

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده مهندسی مکانیک

پایان نامه کارشناسی ارشد

تحلیل اثر پدیده تلاطم در مخازن استوانه ای

علی سررشته داری

استاد راهنما : دکتر غلامعلی عاطفی

پاییز ۱۳۸۱

## چکیده :

هنگامی که مخزنی شامل سیال مایع، تحت تحریکی نظیر جابجایی قرار گیرد، مایع درون آن شروع به نوسان نموده، در اثر این حرکت نوسانی، نیرو و گشتاوری از طرف مایع به ظرف محتوی آن اعمال می گردد. این حرکت نوسانی که به اصطلاح تلاطم سیال خوانده می شود، در اثر تغییر عوامل موثر در آن، می تواند اثرات مختلفی بر سازه یا یک مخزن متحرک داشته باشد. این امر در موارد گوناگونی از کاربردهای صنعتی اهمیت یافته، نیازمند شناخت دقیق این پدیده می باشیم. در این پروژه روشهای بررسی و تحلیل این مساله را برای یک مخزن استوانه ای مورد مطالعه قرار داده، آنها را به دست می آوریم.

تقدیم به آنان کہ

دوستشان دارم و دوستہ می دارندم ...

## تشکر و قدردانی

شکرانه لطف و رحمت عظیمش که همواره با ما بوده است، و این بار نیز این بنده اش را در کار به پایان رساندن این رساله یاری فرمود؛ بر خود می دانم، که به رسم حق شناسی و اطاعت از این گفته حق، که “هرکو قدر آفرندگان نداند، قدر آفرندگان ندانسته،” از تمامی یاران و همراهان خود در انجام این کار قدردانی و تشکر نمایم .

لازم است در اینجا مراتب تشکر خاص خود را تقدیم کنم به، آقای دکتر غلامعلی عاطفی که با تمام محدودیتهای موجود، کار هدایت این پایان نامه را قبول زحمت فرمودند، همچنین آقایان دکتر سید محمد هاشمی نژاد، دکتر حمید احمدیان، دکتر جعفر اسکندری جم، مهندس عباس اقتصادی و مهندس غلامرضا نادی سنجانی، که در تمامی مراحل کار، صمیمانه در کنار من بودند؛ همچنین، لازم است تا مراتب قدردانی خود را خدمت آقایان مهندس داود رضایی، مهندس امیرحسین خانزاده و مهندس مسعود امرالهی که در دستیابی اینجانب به منابع یاری فراوانی رساندند، اعلام دارم .

علی سررشته داری

مهرماه ۱۳۸۱

## فهرست مطالب

## صفحه

۱	.....	<b>فصل اول</b>
۱	.....	مقدمه
۵	.....	تاریخچه
۶	.....	روشهای بررسی تلاطم
۷	.....	هدف پروژه
۹	.....	مروری بر فصلها
۱۱	.....	<b>فصل دوم</b>
۱۱	.....	اساس تئوری و تحلیل
۱۵	.....	مخزن استوانه ای
۱۵	.....	مخزن حلقوی با مقطع قطاع دایره
۱۶	.....	ارتعاش آزاد
۱۹	.....	ارتعاش اجباری
۲۷	.....	مخزن استوانه ای تقسیم شده ...
۲۷	.....	مخزن قطاعی ۴۵ درجه
۳۳	.....	<b>فصل سوم</b>
۳۳	.....	نوسان آزاد

۳۴	.....	نوسان اجباری انتقالی
۳۵	.....	نوسان اجباری چرخشی
۳۶	.....	نیرو و ممان های اعمال شده بر دیواره مخزن
۳۷	.....	تحریک انتقالی
۳۷	.....	تحریک چرخشی
۳۸	.....	روابط کاربردی
۴۰	.....	روشهای کاهش تلاطم
۴۳	.....	میرایی موثر
۴۵	.....	تیغه های رینگی و قطاعی
۴۷	.....	ملاحظات کنترلی
۵۰	.....	ملاحظات سازه ای
۵۱	.....	بارگذاری فشاری تیغه ها
۵۱	.....	روابط کاربردی تیغه های رینگی
۵۳	.....	روابط کاربردی تیغه های دیگر
۵۳	.....	آزمایش های تجربی
۵۶	.....	<b>فصل چهارم</b>
۵۶	.....	روش شبیه سازی
۵۷	.....	فرضیات
۵۹	.....	شبیه سازی دینامیکی

۶۷	.....	<b>فصل پنجم</b>
۶۸	.....	پارامترهای موثر در تلاطم
۷۰	.....	روابط تحریک چرخشی
۷۰	.....	ملاحظات مدلسازی بر حسب روابط
۷۲	.....	شرح آزمایشهای انجام شده
۷۸	.....	<b>فصل ششم</b>
۷۹	.....	پاسخ تحلیلی مخزن
۸۱	.....	شبیه سازی دینامیکی
۸۶	.....	مدل آزمایشی
۸۷	.....	نمونه ای از بارهای نوسانی
۸۹	.....	<b>ضمایم</b>
۸۹	.....	ضمیمه ۱
۹۱	.....	ضمیمه ۲
۹۲	.....	<b>کتابنامه</b>

## علايم و اختصارات :

$\alpha$	زاويه قطاعی از مخزن استوانه ای
$\beta$	دامنه تحريك چرخشی
$\eta$	نسبت فرکانس تحريك به فرکانس طبیعی
$\delta$	معادله و ارتفاع برخاستگی سطح آزاد
$\mu$	لزجت
$\sigma$	کشش سطحی
$\Omega$	فرکانس تحريك
$\zeta$	ضريب میرایی
$\Phi_c$	پتانسیل حرکت مخزن
$\Phi_l$	پتانسیل حرکت نسبی سیال متلاطم
$\omega_n$	فرکانس طبیعی
A	میدان شتاب کلی
a	شعاع مخزن
$a_B$	نیروی حجمی بر واحد جرم
$a_c$	شتاب مخزن
$a_T$	شتاب ناشی از تراست
c	ضريب میرایی سیستم شبیه سازی شده
d	قطر مخزن
$e=2,71828$	پایه لگاریتم طبیعی

