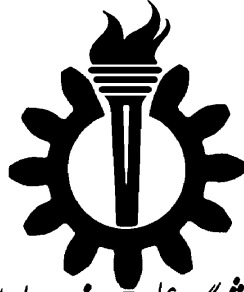


بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ



دانشگاه علم و صنعت ایران

دانشکده مهندسی مکانیک

سمینار کارشناسی ارشد

بررسی پدیده Sloshing

یا تلاطم مایع

تهیه کننده : علی سررشته داری

شهریورماه 1380

تشکر و قدردانی

با سپاس از درگاه باری تعالی که یاری فرمود تا تهیه و تدوین این سمینار به پایان برسد، بر خود می دانم از تمامی افرادی که در هر یک از مراحل این کار مرا یاری دادند تشکر و قدردانی نمایم .

در اینجا لازم است مراتب تشکر خود را ، از آقای مهندس داود رضایی به خاطر کمک بسیار ارزشمند ایشان در تهیه منابع ، همچنین از آقای مهندس نادی به خاطر پیگیری و تشویق ایشان جهت گسترش مطالب و راهنمایی در مراحل تدوین و نیز تمامی دوستان و همکاران که زمینه را برای پیشبرد بهتر کار فراهم نموده ، با ارائه دیدگاههای علمی و کاربردی خویش مرا راهنمایی نمودند ، اعلام نمایم .

علی سررشته داری
شهریورماه 1380

چکیده :

هر گاه مایعی در درون ظرف خود ، تحت اثر نیرو یا جابجایی مشخصی قرار گیرد ، نیرویی از طرف ظرف به سیال مایع وارد می شود ، که در نتیجه مایع درون ظرف شروع به نوسان یا تلاطم می نماید . این پدیده ، به نوبه خود می تواند نیرویی را به ظرف وارد سازد و در مواردی سبب تغییر فرم الاستیک یا ناپایداری ظرف محتوی مایع شود . در این سمینار به معرفی پدیده تلاطم در سیال پرداخته می شود و شیوه های مدلسازی این پدیده به منظور برخورد ریاضی ساده تر با این مساله پیچیده مطرح شده ، مورد بررسی قرار می گیرد .

مقدمه

بحث ایجاد حرکت نوسانی¹ و در نتیجه تأثیرات این پدیده ، یکی از پیچیده ترین مسائل مهندسی مکانیک است که در موارد متنوعی از زمینه های مختلف صنعتی و کاربردی به چشم می خورد .

پدیده ایجاد حرکت نوسانی سیال در مسائل کلاسیک در کنترل ، به عنوان نمونه در بحث کنترل موشکهای هدایت شونده در صنایع هوافضا ، کاربرد دارد ، در این مورد ایجاد این پدیده در اثر حرکت نوسانی سوخت مایع می تواند بر پایداری سیستم تأثیر گذار باشد . نمونه دیگر چنین مساله ای در کنترل هواپیما مطرح می گردد ، که در این زمینه می توان به کارهای Rodriguez و Graham (1952) همچنین (1989) Crawley et al. و (1994) Bryson ، اشاره کرد .

مساله حرکت نوسانی سیال به عنوان مساله مهمی در کشتیهای حمل و نقل اهمیت دارند که به عنوان نمونه می توان به فعالیتهاي Armenio (1992) اشاره نمود .

پدیده فوق همچنین مشکل عمده ای در وسایل نقلیه حامل و انتقال دهنده سیالات ، Sankar (1992) ، می باشد .

حرکت سیال مایع در مخازن عظیم ذخیره ، - مانند مخازن نفت و سدهای ذخیره آب - در طی يك زلزله نیز می تواند به صورت مشکل جدی و مهمی مطرح گردد ، Venugopal و Bernstein (1996) .

¹ منظور از حرکت نوسانی همان تلاطم و حرکت حجمی مایع است که در مقالات و منابع به عنوان **Sloshing** از آن نام برده می شود . در ضمن در اینجا از هر دو لفظ تلاطم و حرکت نوسانی استفاده شده است . در ضمن این اصطلاح ، اثر ضربانی مایع نیز ترجمه شده است .

اخيرا حرکت ظروف محتوي مایع ، نظیر فلزات مذاب و انواع آشامیدنیها نیز با هدف نهایی حرکت دادن این ظروف با بیشترین سرعت ممکن - که در واقع بحث اصلی آن جلوگیری و محدود ساختن حرکت نوسانی سیال در سطح آزاد آن می باشد - مورد مطالعه قرار گرفته است که از آن جمله فعالیتهاي Feddema (1997) et al. ، Dietze و Schmidt (1997) را می توان نام برد .

مطالعه درباره پدیده تلاطم به خصوص در زمینه هوا فضا به نحو پیگیر از دهه 50 میلادی آغاز شده ، که از دهه 60 میلادی به بعد ، در زمینه کاربردهای نظامی به طور جدی تحقیقات سازمان یافته ای خصوصا" در مورد موشکها و فضا پیماها انجام شده است . از جمله چنین تحقیاتی که بعدها به عنوان مرجع بسیاری از کارها مورد استفاده قرار گرفت می توان به تلاشهاي W. H. Chu ، F. T. Dodge ، D. D. Kana و ... اشاره کرد .

بسیاری از این تحقیقات در ابتدا بیشتر به صورت تحلیلی و آزمایشگاهی بوده اما به تدریج در دهه های اخیر روشهای عددی نظیر المان محدود¹ و حجم محدود² کاربرد بیشتری یافته است .

¹ Finite Element

² Finite Volume

معرفی پدیده تلاطم

پدیده حرکت مایع در مخزن یا تلاطم آن که گاهی اثر ضربانی مایع نامیده می شود از دو منظر متفاوت در دو شاخه از علوم مطرح می گردد . یکی از این مباحث علم هیدرودینامیک¹ است ، که به این اثر از دید هیدرودینامیکی پرداخته ، تنها بحث سیال و نحوه رفتار سیالاتی آن را مطرح می سازد . منظر یا دیدگاه دیگر به این موضوع از طریق هیدرو الاستیسیته است ، که در آن تداخل یا برخورد دینامیکی بین تغییر شکلهای الاستیک مخزن و حرکت مایع درونی آن مد نظر قرار می گیرد . این دیدگاه از نظر ویژگی تداخلی آن دارای ماهیتی پیچیده است ، لذا نیاز به دقت و بررسی بسیار دقیقتری دارد ، و تنها در مواردی مورد استفاده قرار می گیرد که به علت وجود سختی اندک یا ناچیز جداره ظرف یا سازه تشکیل دهنده مخزن ، نتوان از فرض تداخل دینامیکی - بین تغییر شکلهای مخزن و حرکت مایع داخل آن - صرف نظر نمود ، و یا به عبارت دیگر نتوان ظرف محتوی مایع یا مخزن را صلب فرض کرد .

اگر در درون هر جسم الاستیک - نظیر یک ظرف یا مخزن - مایعی به هر دلیل - حرکت کرده یا شتاب پیدا کند ، الزاماً تغییر شکلهایی به صورت الاستیک روی می دهد ، که این تغییر شکلهای سبب ایجاد تغییر در چگونگی حرکت و شتاب مایع داخلی شده ، در نتیجه این امر به صورت یک تداخل دینامیکی بین جسم الاستیک و مایع داخلی آن نمود می یابد . حال اگر جسم مورد نظر دارای سختی سازه ای کمی باشد تغییر شکلهای آن زیادتر بوده ، اثرات این تداخل دینامیکی شدیدتر خواهد بود ، در صورتی که ، اگر سختی سازه ای جسم زیاد باشد ، به علت محدودیت تغییر شکلهای سازه ای اثر این تداخل کم می گردد ، به طوری که

¹ Hydro Dynamic

در نهایت تنها اثر باقیمانده از این تداخل دینامیکی در یک ظرف صلب ، اثرات ضربه و برخورد مایع به جداره های ظرف می باشد .

در مورد اجسام متحرکی که مخازن حامل مایعات را حمل می کنند مساله تا حدودی متفاوت است . در این مورد ، حتی اگر از اثرات الاستیک بودن جداره مخزن صرف نظر گردد ، حرکت های جسم صلب ، در جسم متحرک حامل مخزن (یا ظرف محتوی مایع) ، همچنین اثرات لرزش های الاستیک این جسم ، سبب ایجاد نوعی تداخل دینامیکی ، بین حرکت مایع داخلی مخزن و چگونگی حرکت جسم و تغییر شکلهای الاستیک بدنه آن خواهد شد ، بنابر این مساله وجود حرکت در مایع داخلی مخازن ، در طراحی سازه جسم و نیز دینامیک حرکت آن موثر می باشد .

بررسی مساله اثرات حرکت مایع داخل مخازن در اجسام متحرک پرنده از حساسیت زیادی برخوردار است ، در این موارد ظریف بودن بیش از حد سازه - که به علت نیاز به کاهش وزن در این وسایل امری الزامیست - سبب کاهش سختی سازه ای این مخازن می گردد ، در نتیجه تغییر شکلهای نسبتاً بزرگتری در آنها روی می دهد ، همچنین این اجسام اغلب مخازن بزرگی از سوخت مایع (به نسبت ابعاد وسیله حامل این مخازن) را حمل می کنند که این مساله عامل مهمی در تاثیر پدیده حرکت مایع درونی مخازن در عملکرد آنها است . علاوه بر این حرکت این نوع وسایل (وسایل پرنده) ، اغلب همراه با شتابها ، جابجاییها و تغییرات ناگهانی در حرکت است ، که این امر به نوبه خود سبب تحریک مایع داخلی مخازن سوخت و ایجاد تلاطم در آنها می گردد .

در وسایل پرنده توجه به اثر حرکت مایع درون مخازن سوخت ، از نظر مساله کنترل و پایداری آنها ، از اهمیت به سزایی برخوردار است . این امر خصوصاً در موشک های سوخت مایع به علت بزرگی بیش از حد حجم مایع درونی آنها ، همچنین شرایط محیطی بسیار متغیر که به سرعت بر این سیستمها تاثیر می گذارند - و در نتیجه اعمال انواع فرکانسهای تحریک بر مایع درون مخازن -

به علاوه پایین بودن سطح پایداری آنها - به ویژه در لحظات اولیه پرتاب که بالاترین حجم سوخت در موشک وجود دارد - بسیار اهمیت می یابد. و نسبت به هواپیما ها حالت بحرانی تری وجود دارد.

