el coeficiente de tobera, Ct:

$$Vo := Ct\cdot\left[\sqrt{\frac{2\cdot g\cdot Z}{1 + f\cdot\frac{L}{D}\cdot\left(\frac{do}{D}\right)^4}}\right] \qquad \text{------>} \qquad Vo = 71.435\,\frac{m}{s}$$

Entonces la altura de carga neta (cabeza neta de la trubina),

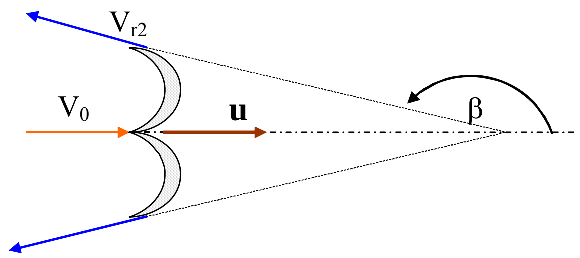
$$Hn = Z_2 + \frac{V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} \qquad \text{------>} \qquad Hn = \frac{V_o^2}{2g}$$

donde Vo, es la velocidad teórica a la salida de la tobera, entonces:

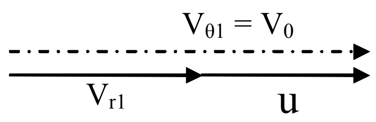
$$Hn := \frac{1}{2\cdot g}\cdot\left(\frac{Vo}{Ct}\right)^2 \qquad \text{------>} \qquad Hn = 276.424\ m$$

" En el cálculo de Hn, no se toman en cuenta las péridas en la tobera, debido a Ct, pues esta es parte de la turbina y su eficiencia, esta contempla
el rendimiento hidraulico de la turbina

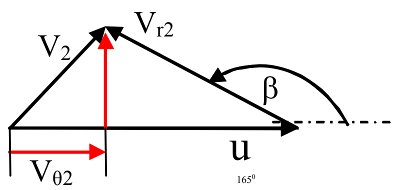
Para calcular la altura e Euler, analizamos el rodete, y los pligonos de velocidad, a la entrada y salida:



Entrada



Salida



Primero debemos calcular el par torsor en el eje de la trubina, a partir de la ecuación de Euler:

$$T = \rho Q(r_1 V_{\theta 1} - r_2 V_{\theta 2}) \qquad (1)$$

Del polígono de velocidades se tiene:

$$V_{\theta 1} = V_0 \ = V_{r1} + u \qquad (2) \quad ; \qquad V_{\theta 2} = u + V_{r2} \cdot \cos\beta \qquad (3)$$

$$T = \rho Qr(V_0 - (u + V_{r2}\cos\beta) = \rho Qr(V_0 - u - \lambda \cdot V_{r1}\cos\beta)$$

$$T = \rho Qr(V_0 - u - \lambda \cdot (V_0 - u)\cos\beta) = \rho Qr((V_0 - u) - \lambda\cos\beta \cdot (V_0 - u))$$

$$T = \rho Qr \cdot (1 - \lambda\cos\beta) \cdot (V_0 - u) = \rho Qr \cdot (1 - \lambda\cos\beta) \cdot (V_0 - 0.47V_0)$$

De donde la altura e carga e Euler estará dada por:

$$H_e = \frac{T\omega}{\rho Qg} = \frac{\omega r}{g} \cdot (1 - \lambda\cos\beta) \cdot 0.53V_0 = \frac{u}{g} \cdot (1 - \lambda\cos\beta) \cdot 0.53V_0)$$

$$H_e = \frac{0.47 \cdot 0.53V_0^2}{g} \cdot (1 - \lambda\cos\beta)$$

$$He := \frac{0.4 \cdot 0.53 \cdot Vo^2}{g} \cdot (1 - \lambda \cdot \cos(\beta)) \qquad He = 203.784\ m$$

$$\eta_{hid} := \frac{He}{Hn} \qquad \eta_{hid} = 73.722\ \%$$

Para calcular la potencia en el eje en terminos de trabajo por unidad de tiempo (w), necesiramos calcular, primero, el caudal:

$$Q := Vo \cdot \frac{\pi \cdot do^2}{4} \qquad Q = 0.454\ \frac{m^3}{s}$$

Ahora la potencia se puede calcular a partir de la altura de Euler:

$$Peje := \rho \cdot g \cdot Q \cdot He \cdot \eta_{mec} \cdot \eta_{vol} \qquad Peje = 56.93 \times 10^3\ W$$

o tambien a partir de la cabeza neta e la turbina;

$$Peje := \rho \cdot g \cdot Q \cdot Hn \cdot \eta_{hid} \cdot \eta_{mec} \cdot \eta_{vol} \qquad Peje = 56.93 \times 10^3\ W$$