$F$	نیرو
$F_B$	نیروی بدنی
$F_r$	نیرو ناشی از تحریک چرخشی
$F_t$	نیروی ناشی از تحریک انتقالی
$F_x, F_y$	نیروهای اعمالی سیال بر دیواره و کف مخزن
$g$	شتاب ثقل
$H$	عمق سیال
$h$	ارتفاع مخزن از سطح آزاد
$i=(-1)^{n,5}$	پایه عدد مختلط
$I_F$	ممان اینرسی کلی مایع
$J_v$	تابع بسل نوع اول از مرتبه $v$
$k$	ثابت فنر سیستم شبیه سازی شده
$Ln$	لگاریتم طبیعی
$m_F$	جرم کل سیال موجود در مخزن
$M_r$	گشتاور ناشی از تحریک چرخشی
$M_t$	گشتاور ناشی از تحریک انتقالی
$M_T$	جرم کل مدل تلاطمی
$M_x, M_y$	گشتاورهای اعمالی بر دیواره و کف مخزن
$P$	فشار
$P_0$	فشار سیال در سطح آزاد
$P_1$	فشار وارد شده به دیواره مخزن
$P_2$	فشار وارد شده به کف مخزن

$r$	مختصات شعاعی و شعاع سطح آزاد مخزن
$r, \varphi, z$	پارامترهای مختصات استوانه ای
$t$	زمان
$u, v, w$	اجزای سرعت در مختصات کارتزین
$U_r, U_\varphi, W$	اجزای سرعت در مختصات استوانه ای
$v_n$	سرعت مخزن در راستای عمود بر دیواره
$x, y, z$	پارامترهای مختصات کارتزین
$X.$	دامنه تحریک انتقالی

## مقدمه :

پدیده حرکت مایع در مخزن یا تلاطم آن که گاهی اثر ضربانی مایع نامیده می شود ، نوعی حرکت نوسانی<sup>۱</sup> است که در موارد متنوعی از زمینه های مختلف صنعتی و کاربردی به چشم می خورد . از جمله موارد کاربردی که این پدیده در آنها مشاهده می گردد می توان به موارد زیر اشاره نمود :

- مخازن و یا تانکرهای متحرک حامل سیالات مایع اعم از کامیونهای بارکش ، کشتی ها مخازن سوخت مایع هواپیما ها و موشکهای سوخت مایع همچنین ماهواره ها  
- سیستمهای اتوماتیک و خطوط بسته بندی مایعات نظیر مواد آشامیدنی  
- روباتهای حامل سیال که در موارد مختلفی چون ذوب فلزات و یا انتقال مواد مایع سمی و خطرناک به کار می روند

- مخازن ثابتی که تحت تحریک نوسانی قرار می گیرند نظیر منابع ذخیره آب تحت زلزله  
این پدیده از دو منظر متفاوت و در دو شاخه از علوم مطرح می گردد . یکی از این مباحث علم هیدرودینامیک<sup>۲</sup> است ، که به این اثر از دید هیدرودینامیکی پرداخته ، تنها بحث سیال و نحوه رفتار سیالاتی آن را مطرح می سازد . منظر یا دیدگاه دیگر به این موضوع از طریق هیدرو الاستیسیته است ، که در آن تداخل یا برخورد دینامیکی بین تغییر شکل های الاستیک مخزن و حرکت مایع درونی آن مد نظر قرار می گیرد . این دیدگاه از نظر ویژگی تداخلی آن دارای ماهیتی پیچیده است ، لذا نیاز به دقت و بررسی بسیار دقیقتری دارد ، و تنها در مواردی مورد استفاده قرار می گیرد که به علت وجود سختی اندک یا ناچیز جداره ظرف یا سازه تشکیل دهنده مخزن ، نتوان

---

<sup>۱</sup> منظور از حرکت نوسانی همان تلاطم و حرکت حجمی مایع است که در مقالات و منابع به عنوان Sloshing از آن نام برده می شود . در ضمن در اینجا از هر دو لفظ تلاطم و حرکت نوسانی استفاده شده است . در ضمن این اصطلاح ، اثر ضربانی مایع نیز ترجمه شده است .

<sup>۲</sup> Hydro Dynamic

از فرض تداخل دینامیکی - بین تغییر شکل‌های مخزن و حرکت مایع داخل آن - صرف نظر نمود ، و یا به عبارت دیگر نتوان ظرف محتوی مایع یا مخزن را صلب فرض کرد .

اگر در درون هر جسم الاستیک - نظیر یک ظرف یا مخزن - مایعی به هر دلیل - حرکت کرده یا شتاب پیدا کند ، الزاما تغییر شکل‌هایی به صورت الاستیک روی می دهد ، که این تغییر شکلها سبب ایجاد تغییر در چگونگی حرکت و شتاب مایع داخلی شده ، در نتیجه این امر به صورت یک تداخل دینامیکی بین جسم الاستیک و مایع داخلی آن نمود می یابد . حال اگر جسم مورد نظر دارای سختی سازه ای کمی باشد تغییر شکل‌های آن زیادتر بوده ، اثرات این تداخل دینامیکی شدیدتر خواهد بود ، در صورتی که ، اگر سختی سازه ای جسم زیاد باشد ، به علت محدودیت تغییر شکل‌های سازه ای اثر این تداخل کم می گردد ، به طوری که در نهایت تنها اثر باقیمانده از این تداخل دینامیکی در یک ظرف صلب ، اثرات ضربه و برخورد مایع به جداره های ظرف می باشد .

در مورد اجسام متحرکی که مخازن حامل مایعات را حمل می کنند مساله تا حدودی متفاوت است . در این مورد ، اثرات لرزشهای الاستیک این جسم ، سبب ایجاد نوعی تداخل دینامیکی ، بین حرکت مایع داخلی مخزن و چگونگی حرکت جسم و تغییر شکل‌های الاستیک بدنه آن خواهد شد ، بنابر این مساله وجود حرکت در مایع داخلی مخازن ، در طراحی سازه جسم و نیز دینامیک حرکت آن موثر می باشد .