حرکت مایع در درون مخازن متحرک دارای مودهای ارتعاشی¹ خاصی است که به دست آوردن آنها تنها با دانستن چگونگی حرکت و ارتعاش سازه مخزن، نیروها و شتابهای حرکت جسم صلب بر مایع داخلی امکان پذیر است، از طرفی مودهای ارتعاشی بدنه مخازن همچنین نیروها و شتابهای حرکت جسم صلب نیز متأثر از چگونگی حرکت مایع داخلی و مودهای ارتعاشی آن می باشد، بنابراین مودهای ارتعاشی حرکت مایع با مساله دینامیک حرکت مخزن و فرض الاستیک بودن آن اثر تداخلی داشته، لذا حل مساله و یافتن جواب بستگی به در نظر گرفتن همزمان این پدیده ها در مدلسازی دارد.

با توجه به آنچه در بالا اشاره شد، چگونگی مدلسازی مساله حرکت مایع درونی مخازن به علت تداخل همه جانبه بین حرکت سازه محتوی مایع و تغییر شکلهای الاستیک آن با حرکت مایع داخلی، می تواند بسیار پیچیده باشد. بنابراین در بسیاری از موارد می توان با اعمال برخی فرضیات ساده کننده - که در مورد مساله مورد نظر قابل طرح است - تا حدودی مدل ساده تری به دست آورد. به عنوان مثال چنانچه مخزن حامل مایع را بتوان صلب فرض نمود و تغییر شکلهای سازه شامل مخزن را نیز ناچیز فرض کرد می توان چنین در نظر گرفت که مودهای ارتعاش الاستیک جسم مستقل بوده، تنها با مودهای حرکت جسم صلب وسیله متحرک ارتباط دارد.

مهمترین زمانی که اثرات حرکت مایع درونی، در دینامیک حرکت سازه - شامل مخزن - موثر می باشد، زمانی است که اولاً: فرکانسهای تحریک مایع

¹ Vibration Mode Shapes

داخلی مخزن کوچک باشد (بین صفر تا حد اکثر 10 هرتز) [1] ، ثانياً : ارتفاع پر شدگی مخزن مورد مطالعه کم بوده ، یا به عبارتی نسبت طول به عرض مخزن ناچیز باشد . ولی در مجموع باید جرم مایع داخلی مخزن نسبت به جرم کل جسم زیاد باشد . به علاوه در طراحی وسایل پرنده ، بررسی پدیده حرکت مایع درونی مخازن هنگامی که تعادل نیرویی ، سطح پایینی از پایداری را برای این جسم ایجاد کرده باشد و یا هدف ، حداقل نمودن استفاده از مکانیزمهای کنترلی¹ جهت کاهش مقدار مانورهای پروازی لازم برای کنترل جسم در مسیر تعیین شده باشد الزامی می شود .

عامل اول ، یعنی پایین بودن فرکانسهای تحریک اعمال شده بر مایع داخل مخزن سبب می گردد ، ارتعاشات سازه ای بدنه جسم در حال حرکت (حاوی مخزن) ، روی مساله حرکت مایع داخلی آن تاثیر چندانی نداشته باشد ، مگر آنکه سازه جسم به علت نرمی زیاد (پایین بودن سختی) و یا جرم بالا ، دارای فرکانسهای ارتعاشی پایین باشد . به عنوان مثال بال هواپیماها که سختی پایینی دارند و از طرفی به علت آنکه به عنوان مخازن حمل سوخت استفاده می شوند ، دارای جرم زیادی هستند . که در این موارد می توان گفت ، حرکتی ارتعاشی سازه ، برای مخازن سوخت درون آنها به عنوان نوعی عامل تحریک به حساب می آیند ، اما در موشکهای کوچک ، در اغلب موارد می توان به علت سختی زیاد سازه ، از این امر صرف نظر نموده ، بنابر این در چنین وسایلی ، فرکانسهای حرکت جسم صلب موشک را می توان تنها عامل تحریک کننده حرکت مایع داخلی مخازن سوخت در نظر گرفت .

مساله دوم ، یعنی پایین بودن سطح پرشدگی مخزن و کم بودن نسبت طول به عرض آن نیز ، از آنجاست ، که کم بودن نسبت طول به عرض در مخزن ،

¹ Optimal Design of Control System

همچنین پایین بودن سطح مایع درون آن ، سبب می شود ، حجم بیشتری از مایع برای حرکت کردن آزادی عمل داشته باشد و یا به تعبیری میزان بیشتری از جابجایی برای مایع داخلی فراهم می شود .

در خصوص مساله پایداری برای يك جسم متحرك (نظیر جسمی پرنده) ، همانطور که قبلا اشاره شد ، وجود تلاطم مایع داخلی در دینامیک حرکتی و کنترل جسم می تواند از اهمیت بالایی برخوردار باشد . افزون بر این بهینه سازی دستورات سیستم کنترل جهت استفاده حداقل از مکانیزمهای کنترلی برای مانورهای مورد درخواست سیستم هدایت اجسام پرنده ، از جمله مواردی است که بعضا می تواند به شدت متاثر از مساله حرکت مایع درونی مخزن آنها باشد . نمونه ای از این موارد اجسام پرنده ای هستند که در مدار زمین حرکت می کنند (نظیر ماهواره ها) . در این اجسام ، نیاز به انجام مانورهایی جهت تصحیح یا تعویض مدار می باشد ، و به این منظور سیستم کنترلی آنها اغلب از جت های عکس العملی برای ایجاد نیروی کنترلی روی جسم استفاده می کند . به سبب آنکه این نیروهای کنترلی بایستی به صورت بسیار دقیقی بر جسم وارد شوند ، لازم است که ، همواره توانایی کامل برای خاموش و روشن کردن موتورها در لحظه مناسب فراهم باشد ، لذا به ناچار از موتورهای سوخت مایع استفاده می شود ، که در این صورت وجود مخازن سوخت مایع اجتناب ناپذیر خواهد بود . حجم سوخت در اینگونه وسایل عملا نسبت به وزن کل وسیله زیاد است و تاثیرات حرکت مایع داخلی می تواند اثر زیادی در دینامیک حرکت این اجرام داشته باشد . از آنجا که در این موارد محدودیت ظرفیت منابع سوخت وجود دارد ، بایستی تا حد امکان از مانورهای غیر ضروری جلوگیری نمود . علت وجود این مانورها ، تصحیح مسیر حرکت جسم پرنده برای جبران اثرات پیش بینی نشده حرکت مایع درونی جسم است . بدین ترتیب بهتر است که با توجه به وارد کردن اثر حرکت مایع درونی مخازن سوخت در دینامیک حرکت جسم پرنده ، توابع تبدیل

سیستمهای کنترلی را به طریقی به دست آورد که با استفاده حداقل از نیروهای کنترلی مورد نیاز و در نتیجه کاهش مانورهای پروازی غیر ضروری ، بتوان جسم را در مسیر مورد نظر کنترل نمود . که از این راه می توان سوخت کمتری مصرف نموده ، در نتیجه از مخازن کوچکتری نیز برای حمل آن استفاده کرد .

مدلسازي

براي حل مسائل مربوط به حرکت مایع در مخزن نیاز به استفاده از تئوري هیدرواستاتیته و یا هیدرودینامیک می باشد . که برای استفاده از این تئوري ها با پیچیدگی زیادی روبرو هستیم ، زیرا در موارد کاربرد عملي زیادی ، جهت استفاده از این تئوريها با این مساله روبرو می گردیم که در این کاربردها از مخازني استفاده می شوند که دارای شکل و ابعاد هندسي استاندارد و مشخصي نمی باشند (مانند مخازن اجسام پرنده) یا در مواردی نیز ، که مخازن دارای شکل و ابعاد هندسي مشخص و استاندارد هستند ، به علت قرار دادن تیغه های میرا کننده حرکت سیال¹ ، - که به منظور کاهش اثرات حرکت مایع داخل مخزن به کار می رود - معادلات هیدرودینامیک و هیدرواستاتیک حاکم بر حرکت سیال ، دارای شرایط مرزی و تغییر فازهای بسیار پیچیده می گردد . به همین علت ، در اغلب موارد برای حل مسائل عملي و کاربردی ، خصوصاً هنگامی که بررسی نقش این پدیده در دینامیک حرکت جسمی مطرح باشد ، به انجام آزمایشات تجربی مستقیم روی نمونه های اصلی ، و یا نمونه های کوچک شده (مدل) مخزن مورد نظر پرداخته ، با استفاده از نتایج حاصل از این آزمایشها مدل دینامیکی مشابه با مجموعه موجود (مخزن و مایع درون آن) را به دست می آورند . این مدلهاي دینامیکی اغلب از یک سری جرم ، فنر و میراکننده و یا از تعدادی آونگ تشکیل می شوند ، که مجموعه آنها دارای تشابه دینامیکی (نسبت خروجی به ورودی یکسان) مناسبی با مساله اصلی است ، که مبین حرکت مایع درون مخزن می باشد . بنابر این می توان به جای در نظر گرفتن حرکت مایع در مخزن در مساله دینامیک حرکت جسم ، مدل دینامیکی حاصل را به کار برد . در این حالت می توان

¹ Baffles

برای جسم مورد نظر ، معادلات حرکت را با توجه به عناصر دینامیکی جدیدی که جایگزین مخزن و مایع درون آن گردیده (جرم ، فنر ، آونگ و ...) ، نوشت و چگونگی حرکت جسم را مشخص نمود .

روشهای تئوری

تئوری های هیدرودینامیکی متعددی برای بررسی مساله حرکت مایع داخل مخازن وجود دارد ، که در اغلب موارد با فرض غیر لزج بودن سیال ، برای انواع مشخصی از مخازن ، نظیر مخازن کروی ، سیلندری ، و یا تیوپی سیلندری¹ در محدوده معینی دارای جوابهای کاملی هستند به طوری که در اغلب موارد جوابهای آنها می تواند به صورت مستقیم مورد استفاده قرار گیرد [2 ، 4] . به عنوان مثال حل مساله هیدرودینامیک حرکت مایع درون مخزن معمول سیلندری با فرض ایدال غیر چرخشی و جریان پتانسیل خطی ، با فرض تحریک هارمونیکی مخزن ، با دو درجه آزادی حرکت جانبی افقی و دوران حول محور افقی و با فرض دامنه های تحریک محدود ، به طور کامل وجود دارد [2] ، و می توان آنرا مورد استفاده قرار داد . در مورد تئوریهای هیدرو الاستیک ، به علت وجود حالت تداخل دینامیکی بین حرکت سیال و جداره الاستیک ظرف و یا سازه ای که به آن متصل است ، مساله تا حدی پیچیده تر بوده ، دسترسی به جوابهای کامل با محدودیت بیشتری مواجه می باشد . در این مورد می توان چنین گفت که در این بحث غیر از حالتی خاص نمی توان به حل تئوریک مسائل امید چندانی داشت .

علت اصلی مشکلات موجود در بکارگیری روشهای تئوریک در حل مسائل حرکت سیال درون مخازن همان گونه که اشاره شد ، وجود اشکال هندسی غیر استاندارد است که اغلب در مخازن حمل مایعات ، به خصوص در اجسام پرنده (که این مساله اهمیت بیشتری می یابد) بکار گرفته می شود . این امر سبب می گردد نتوان از روشهای حلی که برای اجسام هندسی منظم به دست آمده است استفاده نمود . پیشرفتهایی که امروزه در روشهای تئوریک حاصل شده ، مبنایی

¹ Cylindrical Annular Tank

است تا معادلات هیدرودینامیک حاکم بر حرکت سیال درون مخزن با استفاده از روشهای حل عددی مورد بررسی قرار گیرد. بدین طریق اعمال شرایط مرزی متفاوت برای هر مساله خاص با سهولت بیشتری انجام گرفته، در نتیجه از این طریق می توان به شکل جامعتری به حل مسائل مختلف دست یافت. جدیدترین روشهای تحلیل عددی که در خصوص اینگونه مسائل بکار گرفته شده روش عناصر محدود می باشد، که در مورد برخی از مدلسازی های هیدرودینامیکی حرکت سیالات درون مخزن توانسته است قابلیت مناسبی از خود نشان دهد [5]

استفاده از روشهای تنوریک به شیوه تحلیل مستقیم یا به روش تحلیل عددی اغلب به سبب پیچیدگی، تا امروز برای حل مسائل بسیار محدودی مورد استفاده قرار گرفته است. مسائلی که بدین طریق تا به حال مورد بررسی بوده اند بیشتر در ارتباط با مخازن بزرگ و حجیم، مانند مخازن بزرگ نفت و یا گاز مایع که در درون کشتیها حمل می شوند، و یا مخازن ایستای روی زمین، تحت اثر بارهای ناشی از زلزله می باشد، سدهای ذخیره آب نیز نوع دیگری از این مخازن می باشند که مساله حرکت مایع درونی آنها دارای اهمیت بسزایی است، در این خصوص نیز مواردی از بکارگیری تنوریهای هیدرودینامیکی و یا حتی هیدروالاستیکی با کمک روشهای تحلیل عددی در آنها به چشم می خورد. در مورد مخازن کوچک مخصوصا هنگامی که بررسی اثر حرکت مایع داخلی بر روی دینامیک حرکت جسم متحرک حامل مخزن مطرح باشد، اغلب امکان استفاده عملی از راه حلهای تنوریک وجود ندارد و معمولا در این گونه موارد از روشهای ساده تر، بر اساس مشابه سازی دینامیکی، به این منظور استفاده می شود.

مشابه سازي ديناميكي

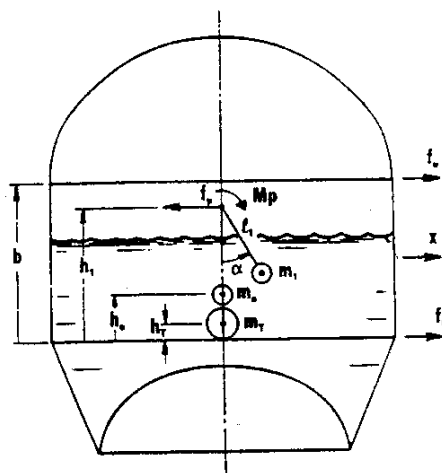
ايدۀ اصلي مشابه سازي ديناميكي حرڪت مائع دروني مخازن با يك سيستم ساده متشكل از جرم ، فنر (يا آونگ) و ميرا كننده ، داراي سابقه اي طولاني (از حدود سالهاي 1966 ميلادي) مي باشد [1] . اين ايدۀ بر اين حقيقت استوار است كه اگر يافتن رفتار ناشي از حرڪت مائع دروني مخازن بر روي ديناميك حرڪت جسم حامل مخزن مد نظر باشد ، يك روش موثر براي حل مساله مدل كردن چگونگي حرڪت مائع داخلي مخزن با يك سيستم ديناميكي ساده و معمول مي باشد . اين مدل ديناميكي ساده كه اغلب از آونگ و يا جرم و فنر تشكيل مي شود ، با قرار گرفتن در سازه اصلي جسم متحرك ، به طور طبيعي با آن داراي هماهنگي خواهد بود ، زيرا سازه جسم متحرك نيز اغلب داراي اجزا تشكيل دهنده اي همانند جرم و فنر است . بدین طريق عملا مي توان حرڪت مائع دروني مخازن را كه به صورت يك مساله هيدروديناميكي است از معادلات حرڪت حذف و آن را به صورت يك مدل ديناميكي ساده در معادلات حرڪت جسم متحرك وارد نمود .

شبیه سازی با آونگ

اولین شبیه سازی دینامیکی حرکت مایع درون مخزن ، برای بررسی مساله دینامیک حرکت جسم متحرك ، استفاده از آونگ می باشد . علت اصلی انتخاب این مدل برای بررسی حرکت مایع داخلی مخزن ، احتمالاً شباهتهای زیادی است ، که عملاً بین حرکتهای آونگ با حرکت مورد نظر سیال مایع در مخزن وجود دارد . علاوه بر آن ، با استفاده از مدل آونگ می توان به راحتی کلیه مسائل مربوط به حرکت مایع داخلی مخزن را - از جمله اثرات غیر خطی آن ، که به صورت یک حرکت دورانی در مایع داخلی مخزن (تنها تحت اثر تحریک جانبی) دیده می شود - با تعریف یک آونگ با توانایی حرکت دورانی مدل سازی نمود و بررسی کرد [3] . البته استفاده از مدلسازی به شیوه استفاده از جرم و فنر روش چندان متفاوتی با مدلسازی به کمک آونگ ندارد ، ولی در مواردی که ذکر خواهد شد ، می تواند در مقایسه با آونگ ارجحیت داشته باشد . لازم به ذکر است در نرم افزار نظیر Ansys که یک نرم افزار المان محدود است ، از مدل آونگ برای این گونه مسائل استفاده می شود .

شبیه سازی با آونگ ساده

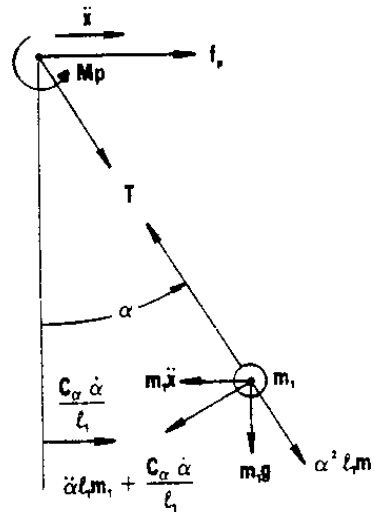
در اینجا به عنوان نمونه ، نوعی از مدلسازی دینامیکی حرکت مایع درون يك مخزن را که تنها تحت اثر تحريك جانبي قرار گرفته است ، مورد بررسی قرار مي دهيم [2] . در مرحله اول ، مدلسازی مساله تنها با استفاده از يك آونگ ساده انجام مي گیرد ، که بدین ترتیب تنها يك مود حرکت مایع داخلی مخزن وارد محاسبات مي شود . سپس با گسترش مدلسازی ، برای در نظر گرفتن سایر مودهاي حرکت مایع داخلی مخزن از تعداد بیشتری آونگ ساده کمک گرفته مي شود . مخزن مورد بحث در شکل 1 نشان داده شده است .



شکل 1 . شبیه سازی دینامیکی يك مخزن با استفاده از آونگ ساده

این مخزن به عنوان منبع سوخت در يك موشك بالا برنده ماهواره ها از مدارهاي پایين به مدارهاي بالاتر به کار مي رود . مخزن مورد نظر در دو مکان حلقوي به سازه موشك داراي تکیه گاه جانبي است ، که در نتیجه از طریق این دو تکیه گاه جانبي تحت اثر نیروها و تغییر مکانهاي وابسته به سازه موشك قرار گرفته ، یا از این طریق نیرو به سازه موشك اعمال مي شود (f_l, f_u) . جرم مخزن خالی برابر با m_t و جرم قسمتی از مایع که در مخزن داراي حرکت نخواهد

بود ، و به عنوان جسم صلب عمل می کند m_0 فرض شده است . باقیمانده جرم مایع داخل مخزن که دارای حرکت ارتعاشی خواهد بود m_1 است ، که به صورت آونگی با طول l_1 و نقطه آویز h_1 مدل می شود . نیروی افقی ایجاد شده در اثر حرکت آونگ f_p و لنگر حادث شده در اثر این حرکت M_p فرض می شود . دیاگرام آزاد آونگ مورد بحث در شکل 2 نشان داده شده است .