پدیده تلاطم را می توان از دیدگاههای دیگری نیز دسته بندی نمود ، یکی از این دیدگاهها بررسی این پدیده در شرایط گرانشی متفاوت است ، از این منظر ، این پدیده به دو دسته تلاطم در میدان گرانشی کم<sup>۳</sup> و تلاطم در میدان گرانشی زیاد<sup>۴</sup> تقسیم می گردد در این دسته بندی وسایلی نظیر ماهواره ها در میدان گرانشی کم و مخازن متحرکی چون تانکرهای حمل و نقل مایعات ، مخازن کشتی ها و موشکهای سوخت مایع که میدان گرانشی حاکم در آنها برابر با شتاب گرانشی زمین و بیشتر از آن است - که در بعضی موارد تا چندین g می رسد - در میدان گرانشی زیاد

---

<sup>۳</sup> Low or Micro Gravity

<sup>۴</sup> High Gravity

بررسی می گردد . نکته مهمی که سبب این تفاوت است و باعث می گردد تا این نوع دسته بندی انجام شود ، تاثیر جاذبه کم در تلاطم است ، که با مشخصه هایی ، به نحوه برخورد سیال مایع با سطح جامد ظرفی که در آن واقع شده ، مرتبط می باشد ، این مشخصه ها عبارتند از : نیروهای تنش سطحی ، زاویه برخورد و منحنی سطح آزاد سیال ، در نتیجه در چنین تحلیلی اثر نیروهای کشش سطح سیال - در مقایسه با حالت میدان گرانشی زیاد- اهمیت یافته در معادلات حاکم قابل توجه می شوند و نمی توان از اثر چنین نیروهایی در مقایسه با دیگر نیروها نظیر لزجت صرف نظر نمود .

تحلیل چنین اثری در مخازن به پارامترها و عوامل مختلفی بستگی دارد که از آنها می-توان ، به شکل هندسی ، ویژگیهای سیال درون مخزن ، میرایی موثر ، ارتفاع سیال در مخزن ، میدان شتاب و حرکت اغتشاشی مخزن اشاره کرد .

بررسی مساله اثرات حرکت مایع داخل مخازن در اجسام متحرک پرنده از حساسیت زیادی برخوردار است ، در این موارد ظریف بودن بیش از حد سازه - که به علت نیاز به کاهش وزن در این وسایل امری الزامیست - سبب کاهش سختی سازه ای این مخازن می گردد ، در نتیجه تغییر شکلهای نسبتا بزرگتری در آنها روی می دهد ، همچنین این اجسام اغلب مخازن بزرگی از سوخت مایع ( به نسبت ابعاد وسیله حامل این مخازن ) را حمل می کنند که این مساله عامل مهمی در تاثیر پدیده حرکت مایع درونی مخازن در عملکرد آنها است . علاوه بر این حرکت این نوع وسایل (وسایل پرنده) ، اغلب همراه با شتابها ، جابجاییها و تغییرات ناگهانی در حرکت است ، که این امر به نوبه خود سبب تحریک مایع داخلی مخازن سوخت و ایجاد تلاطم در آنها می گردد . این تحریک ها در یک وسیله پرنده ممکن است در اثر مواردی چون تند بادها ، تغییرات برنامه ای در وضعیت وسیله مورد نظر ، پالسهای کنترلی وضعیت پایداری و ضربه های ناشی از جدایش جریان، ایجاد گردد .

در وسایل پرنده توجه به اثر حرکت مایع درون مخازن سوخت ، از نظر مساله کنترل و پایداری آنها ، از اهمیت به سزایی برخوردار است . این امر خصوصا در موشکهای سوخت مایع به علت بزرگی بیش از حد حجم مایع درونی آنها ، همچنین شرایط محیطی بسیار متغیر که به سرعت بر این سیستمها تاثیر می گذارند - و در نتیجه اعمال انواع فرکانسهای تحریک بر مایع درون مخازن - بعلاوه پایین بودن سطح پایداری آنها - به ویژه در لحظات اولیه پرتاب که بالاترین حجم سوخت در موشک وجود دارد - بسیار اهمیت می یابد . و نسبت به هواپیما ها حالت بحرانی تری وجود دارد .

مساله حرکت مایع درونی مخازن به علت تداخل همه جانبه بین حرکت سازه محتوی مایع و تغییر شکل‌های الاستیک آن با حرکت مایع داخلی ، می تواند بسیار پیچیده باشد . بنابر این در بسیاری از موارد می توان با اعمال برخی فرضیات ساده کننده - که در مورد مساله مورد نظر قابل طرح است - تا حدودی مدل ساده تری به دست آورد . به عنوان مثال می توان مخزن حامل مایع را صلب فرض نمود .

مهمترین زمانی که اثرات حرکت مایع درونی ، در دینامیک حرکت سازه - شامل مخزن - موثر می باشد ، زمانی است که اولاً : فرکانسهای تحریک مایع داخلی مخزن کوچک باشد ( بین صفر تا حد اکثر ۱۰ هرتز ) [۱] ، ثانياً : ارتفاع پر شدگی مخزن مورد مطالعه کم بوده ، یا به عبارتی نسبت طول به عرض مخزن ناچیز باشد . ولی در مجموع باید جرم مایع داخلی مخزن نسبت به جرم کل جسم زیاد باشد . به علاوه در طراحی وسایل پرنده ، بررسی پدیده حرکت مایع درونی مخازن هنگامی که تعادل نیرویی ، سطح پایینی از پایداری را برای این جسم ایجاد کرده باشد و یا هدف ، حداقل نمودن استفاده از مکانیزمهای کنترلی<sup>۵</sup> جهت کاهش مقدار مانورهای پروازی لازم برای کنترل جسم در مسیر تعیین شده باشد الزامی می شود .

---

<sup>۵</sup> Optimal Design of Control System

## تاریخچه :

پدیده ایجاد حرکت نوسانی سیال در مسائل کنترلی ، به عنوان نمونه در بحث کنترل موشکهای هدایت شونده همچنین کنترل هواپیما ها ، مطرح بوده که در این زمینه می توان به کارهای Rodriguez و Graham [۵۳]، (۱۹۵۲) ، همچنین Crawley [۲۲]، (۱۹۸۹) و Bryson [۲۵] (۱۹۹۴) ، اشاره کرد .

این پدیده به عنوان مساله مهمی در کشتیهای حمل و نقل اهمیت دارد که به عنوان نمونه ای از تلاشهای در این زمینه می توان فعالیت‌های Armenio [۴۵]، (۱۹۹۲) را نام برد .  
پدیده فوق همچنین مشکل عمده ای در وسایل نقلیه حامل و انتقال دهنده سیالات (مانند تانکرهای حمل مایعات) در حرکت می باشد، که نمونه ای از این فعالیتها، تلاشهای Sankar [۵۱] (۱۹۹۲) ، می باشد .

حرکت سیال مایع در مخازن عظیم ذخیره ، - مانند مخازن نفت و سدهای ذخیره آب در طی یک زلزله نیز می تواند به صورت مشکل جدی و مهمی مطرح گردد ، که کارهای افرادی چون Venugopal و Bernstein [۲۵]، (۱۹۹۶) در این مساله قابل توجه می باشد .