شکل 2. دیاگرام آزاد آونگ مشابه سازی شده

این آونگ تحت اثر نوع خاصی از میرایی که متناسب با سرعت زاویه ای انحراف آونگ قرار دارد ، واقع شده ، علاوه بر این ، نقطه تکیه گاه آن هم تحت اثر شتاب ناشی از جابجایی افقی مخزن x قرار گرفته است . تعادل نیروها در طول محور افقی و محور گذرنده از مرکز جرم و نقطه آویز آونگ به صورت زیر می باشد :

$$\sum F_H = 0 \Rightarrow m_1 \ddot{x} + \left(\ddot{\alpha} l_1 m_1 + \frac{C_{\alpha} \dot{\alpha}}{l_1} \right) \cos \alpha - \dot{\alpha}^2 l_1 m_1 \sin \alpha + T \sin \alpha = 0$$

$$\sum F_T = 0 \Rightarrow T - \dot{\alpha}^2 l_1 m_1 - m_1 g \cos \alpha + m_1 \ddot{x} \sin \alpha = 0$$

با استفاده از دو رابطه بالا و با فرض زوایای کوچک انحراف
($\sin a = \tan a = a, \cos a = 1$) و حذف ترمهای درجه اول به بعد در معادلات فوق
خواهیم داشت :

$$m_1 \ddot{x} = -(\ddot{a}l_1 m_1 + \frac{C_a \cdot \dot{a}}{l_1} + m_1 g a) \quad (1)$$

که این رابطه ، معادله دیفرانسیل حاکم بر حرکت آونگ مورد نظر می باشد . حال
باید به یافتن نقش حرکت این آونگ بر روی مخزن مورد نظر پرداخت . در این رابطه ،
آونگ مورد بحث از طریق نیروی افقی و لنگر پیچشی که در نقطه آویز خود به مخزن
وارد می کند ، می تواند روی سیستم تاثیر داشته باشد . با نوشتن تعادل نیرو و لنگر در
نقطه آویز آونگ خواهیم داشت :

$$f_p = -T \sin a - \frac{C_a \cdot \dot{a}}{l_1}$$

$$M_p = -C_a \cdot \dot{a}$$

که با جاگذاری از معادلات تعادل و با فرض زوایای انحراف کوچک و در نظر
گرفتن ترمهای درجه اول می توان نوشت :

$$f_p = m_1 \ddot{x} + a l_1 m_1$$

حال با نوشتن تعادل کامل مخزن حول محور افقی داریم :

$$f_u + f_l = \ddot{x}(m_T + m_o) + f_p$$

$$\Rightarrow \frac{f_u + f_l}{\ddot{x}} = m_T + m_o + m_1 \cdot (1 + \frac{\ddot{a}l_1}{\ddot{x}})$$

که در اینجا باید از معادله دیفرانسیلی آونگ مقدار $\frac{\ddot{a}l_1}{\ddot{x}}$ را محاسبه نمود و در

رابطه فوق جاگذاری کرد . به این منظور چنانچه فرض شود ، حرکت مخزن يك حرکت
هارمونیکي است يعني :

$$x = \bar{x} \cdot \exp(i\omega t)$$

می توان با استفاده از معادله دیفرانسیل حاکم بر حرکت آونگ (معادله 1)

نوشت :

$$\ddot{a}l_1 m_1 + \frac{C_a \cdot \dot{a}}{l_1} + m_1 g a = -m_1 \ddot{x}$$

$$\ddot{a} + \frac{C_a}{l_1^2 m_1} a + \frac{g}{l_1} a = -\frac{\ddot{x}}{l_1}$$

که اگر :

$$w_1 = \sqrt{\frac{g}{l_1}} ; B_1 = \frac{C_a}{2m_1 w_1 l_1} \quad x = \bar{x} \cdot e^{iwt} \Rightarrow \ddot{x} = -\bar{x} w^2 e^{iwt}$$

داریم :

$$\ddot{a} + 2w_1 B_1 \dot{a} + w_1^2 a = \frac{\bar{x} \cdot w^2}{l_1} e^{iwt}$$

که این معادله مبین ارتعاش اجباری سیستمی با یک درجه آزادی می باشد . حل

کلاسیک این معادله دیفرانسیل دارای دو ترم جواب معادله همگن و جواب خصوصی است

که قسمت جواب حل همگن ، نشانگر حالت ارتعاش گذرا است ، که با ادامه یافتن اثر

نیروهای ارتعاشی ، این قسمت از حل مساله میرا می گردد . بنابر این ، تنها ، اثر

قسمت پایایی مساله که جواب خصوصی نامیده می شود ، باقی می ماند ، در نتیجه :

$$t \rightarrow \infty \Rightarrow a_h = 0 , \quad a = a_p$$

$$\Rightarrow D^2 + 2w_1 B_1 D + w_1^2 = 0 \Rightarrow D = -w_1 B_1 \pm w_1 \sqrt{B_1^2 - 1}$$

که از حل معادله مفسر رابطه دیفرانسیلی در بالا و فرض کوچک بودن توان دوم

B روابط را به صورت زیر نوشته ، جواب خصوصی این معادله عبارت است از :

$$D = -w_1 B_1 \pm i w_1 = w_1 (-B_1 \pm i) \Rightarrow$$

$$F(p) = \frac{\bar{x} w^2}{l_1} \cdot e^{i w t} \Rightarrow i w \neq D \Rightarrow a_p = n \cdot e^{i w t}$$

با جایگذاری این جواب در معادله دیفرانسیل خواهیم داشت :

$$-w^2 n e^{i w t} + 2 w_1 B_1 \cdot i w n e^{i w t} + w_1^2 \cdot n e^{i w t} = \frac{\bar{x} w^2}{l_1} e^{i w t}$$

$$-w^2 n + 2 i w_1 w B_1 n + w_1^2 n = \frac{\bar{x} w^2}{l_1} \Rightarrow$$

$$n = \frac{\bar{x} w^2}{l_1 (w_1^2 - w^2 + 2 i w w_1 B_1)}$$

$$\Rightarrow a_p = \frac{\bar{x} w^2}{l_1 (w_1^2 - w^2 + 2 i w w_1 B_1)} e^{i w t}$$

حال برای محاسبه $\ddot{x} / \ddot{a} l_1$ خواهیم داشت :

$$\ddot{a} = \ddot{a}_p = -\frac{\bar{x} w^4}{l_1} \cdot \frac{e^{i w t}}{w_1^2 - w^2 + 2 i w w_1 B_1}, \quad \ddot{x} = -w^2 \bar{x} e^{i w t}$$

که در نتیجه :

$$\ddot{a} l_1 / \ddot{x} = \frac{w^2}{w_1^2 - w^2 + 2 i w w_1 B_1}$$

بدین ترتیب می توان رابطه تعادل افقی مخزن را که از قبل به دست آوردیم ، بر

حسب فرکانسهای تحریک افقی به صورت زیر نوشت :

$$\frac{f_u(w) + f_l(w)}{\ddot{x}(w)} = m_T + m_O + m_1 \left(1 + \frac{w^2}{w_1^2 - w^2 + 2 i w w_1 B_1} \right) \quad (2)$$

حال اگر تعادل لنگر کل را ، برای مخزن مورد نظر ، نسبت به موقعیت وارد شدن

بار f_l بنویسیم نتیجه به صورت زیر می باشد :

$$f_u \cdot b = \ddot{x}(m_T \cdot h_T + m_o \cdot h_o) + f_p \cdot h_1 - m_p$$

در اینجا با توجه به برای حالت تعادل افقی :

$$\frac{f_u(w) \cdot b}{\ddot{x}(w)} = M_T \cdot h_T + M_O \cdot h_O + M_1 \cdot h_1 \cdot \left(1 + \frac{w^2}{w_1^2 - w^2 + 2iww_1 B_1}\right) + C_a \cdot \frac{\dot{a}(w)}{\ddot{x}(w)}$$

با جایگزینی پارامترهای زیر در ترم آخر :

$$C_a = 2w_1 w B_1 m_1 l_1^2 ,$$

$$\dot{a} = \dot{a}_p = \frac{i\bar{x}w^3}{l_1} \cdot \frac{e^{iwt}}{w_1^2 - w^2 + 2iww_1 B_1} , \quad \ddot{x} = -w^2 \bar{x} e^{iwt}$$

پس برای این ترم از تعادل لنگر داریم :

$$C_a \cdot \frac{\dot{a}(w)}{\ddot{x}(w)} = -m_1 l_1 \left(\frac{2iww_1 B_1}{w_1^2 - w^2 + 2iww_1 B_1} \right)$$

در نتیجه معادله تعادل لنگر به شکل زیر می باشد :

$$\frac{f_u(w) \cdot b}{\ddot{x}(w)} = m_T \cdot h_T + m_o \cdot h_o + m_1 \cdot h_1 \cdot \left(1 + \frac{w^2}{w_1^2 - w^2 + 2iww_1 B_1}\right) - m_1 l_1 \cdot \left(\frac{2iww_1 B_1}{w_1^2 - w^2 + 2iww_1 B_1} \right) \quad (3)$$

حال اگر روابط تعادل نیروهای افقی و تعادل لنگر را با در نظر گرفتن تعداد زیادتری

(مثلاً N) آونگ متفاوت با جرمهای مختلف و طولهای نامساوی ، همچنین با ضرایب

میرایی و نقاط آویز غیر همسان بنویسیم داریم :

$$W(w) = m_T + m_o + \sum_{j=1}^N m_j \cdot \left(1 + \frac{w^2}{w_j^2 - w^2 + 2iww_j B_j}\right)$$

$$M(w) = m_T \cdot h_T + m_o \cdot h_o + \sum_{j=1}^N m_j \cdot h_j \cdot \left(1 + \frac{w^2}{w_j^2 - w^2 + 2iww_j B_j}\right) - \sum_{j=1}^N m_j l_j \cdot \left(\frac{2iww_j B_j}{w_j^2 - w^2 + 2iww_j B_j}\right)$$

که $M(w), W(w)$ به ترتیب جرم ظاهری و لنگر جرم ظاهری¹ مخزن نامیده می شوند .

هدف ما آن است که مقادیر مشخصه های هر آونگ فرضی (m_j, B_j, h_j, l_j) به گونه ای به دست آید ، که در مجموع سیستم تشکیل شده از این آونگها بتواند حرکت مایع داخلی مخزن را مدلسازی نماید .