اخیرا حرکت ظروف محتوی مایع ، نظیر فلزات مذاب و انواع آشامیدنیها نیز با هدف نهایی حرکت دادن این ظروف با بیشترین سرعت ممکن - که در واقع بحث اصلی آن جلوگیری و محدود ساختن حرکت نوسانی سیال در سطح آزاد آن می باشد -مورد مطالعه قرار گرفته است که از آن جمله فعالیت‌های Feddema [۵۰]، (۱۹۹۷) ، Dietze و Schmidt [۲۵]، (۱۹۹۷) را می توان نام برد .

مطالعه درباره پدیده تلاطم به خصوص در زمینه هوا فضا به نحو پیگیر از دهه ۵۰ میلادی آغاز شده که از دهه ۶۰ میلادی به بعد ، در زمینه کاربردهای نظامی به طور جدی تحقیقات سازمان یافته ای خصوصا" در مورد موشکها و فضا پیماها انجام شده است . از جمله چنین تحقیاتی که بعدها به عنوان مرجع بسیاری از کارها مورد استفاده قرار گرفت می توان به تلاشهای Chu , Dodge , Kana [ ۲۰، ۱۰، ۲۸ ]، اشاره کرد .

بسیاری از این تحقیقات در ابتدا بیشتر به صورت تحلیلی و آزمایشگاهی بوده اما به تدریج در دهه های اخیر روشهای عددی نظیر المان محدود و حجم محدود<sup>۶</sup> کاربرد بیشتری یافته است .

## روشهای بررسی تلاطم :

پدیده تلاطم نیز مانند دیگر پدیده های فیزیکی از سه جنبه قابل بررسی و تحلیل می باشد این سه روش عمده عبارتند از :

۱. روش تحلیلی که در آن با استفاده از فرضیات و روابط ریاضی سعی می گردد ، مدلی ریاضی برای تلاطم تهیه گردد و بر اساس این روابط پارامترها مطلوب استخراج گردد ، در فصلهای بعدی به طور مبسوط درباره این روش توضیح خواهیم داد .

۲. روش دیگر استفاده از آزمایشهای تجربی به اشکال مختلف است که در ادامه این پروژه به بررسی این روش نیز می پردازیم .

۳. روش نهایی در بررسی پدیده تلاطم استفاده از روشهای عددی می باشد که در سالهای اخیر توجه زیادی به آن معطوف گردیده است ، که بحث اصلی این پروژه نبوده ، تنها به منظور آشنایی بیشتر با کارهای انجام شده ، مزایا و معایب و مسایل مربوط به این روش توضیحاتی راجع به آن خواهیم داد [ضمیمه ۱] .

---

<sup>۶</sup> Finite Element and Finite Volume

## هدف پروژه :

در این پروژه بررسی و تحلیل پدیده تلاطم در مخازن استوانه ای را انتخاب کرده ایم ، علت انتخاب چنین هندسه مشخصی گستردگی کاربرد و اهمیتی است که این نوع مخازن در استفاده- های صنعتی دارند . به عنوان نمونه ، این نوع مخازن در بسیاری از موشکهای سوخت مایع ، تانکرهای حمل مایعات ، و مخازن ذخیره مواد نفتی و بسیاری از مراکز پتروشیمی کاربردهای فراوانی دارد .

در سیستمهای مختلف اشکال متفاوتی از پدیده تلاطم رخ می دهد که این امر به نوع تحریک سیال مایع در مخزن بستگی دارد ، از انواع مختلف چنین پدیده ای می توان به اشکال تلاطم عرضی<sup>۷</sup> ، چرخشی<sup>۸</sup> ، عمودی<sup>۹</sup> اشاره نمود . در این پروژه به دلیل کاربرد مورد نظر تعریف شده ، تمرکز ما بر روی تلاطم عرضی مایع می باشد و از این پس منظور از تلاطم مایع تنها چنین تلاطمی می باشد . این شکل از پدیده تلاطم در بسیاری از موارد نظیر آنچه در مانورهای افقی هواپیما ها ، تانکر های حمل مایعات و موشکها روی می دهد ، ملاحظه می گردد .

با اینکه از سالها پیش بحث تحلیلی پدیده تلاطم در چنین مخازنی مطرح بوده ، اما همچنان بحثهای مختلفی در چگونگی استفاده از روابط تحلیلی موجود در شرایطی که با فرضیات اولیه به دست آمده و موارد واقعی صنعتی وجود دارد ، به عنوان یکی از این مسایل می توان به وجود لزجت سیال یا وجود ابزارهای متنوع و مختلف میرا کننده نوسان سیال در چنین مخازنی اشاره کرد ، که هندسه ساده اولیه و در نتیجه استفاده کامل از روابط تحلیلی موجود را مختل می نماید .

در این پروژه بر آن هستیم تا ضمن بیان روشهای تحلیلی که در شرایط خاص و مشخصی پاسخگوی تعدادی از موارد کاربرد صنعتی است ، راهکارهای دیگری را معرفی نماییم به طوریکه در

---

<sup>۷</sup> Lateral Sloshing

<sup>۸</sup> Rotary Sloshing

<sup>۹</sup> Vertical Sloshing

نهایت به یکی از روشهای آرایه شده موجود بتوان هر گونه تلاطمی را در مخزن با شکل کلی استوانه ای بررسی نمود ، لازم به ذکر است که با توجه به اهمیت مشخصه های مورد نظر در هر مساله روش مشخصی از اولویت برخوردار می باشد .

در این پروژه نتایج جمع آوری شده از آزمایشات مختلف با روشهای پیشنهادی مقایسه می گردد ، تا بتوان به صورت عینی نتایج حاصل را با عملکرد واقعی این پدیده مقایسه نمود .

## مروری بر فصلها :

در فصل دوم این پروژه به حل تحلیلی پدیده تلاطم در مخزن استوانه ای به شکلی کلی خواهیم پرداخت . این حل تحلیلی برای هندسه ای باشکل قطاعی از یک استوانه به صورت پارامتری مطرح می گردد ، به نوعی که پاسخگوی هر شکل قطاعی و یا حلقوی از هر مخزن استوانه ای شکلی باشد . در ان فصل به منظور قابلیت حل معادلات ناچار به استفاده از فرضیاتی هستیم . بنابر این هر چند که معادلات کلی حاصل تحلیل هر گونه مخزن استوانه ای کامل ، قطاع استوانه ای و یا حلقوی استوانه ای (به صورت دو استوانه متداخل در راستای یکدیگر) را ارایه می کند ، لیکن وجود این فرضیات ما را تنها محدود به استفاده از این روابط در حضور و یا نزدیکی شرایط قابل قبول شرایط مطرح شده می نماید .