آنچه تا کنون انجام داده ایم عبارت است از نوشتن فرمولهای معادلات تعادل کلی مخزن (تعادل افقی و تعادل لنگر حول محور افقی) با در نظر گرفتن وجود تعدادی آونگ در درون آن ، با این فرض که نیروی وارد شده به مخزن ، از یک جابجایی هارمونیک روی جسم صلب مخزن ناشی شده است .

در این مرحله به دست آوردن مشخصه آونگهای بکار رفته در مدلسازی حرکت مایع داخلی ، نیازمند انجام آزمایشهای تجربی روی مدل واقعی مخزن است ، تا بتوان با داشتن ورودی و خروجی وارد شده به این سیستم ، مشخصه های مدل دینامیکی ساخته شده را پیدا کرد . در این سیستم دینامیکی هر آونگ متناظر با یک مود ارتعاشی حرکت مایع داخلی مخزن می باشد . برای یافتن مشخصه های این سیستم دینامیکی ، به کمک انجام آزمایشات تجربی ، ابتدا بایست محدوده های فرکانسهای تحریک موثر روی سیستم فوق و نقشی که این محدوده ها روی سیستم دینامیکی مورد نظر دارند را تعیین نمود .

به عنوان مثال در فرکانسهای تحریک بسیار کم معادلات تعادل دینامیکی را می توان به صورت زیر ساده نمود :

¹ Apparent Mass & Apparent Mass Moment

$$w \rightarrow 0 \left\{ \begin{array}{l} W(w) = m_T + m_o + \sum_{j=1}^N m_j \\ M(w) = m_T \cdot h_T + m_o \cdot h_o + \sum_{j=1}^N h_j \cdot m_j \end{array} \right.$$

این معادلات مبین آن هستند که در فرکانسهای تحریک کم ، اصولاً حرکت ارتعاشی

در مایع درون مخزن به وجود نمی آید و تمامی مایع مانند جسم صلب عمل می کند .

همین طور در فرکانسهای بالا نیز می توان معادلات تعادل دینامیکی سیستم را به

صورت زیر ساده کرد :

$$w \gg w_N \left\{ \begin{array}{l} W(w) = m_T + m_o \\ M(w) = m_T \cdot h_T + m_o \cdot h_o \end{array} \right.$$

که w_N بالاترین فرکانس ارتعاشی حرکت مایع داخلی مخزن و یا به عبارتی

بالاترین فرکانس ارتعاش طبیعی آونگهای فرضی درون مخزن - که مربوط به کوتاهترین

آونگ خواهد شد - است . این امر مبین آن است که در فرکانسهای تحریک بالا ، اصولاً

حرکتهای دینامیکی مایع درون مخزن نمی تواند تاثیری از حرکتهای ارتعاشی مخزن بپذیرد

حال اگر فرکانس تحریک مخزن دقیقاً با یکی از فرکانسهای ارتعاش طبیعی حرکت

مایع درونی مخزن (و یا به عبارتی با یکی از فرکانسهای طبیعی آونگهای فرضی) برابر

گردد ، در این صورت معادلات تعادل دینامیکی مخزن به صورت زیر تبدیل خواهد شد :

$$w \rightarrow w_k \left\{ \begin{array}{l} W(w_k) = m_T + m_o + \sum_{j=k+1}^N m_j + m_k \left(1 - \frac{i}{2B_k}\right) \\ M(w_k) = m_T \cdot h_T + m_o \cdot h_o + \sum_{j=k+1}^N h_j \cdot m_j + m_k h_k \left(1 - \frac{i}{2B_k}\right) - m_k \cdot l_k \end{array} \right.$$

این روابط بیان می کنند که در حالت یکی شدن فرکانس تحریک با یکی از فرکانسهای

ارتعاش طبیعی حرکت مایع داخلی مخزن ، اثرات ارتعاشی سایر فرکانسهایی که پایینتر از

فرکانس مذکور هستند ، در پاسخ نهایی سیستم دینامیکی فوق بدون تاثیر بوده ، همچنین

اثرات لنگر ناشی از نیروی میرایی نیز تنها در فرکانس ارتعاش طبیعی مایع داخل مخزن که به حالت تشدید با فرکانس تحریک قرار گرفته است، موثر می باشد و در فرکانسهای بالاتر و پایینتر از این مقدار اثر آن صرف نظر گردیده است.

حال می توان به طریقه زیر برای یافتن مشخصه های دینامیکی این سیستم - که مدلی از حرکت مایع داخلی مخزن ارائه می دهد - اقدام نمود :

1. یافتن مقادیر m_T, h_T را می توان به سادگی انجام داد. یک روش آن است که

پس از اینکه مخزن روی سیستم آزمون¹ نصب شد، با تحریک مخزن خالی در فرکانسهای متفاوت مقادیر m_T, h_T را به دست آوردیم. مقادیر به دست آمده را به عنوان مقادیر حقیقی قبول کرد.

$$\begin{cases} W(w) = m_T \\ M(w) = m_T \cdot h_T \end{cases} \rightarrow h_T = \frac{M(w)}{m_T}$$

2. برای یافتن مقادیر m_o, h_o نیز مشابه شیوه فوق عمل می شود، تنها تفاوت

آن این است که، در این حالت مایع در درون مخزن قرار داشته، علاوه بر آن فرکانسهای تحریک در این حالت بسیار بزرگ انتخاب می شوند، تا اثرات حرکت دینامیکی مایع روی معادلات حرکت ظاهر نشوند ($w \gg w_N$) یعنی :

$$\begin{cases} W(w) = m_T + m_o \\ M(w) = m_T \cdot h_T + m_o \cdot h_o \end{cases} \rightarrow \begin{cases} M_o = W(w \gg w_N) - m_T \\ h_o = [M(w \gg w_N) - m_T \cdot h_T] / m_o \end{cases}$$

3. با یافتن مقادیر فوق و با کم کردن اثرات ظرف خالی و مایع ساکن درون آن، از

مقادیر جرم ظاهری و لنگر آن - که از انجام آزمایش به دست می آید - می توان، به تعریف پارامترهای جرم ظاهری موثر و لنگر جرمی ظاهری موثر پرداخت :

¹ سیستم آزمون دستگامی است، که می تواند فرکانسهای تحریک مورد نیاز را بر روی نمونه مخزن اصلی ایجاد کند، و همچنین پاسخ مخزن را، به این فرکانس تحریک به صورت جرم ظاهری و لنگر جرمی ظاهری اندازه گیری و ثبت کند.

$$\begin{cases} \bar{W}(w) = W(w) - m_T - m_o \\ \bar{M}(w) = M(w) - m_T \cdot h_T - m_o \cdot h_o \end{cases}$$

4. مرحله اصلی کار که مربوط به تعیین مشخصه آنگهای فرضی بکار رفته در مدلسازی مساله است ، از اینجا آغاز می شود . روش اصلی که در این مرحله به کار می رود ، بر مبنای وارد ساختن فرکانسهای تحریک به مخزن مورد نظر ، در محدوده ای نزدیک به فرکانسهای ارتعاش طبیعی مایع داخل مخزن می باشد . زیرا چنانچه مخزن تحت اثر فرکانسهای نزدیک به فرکانس ارتعاش طبیعی مایع درون آن قرار گیرد ، می توان نوشت :

$$\bar{W}(w) = \sum_{j=1}^N m_j \cdot \left(1 + \frac{w^2}{w_j^2 - w^2 + 2iww_j B_j} \right)$$

که اگر $w \rightarrow w_k$ ، مطابق آنچه در مورد یکی شدن فرکانسهای تحریک با فرکانس

ارتعاش طبیعی مایع درون مخزن گفته شد ، می توان نوشت :

$$\lim \bar{W}(w) = m_k \left(1 + \frac{w^2}{w_k^2 - w^2 + 2iw_k w B_k} \right) + \sum_{j=k+1}^N m_j$$

در مورد m_k می توان نتیجه گرفت که :

$$\frac{w^2}{w_k^2 - w^2 + 2iw_k w B_k} \gg 1.0$$

در نتیجه :

$$\bar{W}^k(w) = m_k \cdot \frac{w^2}{w_k^2 - w^2 + 2iw_k w B_k} + \sum_{j=k+1}^N m_j \quad (4)$$

حال اگر انجام آزمایش را با فرکانسهای تحریک نزدیک به حالت تشدید با حداکثر

فرکانس ارتعاش طبیعی مایع درون مخزن شروع کرده باشیم خواهیم داشت :

$$k \rightarrow N \Rightarrow \overline{W}^{k*}(w) = \overline{W}^k(w) = \frac{m_k \cdot w^2}{w_k^2 - w^2 + 2iw_k w B_k}$$

در این حالت رابطه فوق را می توان به صورت زیر تغییر فرم داد :

$$\left(\frac{w}{\overline{W}^{k*}(w)} \right) = \left(\frac{w_k^2}{m_k} \cdot w^{-1} - \frac{1}{m_k} \cdot w \right) + i \left(\frac{2B_k \cdot w_k}{m_k} \right)$$

حال اگر در R آزمایش متوالی ، فرکانسهای تحریک نزدیک به فرکانس ارتعاش طبیعی حرکت مایع داخلی (که از قبل باید حدس زده شود) به سیستم مورد نظر وارد شود با معلوم بودن فرکانس تحریک w و اندازه گیری $\overline{W}^k(w)$ ، - که به وسیله سیستم آزمون به دست خواهد آمد - با استفاده از یک روش آماری ، می توان مشخصه های سیستم دینامیکی مورد نظر را به کمک روابط به صورت زیر پیدا کرد :

$$\frac{w}{\overline{W}^{k*}(w)} = \text{Complex Variable} = y + iC \rightarrow \begin{cases} y = \text{Re}\left(\frac{w}{\overline{W}^{k*}(w)}\right) = Aw^{-1} - Bw \\ C = \text{Im}\left(\frac{w}{\overline{W}^{k*}(w)}\right) = C \end{cases}$$

که در این رابطه :

$$A = w_k^2 / m_k , B = 1 / m_k , C = 2B_k w_k / m_k \\ \Rightarrow m_k = 1 / B , w_k = \sqrt{A/B} , B_k = C / (2\sqrt{AB})$$

چنانچه نتایج حاصل از انجام R آزمایش متوالی در محدوده فرکانس مورد نظر ($w_k - \varepsilon \leq w \leq w_k + \varepsilon$) در دسترس باشد ، می توان اثبات کرد که با استفاده از روش حداقل مربعات¹ ، می توان مقادیر A ، B را از دو معادله زیر به دست آورد :

¹ Least Squire Method

$$\begin{cases} A = (\sum_{i=1}^R w_i^2 \sum_{i=1}^R y_i w_i^{-1} - R \sum_{i=1}^R y_i w_i) / D \\ B = (R \sum_{i=1}^R y_i w_i^{-1} - \sum_{i=1}^R w_i^{-2} \sum_{i=1}^R y_i w_i) / D \end{cases}$$

که در روابط بالا :

$$D = \sum_{i=1}^R w_i^{-2} \sum_{i=1}^R w_i^2 - R^2$$

برای به دست آوردن مقدار C ، می توان از میانگین ساده مقادیر به دست آمده ،

استفاده کرد :

$$C = \frac{1}{R} \sum_{i=1}^R \text{Im} \left(\frac{w}{\bar{W}^k(w)} \right)$$

بدین طریق می توان برخی از مشخصه های دینامیکی (m_k, B_k, w_k) آونگی که

بتواند تشابه دینامیکی لازم با بالاترین مود حرکت ارتعاشی مایع درون مخزن (بالاترین فرکانس مورد نظر $K=N$) ، داشته باشد ، تعیین نمود . البته برای تعیین محل آویز این آونگ در درون مخزن که آخرین مشخصه مورد نیاز آن است ، با طریقه ای مشابه فوق و با استفاده از معادله لنگر جرمی مخزن (معادله شماره 3) بایستی اقدام کرد .

پس از تعیین مشخصات دینامیکی آونگی که بالاترین فرکانس حرکت ارتعاشی مایع درون مخزن را شبیه سازی می کند ، بایستی برای یافتن مشخصه های آونگی که فرکانس آن یک مرحله پایینتر است $(K=N-1)$ اقدام نمود . بدین منظور با استفاده از معادله شماره 4 می توان نوشت :

$$\bar{W}_{k \rightarrow N}^k(w) = \frac{m_k \cdot w^2}{w_k^2 - w^2 + 2i w w_k B_k} + m_N$$

که چون مقدار m_N از مرحله قبلی مشخص شده است ، بنابر این خواهیم داشت :

$$\bar{W}_{k \rightarrow N}^{k*}(w) = \bar{W}_{k \rightarrow N}^k(w) - m_N = \frac{m_k \cdot w^2}{w_k^2 - w^2 + 2iww_k B_k}$$

و این بدان معناست که می توان همانند حالت قبل عمل نمود و تنها فرق مساله در آن است که از مقادیر $\bar{W}^k(w)$ که از طریق سیستم آزمون حاصل می شوند ، باید مقدار m_N را کم کرد .

به همین شیوه می توان برای به دست آوردن مشخصه های دینامیکی سایر موده های ارتعاشی مایع داخل مخزن نیز اقدام نمود و از رابطه زیر برای به دست آوردن $\bar{W}^{k*}(w)$ استفاده کرد .

$$\bar{W}^{k*}(w) = \bar{W}^k(w) - \sum_{j=k+1}^N m_N$$

با داشتن مقدار $\bar{W}^{k*}(w)$ می توان مشخصه های دینامیکی تمامی آونگها را به دست آورد .

پس از مشخص شدن کامل مشخصه های آونگها (m_k, B_k, w_k) از طریق معادله تعادل افقی و h_k از طریق معادله تعادل لنگر) ، می توان چنین گفت که اکنون سیستمی متشکل از جرم مخزن خالی به اضافه جرم مایع ایستا و تعدادی آونگ با مشخصه های m_k, B_k, w_k, h_k را جایگزین مخزن حاوی مایع مورد نظر نمودهایم ، که می توان این سیستم دینامیکی را مدلی از مخزن واقعی دانست .

حال با قرار دادن این مدل دینامیکی به جای مخزن واقعی بر روی جسم مورد نظر (مثلا جسم پرنده) ، می توان مساله دینامیک حرکت آن را با توجه به مساله حرکت داخلی آن و تاثیر این امر بر دینامیک حرکتی جسم ، با سهولت زیادی انجام داد .

در این گونه مدلسازی حرکت مایع درونی مخازن ، باید در نظر داشت که قبل از هر چیز به منظور جلوگیری از ایجاد اثرات غیر خطی در مدلسازی ، دامنه تحریک مخزن

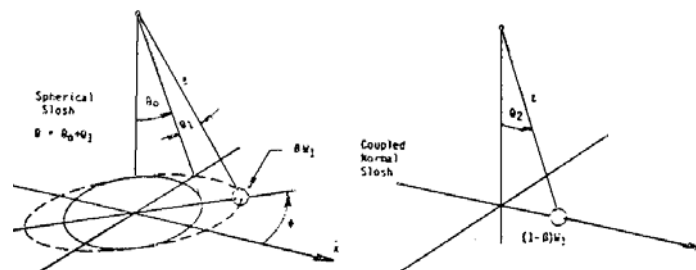
بسیار کوچک انتخاب شده است ، در نتیجه تنها در مواقعی می توان این مدلسازی را منطبق بر واقعیت مساله دانست که ، شرایط عملی وارد شده بر مخزن واقعی نیز از این خصوصیت برخوردار باشد . چنین شرایطی در مورد اجسام پرنده در مواقعی که تحت تاثیر مانورهای بزرگ قرار دارند - که سبب تحریک مخزن با دامنه های زیاد می گردد و تلاطم های غیر خطی را به وجود می آورد - وجود نداشته ، بنابراین نمی توان از این مدلسازی استفاده کرد . از آنجایی که معمولاً بررسی مساله حرکت مایع داخلی مخازن در خصوص طراحی سیستمهای کنترل اتوماتیک سیستمهای پرنده بدون سرنشین انجام می گیرد ، و این اجسام اغلب موشکهای هستند که برای انجام مانورهای سریع به کار گرفته نمی شوند (نظیر موشکهای فضایی یا زمین به زمین) ، لذا می توان از این مدلسازی برای حرکت مایع داخلی مخازن سوخت و یا اکسید کننده آنها استفاده نمود .

شبیه سازی با آونگ غیرخطی

در مورد پدیده حرکت مایع درون مخازن می توان ملاحظه نمود که وقتی سطح پرشدگی مخزن پایین باشد ، در اثر تحریک جانبی نوعی حرکت چرخشی نیز در مایع ایجاد می شود و مایع حول محور قائم گذرنده از وسط مخزن شروع به حرکت دورانی¹ می نماید . این نوع حرکت دورانی ، نوعی ازحالت غیر خطی را ایجاد می کند که استفاده از آونگ خطی ساده برای مدلسازی حرکت مایع درون ظرف را غیر ممکن می سازد . برای مدلسازی این نوع از حرکت مایع داخلی مخازن ، می توان از آونگی استفاده کرد ، که علاوه بر توانایی مدل کردن حرکت جانبی مایع درون مخزن ، بتواند حرکت دورانی آن را هم مدل نماید . این آونگ باید بتواند یک حرکت مخروطی شکل را همراه با حرکت جانبی ، به طور

¹ Rotary Slosh

توأم با هم انجام دهد ، نمونه هایی از این آونگ در شکل 3 نشان داده شده است] [3 .



شکل 3. نمونه ای از مدلسازی حرکت مایع با آونگ غیر خطی

وقوع حالت حرکت دورانی مایع درون مخزن با ایجاد حالت تشدید بین تحریک جانبی مخزن در هر یک از مودهای حرکت جانبی مایع درون آن در ارتباط مستقیم قرار دارد. به عبارتی ، می توان چنین گفت که با تغییرات اندکی در فرکانس تحریک مخزن در محدوده حالت تشدید در حرکت جانبی مایع درونی آن ، به راحتی می توان انواع مختلفی از حالت‌های گوناگون سطح مایع را در - زمینه ترکیب حرکت جانبی با حرکت دورانی مایع داخل مخزن مشاهده کرد [3] .

همانگونه که ذکر گردید ، مساله ایجاد حرکت دورانی در مایع داخل مخازن تنها هنگامی روی می دهد که سطح مایع درون مخزن تا حد زیادی پایین آمده باشد . بدین ترتیب می توان نتیجه گرفت که در این حالت جرم مایع درونی مخازن باید کاهش زیادی یافته باشد ، لذا می توان گفت به علت کاهش جرم مایع درونی مخزن ، اثرات حرکت مایع داخلی نیز عملاً تاثیر کمتری در معادلات حرکت جسم خواهد داشت . بدین ترتیب بررسی آن از درجه اهمیت پایینتری برخوردار می باشد . علاوه بر آن می توان گفت که حتی در صورت اهمیت اثر حرکت مایع

داخلی مخزن در معادلات حرکت جسم ، مساله حرکت دورانی مایع نسبت به حرکت جانبی مایع در هر حالت دارای اثرات جزئی تری خواهد بود .

بررسی حالت حرکت دورانی مایع مخزن تنها هنگامی ضروری است که بهینه سازی دستورات سیستمهای کنترلی جسم جهت استفاده حداقل از مکانیزمهای کنترلی جهت ایجاد مانورهای مورد درخواست سیستم هدایت جسم مد نظر قرار گیرد . مثال خوبی از این مساله دینامیک پرواز ماهواره ها است . در این اجسام ، اولاً حجم سوخت داخل مخزن معمولاً به علت مصرف آن در طول مسیر رسیدن به مدار مورد نظر بسیار کاهش یافته ، در نتیجه اثرات حرکت دورانی مایع تشدید می شود ، ثانیاً ، به علت محدودیت مقدار سوخت این اجسام بایستی از مانورهای غیر ضروری اجتناب گردد ، در نتیجه بهینه سازی سیستم کنترل لازم می شود . در نتیجه این مسائل سبب می شود تا در نظر گرفتن اثر حرکت دورانی مایع در دینامیک حرکت جسم و در طراحی سیستمهای کنترل آن لزوم یابد .