در فصل سوم تمرکز خود را بر مخزن استوانه ای کامل (ایستاده و با شکل کامل استوانه-ای) متمرکز نموده ، با تکیه بر مطالعات انجام شده و روابطی که از منابع مختلف در بخش قبلی ارایه گردید به تحلیل و به دست آوردن روابط مرتبط با چنین هندسه مشخصی ، به صورت حل پارامتری اقدام نموده ایم . لازم به ذکر است که مراحل مربوط به حل معادلات از منبع دیگری اخذ نشده ، به عنوان یکی از فعالیتهای مورد نظر در این پروژه می باشد .

در این فصل نتایج حاصل از آزمایشها و موارد گزارش شده را با نتایج حاصل از حل تحلیلی روابط به دست آمده مقایسه نموده دقت این تحلیل را تحقیق می کنیم . در این بخش علاوه بر نتایجی که از روش تحلیلی به دست می آوریم ، روابط تجربی و معادلات مرتبطی را ، که در منابع معتبر ارایه شده اند ، نظیر روشهای کاربردی جلوگیری از تلاطم در مخازن استوانه ای ، به منظور کاربرد عملی، همچنین ملاحظاتی از مسایل مطرح در طراحی چنین ابزاری ، بیان می کنیم .

در فصل چهارم به شیوه مدلسازی یا شبیه سازی دینامیکی پرداخته ، روابط لازم را برای چنین تحلیلی به دست می آوریم ، در این قسمت نیز با اینکه مطالب مختلفی از منابع متنوع گردآوری شده است لیکن تحلیل انجام شده مربوط به فعالیتهای انجام گرفته در این پروژه بوده ، در

مراحل به دست آوردن معادلات در شبیه سازی دینامیکی هر کجا که از منابع دیگر استفاده گردیده به صورت مرجع مورد استفاده ذکر گردیده است . در این قسمت پارامترهای مطلوب را برای یک نمونه شبیه سازی شده از مخزن مشخص نیز به دست می آوریم .

در فصل پنجم به روشهای آزمایشگاهی و چگونگی انجام تستهای قابل قبول با در نظر گرفتن شرایط واقعی و همچنین نحوه ساخت نمونه های کوچک برای تحقیق مخازن با ابعاد واقعی خواهیم پرداخت . در ادامه این فصل نتایج کاربردی از آزمایشات مخازن استوانه ای را به منظور استفاده از تحقیقات انجام شده قبلی و استفاده از آن ها برای موارد مطلوب در این پروژه ارایه نموده ابعاد و مشخصات لازم برای تست مخزن معینی را به دست می آوریم و به بیان شرایط و تعمیم روابط برای نمونه اصلی می پردازیم .

در فصل پایانی (فصل ششم) به جمع بندی نتایج حاصل از بخشهای قبلی پرداخته ، مطالبی راجع به دقت و اهمیت روشهای مطرح در زمینه تلاطم ارایه می گردد .

## فصل دوم

در این فصل به حل تحلیلی پدیده تلاطم در مخزن استوانه ای به شکلی کلی خواهیم پرداخت. این حل تحلیلی برای هندسه ای باشکل قطاعی از یک استوانه به صورت پارامتری مطرح می گردد، به نوعی که پاسخگوی هر شکل قطاعی و یا حلقوی از هر مخزن استوانه ای شکلی باشد. در روش تحلیلی به منظور توانایی و نیز ساده سازی حل معادلات ناچار به استفاده از فرضیاتی هستیم که این فرضیات عبارتند از:

مخزن را صلب فرض کرده، سیال درون مخزن را غیر لزج، تراکم ناپذیر و همگن در نظر می گیریم، تغییر مکانها سرعتها و تغییر سطح آزاد سیال را کوچک و جریان را بدون چشمه و چاه و میدان جریان را غیر چرخشی فرض می کنیم.

حال هر یک از فرضهای فوق را مورد بررسی قرار می دهیم، به علت پیچیدگیهایی که در تحلیل مخازن الاستیک وجود دارد تحلیل حاضر را بر مخازن صلب متمرکز نموده ایم. در مورد مخازن بدون تیغه میرا کننده (که در ادامه به آنها اشاره خواهیم کرد) که ابعاد آنها نسبتاً بزرگ است، نیروهای ناشی از لزجت سیال در مقایسه با نیروهای دیگر کوچک بوده، می توان از آن صرف نظر نمود. این فرض در تمام نواحی به جز نواحی نزدیک به جداره مخزن معتبر می باشد. از طرفی برای سوختها و مایعاتی که مد نظر می باشد شرط تراکم ناپذیری عموماً معتبر است.

### اساس تئوری و تحلیل

در اینجا به راحتی می توان از مختصات دکارتی و یا استوانه ای استفاده نمود. سیستم مختصاتی باید در سطح آزاد مایع تحریک نشده طوری قرار گیرد که محورهای  $x, y$  آن بر روی سطح و محور  $z$  آن در جهت عمود بر سطح باشد. با استفاده از فرض بی چرخش بودن جریان می توان میدان سرعت را از گرادیان تابع پتانسیل - به صورت  $\Phi(x,y,z,t)$  - محاسبه کرد:

$$\vec{V} = \nabla \Phi \quad (2-1)$$

و یا به صورت مولفه های سرعت در مختصات دکارتی به صورت زیر نوشت :

$$u = \partial\Phi/\partial x \quad v = \partial\Phi/\partial y \quad w = \partial\Phi/\partial z \quad (2-2)$$

شکل برداری قانون دوم نیوتن در سیال غیر لزج برای حرکت ذرات آن نیز عبارت است از :

$$-\frac{1}{\rho} \nabla P + \vec{F}_B = d\vec{V}/dt \quad (2-3)$$

که در آن  $\rho$  چگالی سیال  $P$  فشار نرمال (عمود بر سطح) ،  $\vec{F}_B$  بردار نیروی بدنی و  $\vec{V}$  بردار سرعت می باشد . با توجه به رابطه دیفرانسیلی :

$$d()/dt = u \partial()/\partial x + v \partial()/\partial y + w \partial()/\partial z + \partial()/\partial t \quad (2-4)$$