در مدلسازی حرکت دورانی مایع به علت آنکه اثر حرکت دورانی تنها در مود اول ارتعاش جانبی مایع داخلی مخزن می تواند دارای اهمیت باشد ، تنها از یک آونگ برای مدلسازی حرکت مایع درون مخزن استفاده به عمل می آید . در آونگ مورد بحث فرض می شود که یک حرکت دورانی φ با یک حرکت جانبی θ با هم هماهنگ شده اند . حرکت دورانی حول زاویه انحراف θ_0 نسبت به محور آونگ انجام می شود که به علت تداخل با حرکت جانبی آونگ زاویه انحراف متغیری به مقدار θ_1 به این زاویه انحراف اضافه خواهد شد و حرکت جانبی نیز با زاویه انحراف θ_2 انجام می گیرد . که هر دو این مقدار در شکل 3 نشان داده شده است . همچنین فرض می شود که حرکت جانبی با حرکت دورانی دارای اختلاف فازی برابر با γ نسبت به محور تحریک آونگ باشد . علاوه بر آن فرض

بر آن است که مقدار جرمی از آونگ که در حرکت دورانی شرکت می کند برابر با Bw_1 و باقی جرم که در حرکت جانبی آونگ موثر واقع می شود برابر با $(1 - B)w_1$ باشد .

به دست آوردن معادلات حرکت این آونگ و تعیین پارامترهای مختلف آن ، دارای روشی همانند ولی تا حدودی پیچیده تر از آنچه در مورد آونگ خطی گفته شد ، می باشد ، که در اینجا به این بحث نمی پردازیم .

شبیه سازی با جرم و فنر

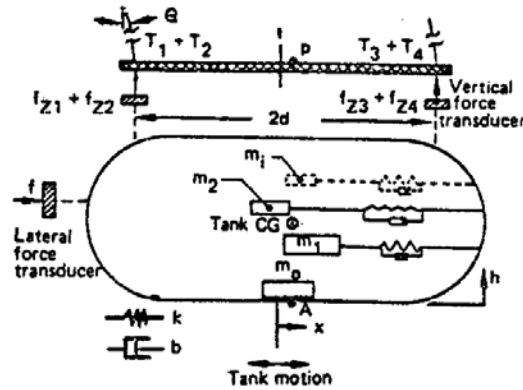
هر چند که این شبیه سازی نیز تفاوت چندانی با روش شبیه سازی با آونگ ندارد ، ولی در اینجا به منظور آشنایی بیشتر با روشهای مختلف مدلسازی دینامیکی برای حرکت مایع داخلی مخازن ، به بررسی این مدلسازی نیز می پردازیم .

از آنجا که در شبیه سازی با استفاده از جرم و فنر ، حرکت جرم و نیروهای که از این حرکت ناشی می شوند بر روی یک خط مستقیم قرار دارد ، این مدلسازی تا حدی ساده تر از شیوه ساخت مدل با آونگ می باشد .

امروزه اغلب از این روش مدلسازی دینامیکی برای مساله حرکت مایع داخلی مخازن استفاده می شود . نمونه ای از این مدلسازی در مورد مخزن اکسیژن مایع یک موشک خاص است که وظیفه انتقال ماهواره ها را از مدارهای پایین به مدارهای سنکرون بر عهده دارد ، این مخزن به همراه مدلسازی آن با کمک جرم و فنر در شکل 4 نشان داده شده است .

این مخزن دارای شکلی حلقوی¹ است . سیستمی که برای انجام آزمایش بر روی این مخزن به کار رفته ، از یک صفحه صلب تشکیل شده ، که به وسیله چهار نیرو سنج قائم ، به مخزن متصل می باشد ، و این صفحه صلب با کمک چهار کابل به تکیه گاهی در بالا اتصال یافته است . یک جک هیدرولیکی نقش محرک را در این سیستم انجام می دهد و یک نیروسنج نیز مقدار نیروی محرک را اندازه گیری می کند .

¹ Toroidal Tank



شکل 4 . مدل سازی با استفاده از جرم و فنر

با توجه به شکل 4 ، روابط تعادل نیرو و لنگر به صورت زیر خواهد بود :

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow f = (m_T + m_o)\ddot{x}_o + b_o\dot{x}_o + \sum_{i=1}^n [b_i(\dot{x}_o - \dot{x}_i) + k_i(x_o - x_i)] + (T_1 + T_2 + T_3 + T_4)\sin\theta$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow (T_1 + T_2 + T_3 + T_4)\cos\theta = (m_T + m_o + \sum_{i=1}^n m_i) \cdot g$$

$$\sum F_x m_i = 0 \Rightarrow m_i \ddot{x}_i = b_i(\dot{x}_o - \dot{x}_i) + k_i(x_o - x_i)$$

$$\begin{aligned} \sum M = 0 \Rightarrow & [(f_{z1} + f_{z2}) - (f_{z3} + f_{z4})]d + f \cdot h_f \\ & - [m_T \ddot{x}_o \cdot h_c + m_o \ddot{x}_o \cdot h_o + b_o \dot{x}_o \cdot h_c + (T_1 + T_2 + T_3 + T_4)\sin\theta \cdot h_p] \\ & + \sum_{i=1}^n [b_i(\dot{x}_i - \dot{x}_o) + k_i(x_i - x_o)] \cdot h_i + \sum_{i=1}^n m_i g(x_i - x_o) = 0 \end{aligned}$$

که پارامترهای بکار رفته در این معادلات پارامترهای نشان داده شده در شکل 4 می باشند . لازم به ذکر است که در اینجا نیز ، m_T, m_o, m_i ، به ترتیب جرم مایع متحرک درون مخزن ، جرم مایع ساکن درون مخزن و جرم مخزن کامل می باشد .

با فرض زاویه انحراف کوچک برای کابلهای نگاهدارنده مخزن می توان

نوشت :

$$f = [m_T \ddot{x}_o + b_o \dot{x}_o m_T x_o \cdot g/l] + m_o \ddot{x}_o + (m_o + \sum_{i=1}^n m_i) x_o \cdot g/l + m_i \ddot{x}_i$$

همچنین لنگری را که به صفحه صلب نگاهدارنده مخزن وارد می شود به شکل زیر

می توان محاسبه نمود :

$$q = (f_{z1} + f_{z2}) - (f_{z3} + f_{z4}) \cdot d$$

که با جایگذاری f_z از معادله تعادل لنگر می توان نوشت :

$$q = -f \cdot h_f + [m_T \ddot{x}_o \cdot h_c + m_o \ddot{x}_o h_o + b_o \dot{x}_o h_c + (m_T + m_o + m_i) \cdot g/l \cdot h_p \cdot x_o] \\ + \sum_{i=1}^n m_i \cdot \ddot{x}_i \cdot h_i - \sum_{i=1}^n m_i g(x_i - x_o)$$

با جایگذاری مقدار f از رابطه تعادل نیروهای افقی خواهیم داشت :

$$q = [m_T \ddot{x}_o \cdot (h_c - h_f) + b_o \dot{x}_o (h_c - h_f) + m_T \cdot g/l \cdot (h_p - h_f) \cdot x_o] \\ + (m_o + \sum_{i=1}^n m_i) \cdot g/l \cdot (h_p - h_f) x_o + m_o (h_o - h_f) x_o \\ + \sum_{i=1}^n m_i \cdot \ddot{x}_i \cdot (h_f - h_i) - \sum_{i=1}^n m_i g(x_i - x_o)$$

حال تابع تبدیل نیرو و لنگر وارد شده به مخزن نسبت به جابجایی آن با

گرفتن تبدیل لاپلاس از معادلات نیرو و لنگر ، با فرض شرایط اولیه صفر به شکل

زیر به دست می آید :

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{F(s)}{x_o(s)} &= [m_T s^2 + b_o s + m_T \cdot g/l] + (m_o + \sum_{i=1}^n m_i) g/l + m_o s^2 + \sum_{i=1}^n m_i s^2 \cdot \frac{x_i(s)}{x_o(s)} \\ \frac{Q(s)}{x_o(s)} &= [m_T (h_c - h_f) s^2 + b_o (h_c - h_f) s + m_T \cdot g/l \cdot h_p] \\ &+ (m_o + \sum_{i=1}^n m_i) g/l (h_p - h_f) + m_o (h_o - h_f) s^2 \\ &+ \sum_{i=1}^n m_i (h_i - h_f) s^2 \frac{x_i(s)}{x_o(s)} - \sum_{i=1}^n m_i g \left(\frac{x_i(s)}{x_o(s)} - 1 \right) \end{aligned} \right.$$

که به جای ترمهای $\frac{x_i(s)}{x_o(s)}$ ، با استفاده از رابطه تعادل افقی جرم متحرک

m_i که از قبل نوشته ایم ، می توان نوشت :

$$\frac{x_i(s)}{x_o(s)} = \frac{b_i s + k_i}{m_i s^2 + b_i s + k_i}, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

همچنین در معادلات نیرو - لنگر ، می توان اثرات جرم مخزن خالی را که

در داخل کרוشه قرار دارد با مقادیر زیر جایگذاری کرد :

$$\left. \frac{F(s)}{x_o(s)} \right|_{Tank} \quad \& \quad \left. \frac{Q(s)}{x_o(s)} \right|_{Tank}$$

که در نهایت داریم :

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{F(s)}{x_o(s)} &= \left. \frac{F(s)}{x_o(s)} \right|_{Tank} + m_l \cdot g/l + s^2 \left(m_o + \sum_{i=1}^n m_i \cdot \frac{b_i s + k_i}{m_i \cdot s^2 + b_i s + k_i} \right) \\ \frac{Q(s)}{x_o(s)} &= \left. \frac{Q(s)}{x_o(s)} \right|_{Tank} + m_l \cdot g/l \cdot (h_p - h_f) + s^2 [m_o h_o (h_o - h_f) \\ &+ \sum_{i=1}^n m_i \frac{(b_i s + k_i)(h_i - h_f) + m_i \cdot g}{m_i s^2 + b_i s + k_i}] \end{aligned} \right.$$