می توان رابطه بالا را به صورت زیر نوشت :

$$\partial u/\partial t + u \partial u/\partial x + v \partial u/\partial y + w \partial u/\partial z = -\frac{1}{\rho} \partial P/\partial x$$

$$\partial v/\partial t + u \partial v/\partial x + v \partial v/\partial y + w \partial v/\partial z = -\frac{1}{\rho} \partial P/\partial y \quad (2-5)$$

$$\partial w/\partial t + u \partial w/\partial x + v \partial w/\partial y + w \partial w/\partial z = -\frac{1}{\rho} \partial P/\partial z + F_B$$

که در این رابطه فرض شده که تنها در میدان گرانشی نیروی بدنی<sup>۱</sup> حضور دارد . با توجه به برقراری پیوستگی سیال (اصل بقای جرم) و در نظر گرفتن فرض تراکم ناپذیری داریم :

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (2-6)$$

معادلات (۲-۵) و (۲-۶) با اعمال شرایط اولیه و مرزی مناسب برای به دست آوردن مقادیر اجزای سرعت  $u, v, w$  همچنین مقدار فشار  $P$  کافی می باشند .

با جایگزینی معادله (۲-۱) در معادله (۲-۶) ملاحظه می شود که  $\Phi$  بایستی معادله لاپلاس

را ارضا نماید :

$$\nabla^2 \Phi = \partial^2 \Phi/\partial x^2 + \partial^2 \Phi/\partial y^2 + \partial^2 \Phi/\partial z^2 \quad (2-7)$$

---

<sup>۱</sup> Body Force

که در رابطه بالا  $\nabla^2$  در مختصات کارتزین داده شده است .

با توجه به غیر چرخشی بودن جریان و ثابت بودن دانسیته از معادله حرکت (۲-۳) معادله

برنولی به دست می آید :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{\rho} P + gz = \text{const} \quad (2-8)$$

که میدان شتاب ، همان میدان گرانشی می باشد . بنابر این پتانسیل سرعت  $\Phi$  از رابطه (۲-۷) و شرایط مرزی مختص خود ، بردار سرعت از معادله (۲-۱) و توزیع فشار از رابطه (۲-۸) به دست می آید . جابجایی سطح آزاد مایع از رابطه (۲-۱۰) که در ادامه بحث می شود ، محاسبه می گردد . لازم به ذکر است که فشار در سطح آزاد مایع معمولاً صفر در نظر گرفته می شود . همچنین نیرو و گشتاورهای حاصل از تلاطم به وسیله انتگرال گیری از تابع توزیع فشار روی دیواره مخزن به دست می آید .

به منظور سادگی پتانسیل سرعت را به صورت مجموع تابع پتانسیل مخزن  $\phi_c$  و تابع

پتانسیل سرعت نسبی مایع به مخزن  $\phi_1$  در نظر می گیریم [۱] ، بنابر این :

$$\Phi = \phi_c + \phi_1$$

در نتیجه در هنگام ثابت بودن مخزن  $\phi_c = \text{const}$  و در هنگام متحرک بودن مخزن ،  $\phi_c$  را از رابطه زیر محاسبه می کنیم :

$$\nabla \phi_c = \vec{V}_{\text{مخزن}}$$

که در رابطه بالا می توان ثابت انتگرالگیری را برابر صفر قرار داد تا در  $\phi_1$  جذب گردد . تابع پتانسیل  $\phi_c$  مستقل از هندسه مخزن می باشد و با توجه به حرکت انتقالی ، چرخشی و گامی مخزن به دست می آید .

در دیواره های مخزن می توان نوشت :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = v_n \quad (2-9)$$

که  $\frac{\partial \Phi}{\partial n}$  به تغییرات در راستای عمود بر سطح بدنه صلب که با سیال در تماس است ، اشاره دارد و  $v_n$  سرعت مشترک سیال و سطح مرزی در جهت عمود بر سطح می باشد . با اعمال قانون برنولی و

شرایط باقی ماندن ذرات سیال بر سطح و خطی کردن نتایج ، معادله مبین سطح آزاد به دست می- آید :

$$\partial\Phi/\partial t + g\chi = -1/\rho P.$$

$$\partial\delta/\partial t - \partial\Phi/\partial z = 0 \quad (2-10)$$

که  $z=\delta(x,y,t)$  معادله سطح آزاد و  $P.(x,y,t)$  فشار سطحی است . با حذف  $\delta$  بین دو رابطه فوق یک معادله برای  $\Phi$  به دست می آید :

$$\partial^2\Phi/\partial t^2 + g\partial\Phi/\partial z = -1/\rho \partial P./\partial t \quad (2-11-1)$$

در بسیاری از موارد فشار ثابت فرض می شود در نتیجه :

$$\partial^2\Phi/\partial t^2 + g\partial\Phi/\partial z = 0 \quad (2-11-2)$$

در حرکت گامی<sup>۲</sup> یک وسیله شتابدار [۱] شرط مرزی به شکل زیر در می آید :

$$\rho\partial^2\phi_1/\partial t^2 + \rho A_r\partial\phi_1/\partial z + \rho A_r x\partial\theta_y/\partial t - \rho A_r y\partial\theta_x/\partial t = 0 \quad (2-12)$$

که  $\theta_x$  و  $\theta_y$  زوایای چرخش حول محورهای  $x$  ,  $y$  می باشند ،  $A$  شتاب کل در جهت  $z$  و  $A=A_r+g$  که در آن  $A_r$  شتاب افزوده شده به شتاب گرانشی (مانند نیروی تراست) در راستای  $z$  می باشد .

مساله مقدار مرزی فوق را می توان از روش کلاسیک جداسازی متغیرها و اطلاعات بسیاری

که از رفتار مایع در مخازن مختلف داریم به دست بیاوریم . علاوه بر روش جداسازی متغیرها

چندین روش دیگر نیز برای تحلیل پدیده تلاطم عرضی در مخازن به کار برده شده است . به طور

مثال می توان تابع پتانسیل سرعت را به صورت تقریبی از روش ریلی ریتس<sup>۳</sup> به دست آورد ، لازم

به ذکر است که این روش در مسایل تلاطم کاربرد وسیعی دارد [۲-۵] .

از کارهای دیگر در این زمینه ، می توان به فعالیتهای تروچ<sup>۴</sup> [۶] و ارلیک<sup>۵</sup> [۸] اشاره کرد ،

که تروچ فرکانس طبیعی و نتایج دیگر را برای مخازنی با شکل هندسی متفاوت محاسبه نمود

---

<sup>۲</sup> Pitching Motion

<sup>۳</sup> Rayleigh-Ritz

<sup>۴</sup> Troesch

، ارلیک نیز با استفاده از روش تفاضل محدود تحقیقاتی برای یافتن فرکانس اصلی در مخازن متقارن محوری با کف (سطح زیرین) دلخواه، انجام داد.

### مخزن استوانه ای دایره ای :

در این بخش تمرکز اصلی خود را بر روی مخازن استوانه ای ایستاده با سطح مقطع دایره ای قرار می دهیم زیرا علاوه بر اهمیت این شکل هندسی خاص موضوع تعریف شده برای انجام این پروژه نیز مخزن استوانه ای با چنین شکلی می باشد. محاسبات مربوط به تلاطم عرضی مایع در چنین هندسه ای، با استفاده از دیوارهای شعاعی یا تیغه های هم مرکز از روشهای معمول می- باشد، به طوری که هندسه ساده اولیه مخزن را به مقاطعی با شکل پیچیده تبدیل می سازد. نکته قابل توجه آن که راه حل مساله ارتعاش در آب کم عمق در مخازن حلقوی به صورت قطاع دایره توسط لمب<sup>۶</sup> [۱۱] پیشنهاد شده، فرکانس طبیعی برای این گونه ارتعاش توسط ریلی<sup>۷</sup> [۱۲] به دست آمده است. نکته قابل ذکر در اینجا آن است که اهمیت عمق یا ارتفاع مایع در مخزن از آن جا است که در مخازن برای نسبت عمق به قطر مخزنی بزرگتر از واحد ( $h/d > 1$ ) فرکانس طبیعی مایع را می توان مستقل از عمق مایع دانست<sup>۸</sup>.

### مخزن حلقوی با سطح مقطع قطاع دایره :

این شکل از مخزن علاوه بر این که از لحاظ کاربرد مورد توجه می باشد، این ویژگی را نیز دارا است، که با تحلیل تلاطم مایع داخل آنها می توان رفتار مایع در هر گونه مخزن استوانه ای با تقسیمات شعاعی و دایره ای را با انتخاب صحیح متغیرهای هندسی پیش بینی نمود. در ادامه برای

---

<sup>۵</sup> Ehrlich

<sup>۶</sup> Lamb

<sup>۷</sup> Rayleigh

<sup>۸</sup> به این مساله در فصل چهارم خواهیم پرداخت و از این نکته برای تجزیه جرم سیال به دو بخش متحرک و ساکن استفاده می کنیم. لازم به ذکر است که در تغییرات هر یک از مودهای تلاطم بر حسب تغییر ارتفاع سیال این نکته به خوبی ملاحظه می گردد.

مرور ، ابتدا رویه ای را برای یافتن فرکانس طبیعی و حل معادلات تلاطم عرضی مایع ، درون مخزن حلقوی<sup>۹</sup> بررسی می کنیم . سپس نتایج حاصل از حرکات دیگر مخزن را با توجه به مراجع [۱۴و۱۵و۱۶] به دست می آوریم . نکته مهم این که نتایج به دست آمده تنها برای یک مخزن حلقوی قطاعی معتبر می باشد ، بنابر این برای استفاده در مخازن استوانه ای تقسیم بندی شده (به صورت اتاقک هایی با سطح مقطع قطاعی از دایره یا دوار متحد المركز) می بایست با برهم نهی آثار هر یک از قسمتها بر قسمتهای دیگر ، نتایج مطلوب را به دست آوریم . به عنوان مثال نتایج حاصل از هشت قسمت رینگی شکل با زاویه راس ۴۵ درجه ، که مخزنی استوانه ای شکل را ایجاد می کنند ، برای کل نیروی اعمالی در جهت x در نمودار شکل (۵-۲) آورده شده است .

## ارتعاش آزاد

شکل مخزن و محورهای مختصات در شکل ۱-۲ مشخص شده است . میدان جریان مایع در مخزنی استوانه ای با سطح مقطعی به صورت قطاعی از دایره با زاویه راس  $2\pi\alpha$ ، از رابطه  $\nabla^2 \phi_1 = 0$  و با اعمال شرایط مرزی :

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial z} = 0 \quad \text{در کف مخزن } z = -h \quad (۲-۱۳-۱)$$

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial r} = 0 \quad \text{در دیواره دایره ای مخزن } r = a, b \quad (۲-۱۳-۲)$$

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \phi_1}{\partial \varphi} = 0 \quad \text{در دیواره های قطاع } \varphi = 0, 2\pi\alpha \quad (۲-۱۳-۳)$$

$$\frac{\partial^2 \phi_1}{\partial t^2} + g \cdot \frac{\partial \phi_1}{\partial z} = 0 \quad \text{در سطح آزاد } z = 0 \quad (۲-۱۳-۴)$$

حاصل می گردد .

با فرض اینکه تابع پتانسیل به صورت حاصل ضرب توابع زیر تعریف گردد :

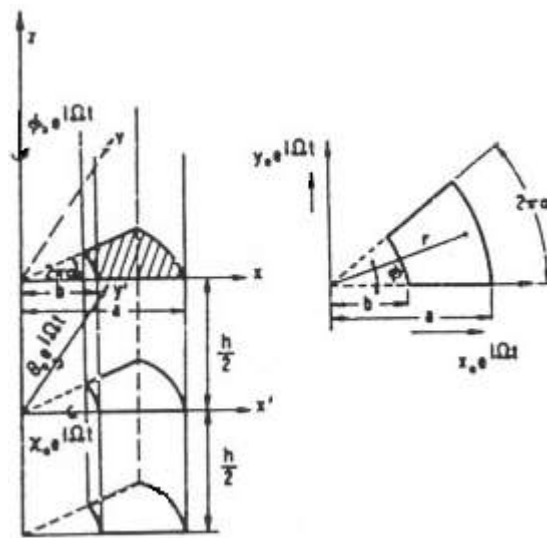
$$\phi_1(r, \varphi, z, t) = e^{i\omega t} R(r) G(\varphi) Z(z)$$

$\phi_1$  را در معادله لاپلاس جایگذاری کرده ، داریم :

<sup>۹</sup> Ring Sector

$$\phi_1 = e^{i\omega t} \{C_1 \cos v\varphi + C_2 \sin v\varphi\} \{C_3 \cosh \lambda z + C_4 \sinh \lambda z\} \{C_5 J_\nu(\lambda r) + C_6 Y_\nu(\lambda r)\} + \{C_7 z + C_8\} \{C_9 r^\nu + C_{10} r^{-\nu}\} \quad (2-14-1)$$

که در رابطه بالا  $\nu$  و  $\lambda$  مقادیر ثابت بوده،  $J_\nu(\lambda r)$  و  $Y_\nu(\lambda r)$  تابع بسل نوع اول و دوم از مرتبه  $\nu$  می باشند. در انتخاب مقادیر ثابت جداسازی متغیرهای  $\nu$  و  $\lambda$  و علامت آنها باید دقت نمود تا نتایج حاصل از حل ریاضی مساله به خوبی مساله فیزیکی را بیان نموده به جواب مورد نظر و صحیح آن منتهی گردد.