که در این روابط رابطه بین جرمها به صورت زیر می باشد :

$$m_l = m_o + \sum_{i=1}^n m_i$$

با تعریف متغیرهای جدید زیر می توان شکل معادلات حاصل را ساده تر

نمود ،

$$w_i = \sqrt{k_i / m_i} \quad , \quad r_i = (1 / 2w_i) \cdot (b_i / m_i)$$

در نتیجه داریم :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{F(s)}{x_o(s)} = \frac{F(s)}{x_o(s)} \Big|_{Tank} + m_l \cdot g / l + s^2 (m_o + \sum_{i=1}^n m_i \cdot \frac{2r_i w_i s + w_i^2}{s^2 + 2r_i w_i s + w_i^2}) \\ \frac{Q(s)}{x_o(s)} = \frac{Q(s)}{x_o(s)} \Big|_{Tank} + m_l \cdot g / l \cdot (h_p - h_f) + s^2 [m_o (h_o - h_f) \\ + \sum_{i=1}^n m_i \cdot (h_i - h_f) \cdot \frac{2r_i w_i s + [w_i^2 + (g/h_i - h_f)]}{s^2 + 2r_i w_i s + w_i^2}] \end{array} \right.$$

در معادلات فوق ، ترم اول معادله مبین اثر جرم مخزن ، ترم دوم نشان دهنده اثرات استاتیکی جرم مایع داخل مخزن - که در اثر حرکت آونگ گونه مخزن (به سبب اتصال مخزن به کابل) ایجاد شده است - و ترم سوم نشان دهنده اثرات دینامیکی نیرو و لنگری است که در اثر حرکت دینامیکی مایع داخل مخزن حاصل می شود .

با وجود دو معادله فوق می توان پس از انجام آزمایشهای تجربی روی سیستم اصلی ، پارامترهای سیستم ارتعاشی شبیه سازی شده را نظیر فرکانسهای ارتعاش ، مقدار جرم متحرک ، ضریب میرایی و محل اتصال هر کدام از این جرمهای فرضی به بدنه پیدا کرد . در نتیجه مشخصات کامل مدل دینامیکی مورد نظر برای جایگزینی در جسم مورد نظر شامل مخزن حاوی مایع ، به دست می آید .

برای آنکه بتوان اثرات دینامیکی حرکت مایع درون مخزن را مطالعه کرد ، ابتدا باید ترمهای اول و دوم معادلات را که مبین اثرات دینامیکی حرکت مایع نیستند ، از معادلات خارج نمود . برای این کار همانگونه که برای آونگ گفته شد ، می توان ترم اول معادلات را با انجام عمل تحریک روی مخزن خالی به دست

آورد . ترم دوم این معادلات نیز به وسیله تحریک مخزن با فرکانسهای پایین (

مشابه آنچه در مورد آونگ گفته شد) قابل دستیابی است

$$m_l = m_o + \sum_{i=1}^n m_i$$

برای به دست آوردن مشخصه های دینامیکی جرم و فنر های در نظر گرفته شده در این مدلسازی ، باید همانند قبل عمل نمود . روشی که می تواند در این امر کمک بیشتری ارائه دهد ، و در یافتن مشخصه های مورد نیاز سیستم سرعت عمل بیشتری ایجاد کند ، آن است که می توان برای یافتن مشخصه های مورد نیاز سیستم ، عامل تحریک کننده آن را با یک ورودی تصادفی¹ که تمامی طیف فرکانسهای ارتعاشی احتمالی وارد به سیستم را شامل شود ، فعال کرد و از روی جوابهای به دست آمده از حرکت سیستم ، نقاط ماکزیمم منحنی جواب را که مبین ایجاد حالت تشدید و در واقع محل روی دادن یکی از مودهای حرکت مایع داخل مخزن است را انتخاب کرده ، با استفاده از روش حداقل مربعات – مشابه مدلسازی به کمک آونگ – مشخصه های جرم ، میرایی و سختی فنر را برای این مود حرکت مایع داخلی مخزن تعیین کرد .

¹ Random Input

شیوه کاربرد عملی

همانطور که اشاره شد ، استفاده از روش مشابه سازی دینامیکی ، نیازمند استفاده از امکانات آزمایشگاهی است . برای این کار باید ابتدا نمونه اصلی و یا نمونه کوچک شده ای از مخزن مورد نظر ساخته شود و سپس این مخزن به وسیله یک سیستم نگهدارنده به یک مکانیزم تحریک کننده اتصال یابد ، سپس با استفاده از روشهای جمع آوری اطلاعات خام و با کمک پردازش این اطلاعات ، نتایج حاصل از انجام آزمایش را به صورت مورد نیاز ثبت کرد . سپس با استفاده از این نتایج ، و با توجه به نوع مدلسازی دینامیکی مساله ، به یافتن پارامترهای مورد نیاز سیستم دینامیکی شبیه سازی شده پرداخت .

از مشکلات این روش ، آن است که به این دلیل که مخازن واقعی معمولاً دارای ابعاد بزرگی هستند ، استفاده از ابعاد واقعی آنها برای انجام چنین آزمایشهایی ، دشوار و پرهزینه می باشد ، و به ناچار برای کاستن از هزینه ها ، الزاماً از مدل‌های کوچک شده مخزن استفاده می شود . بنابراین اولین مشکل در استفاده از این روش آن است که مخزن نمونه کوچک شده را طوری ساخت که از آزمایش بر روی این مدل بتوان نتایج و جوابهای واقعی مساله را پیدا کرد . مشکل بعدی این روش آن است که انجام این آزمایشها بدون وجود ابزار دقیق اندازه گیری ، همچنین سیستمهای پیشرفته جمع آوری اطلاعات و پردازش آنها ، به علت ماهیت دینامیکی و پیچیده این مساله امکان پذیر نیست و یا حتی در صورت به دست آمدن جواب ، به علت دقت پایین آن ، جوابهای به دست آمده ارزش چندانی ندارد .

برای ساخت مدل کوچک مخزن ، جهت انجام آزمایش ، باید با توجه به آنالیز ابعادی مدل نمونه مورد نظر را ایجاد نمود و در این بین آنچه در ساخت چنین مدلی اهمیت دارد آن است که در آنالیز ابعادی عدد فرود از همه پارامترهای

مورد نظر موثرتر می باشد ، بنابر این باید برابری این عدد در نمونه اصلی و مدل مد نظر قرار گیرد . می توان نشان داد ، که فرکانسهای تشدید حرکت مایع داخلی مخزن دقیقاً با نسبت $\sqrt{g/d}$ متناسب می باشد . علاوه بر آن باید جرم متحرک مایع داخلی مخزن اصلی با مدل متناسب بوده ، همچنین تشابه هندسی کاملی بین مدل و نمونه اصلی وجود داشته باشد . آنالیز ابعادی در مورد ضرایب میرایی برای حرکت مایع داخل مخزن کمی پیچیده تر است و نمی توان به سادگی و تنها با در نظر گرفتن عدد فرود آنرا لحاظ کرد . در این مورد می توان از عدد رینولدز استفاده نمود . برخی از نتایج تجربی نشان داده است که ضریب میرایی برای حرکت مایع داخلی در مخزن استوانه ای ساده با دیواره های صاف ، با مقدار $\sqrt{\gamma^2 / (R^3 \cdot g)}$ متناسب است ، که در آن γ ویسکوزیته سینماتیک سیال می باشد .

در مخازنی که در آنها تیغه های جداکننده به کار رفته است نوعی دیگر از میرایی ، به وجود می آید که مدلسازی آنها برای مخزن در ارتباط با ارتفاع موج داخل آن و ... قرار دارد و یافتن نسبت تناسب دقیق بین دو مخزن در این حالت ، تنها با انجام آزمایشهای تجربی بین نمونه اصلی و مدل آن امکان پذیر است . لازم به ذکر است که در عمل به دست آوردن این نسبت با مشکلات فراوانی روبرو است .

البته اثر میرایی تنها در یافتن دامنه حرکت مایع درون مخزن درحالت تشدید ، دارای اهمیت است و در غیر از حالت تشدید ، تاثیر میرایی در حرکت مایع داخل مخزن اهمیت زیادی ندارد .

منابع :

1. Abramson, H.N., ed., " *The Dynamic Behavior of Liquid in Moving Containers* "NASA SP-106 , 1966
2. Unruh, J.F. , Kana, D.D., Dodge,F.T.,and Fey, T.A.,"*Digital Data Analysis Techniques for Extraction of Slosh Model Parameters* ", J. of Spacecraft & Rockets , Vol. 23 ,March_April 1986 , p.p. 171-177
3. Kana,D.D.,"*A Model for Nonlinear Rotary Slosh in Propellant Tanks* ", J. of Spacecraft & Rockets , Vol. 24 ,March_April 1987 , p.p. 169-177
4. Meserole,J.S, and Fortini ,A., "*Slosh Dynamic in a Toroidal Tank* " J. of Spacecraft & Rockets , Vol. 24 ,Nov._Dec. 1987 , p.p. 523-531
5. Buzhinskii, V.A. , and Stolbetsov, V.I. ," *Determination of the Hydrodynamic Characteristic of a Partially Filled Cavity Containing a Pendulum* " , Izv. Akad. Nauk SSSR, Mekh. Zhidk. Gaza, No. 6, Nov._Dec. 1987 , p.p. 91-100
- 6 . داود رضايي ، " بررسي تلاطم سوخت مايع بر پايداري و ديناميك يك موشك بالستيك " ، پايان نامه كارشناسي ارشد ، دانشگاه تربيت مدرس ، 1380

فهرست عناوین

صفحه	فهرست
1	مقدمه
3	معرفی پدیده تلاطم
9	مدلسازی
11	روشهای تئوری
13	مشابه سازی دینامیکی
14	شبیه سازی با آونگ
15	شبیه سازی با آونگ ساده
28	شبیه سازی با آونگ غیرخطی
32	شبیه سازی با جرم و فنر
38	شیوه کاربرد عملی
40	منابع :