شکل ۲-۱. سیستم مختصات و هندسه مخزن برای بررسی مقطع رینگ

تابع پتانسیل سرعتی که در شرایط مرزی دیواره مخزن صدق نماید عبارت است از:

$$\phi_1(r, \varphi, z, t) = \sum_m \sum_n A_{mn} e^{i\omega_{mn} t} \cos\left(\frac{nt}{\nu a}\right) \frac{\cosh\left[\xi_{mn} \left(\frac{z}{a} + \frac{h}{a}\right)\right]}{\cosh\left[\xi_{mn} \frac{h}{a}\right]} C_{m/\nu a}\left(\xi_{mn} \frac{r}{a}\right) \quad (2-14-2)$$

که در رابطه بالا:

$$C_{m/\nu a}\left(\xi_{mn} \frac{r}{a}\right) = C(\sigma) = J_{m/\nu a}(\sigma) Y'_{m/\nu a}(\xi_{mn}) - J'_{m/\nu a}(\xi_{mn}) Y_{m/\nu a}(\sigma) \quad (2-14-3)$$

که  $\sigma = \xi_{mn} \frac{r}{a}$  و مقدار  $\xi_{mn}$  برابر ریشه های مثبت معادله زیر است:

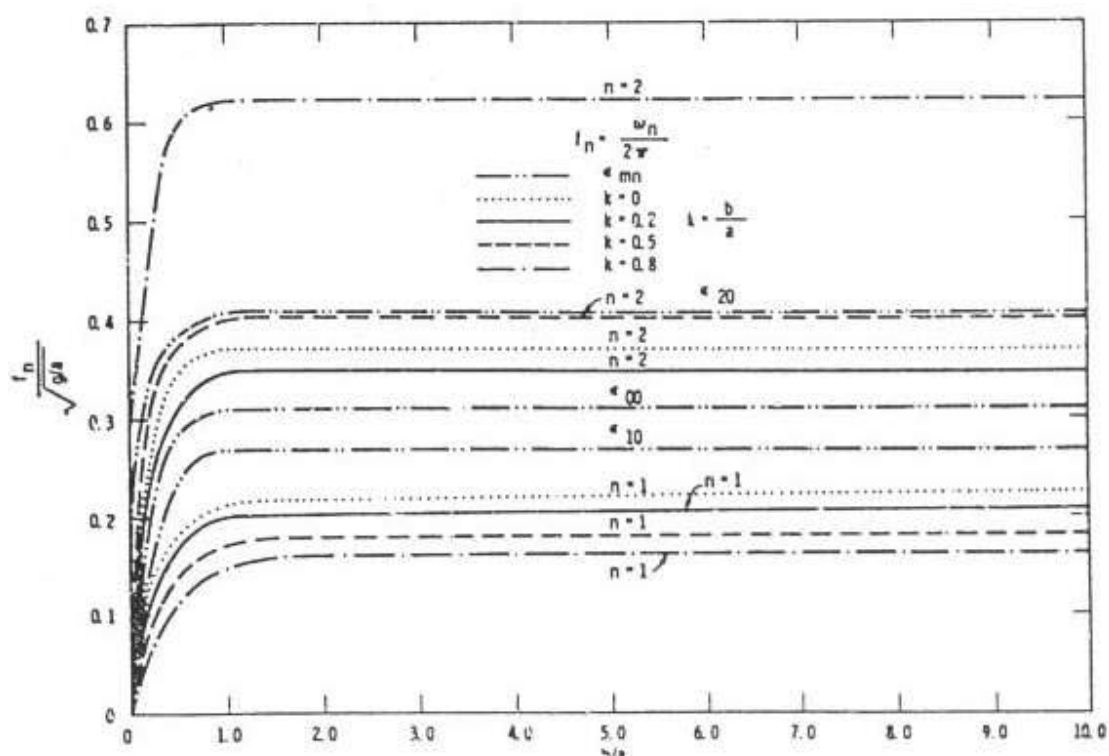
$$J'_{m/\nu a}(\xi) Y'_{m/\nu a}(k\xi) - J'_{m/\nu a}(k\xi) Y'_{m/\nu a}(\xi) = 0 \quad (2-14-4)$$

و  $k=b/a$  نسبت قطر داخلی به قطر خارجی مخزن است. مقادیر مجهول  $A_{mn}$  را نیز می توان از شرایط اولیه به دست آورد. رابطه مقادیر ویژه مایع را می توان از شرایط سطح آزاد مایع که در معادله (۴-۱۳-۲) آمده، به دست آورد.

$$\omega_{mn}^2 = \omega^2 = g/a \tanh(\zeta_{mn} h/a) \quad m,n=1,2,3,\dots$$

با توجه به رابطه اخیر و همان گونه که بعداً شرح خواهیم داد، ملاحظه می شود که فرکانس مایع با افزایش ارتفاع کاهش و با افزایش شعاع افزایش می یابد. همان گونه که در نمودارهای فرکانس طبیعی دیده می شود، برای مقادیر بزرگ  $h/a$  (ارتفاع به شعاع) می توان رابطه فرکانس را با رابطه زیر تقریب زد:

$$\omega^2 = g/a \zeta_{mn} \quad (۲-۱۵)$$



شکل ۲-۲. فرکانس طبیعی بر حسب تغییر ارتفاع نسبی سیال ( $h/a$ )، (ارتفاع به شعاع مخزن) برای چند سطح

مقطع مختلف قطاعی شکل

برای تحریک اجباری  $x = X_0 e^{i\Omega t}$  که عمود بر دیواره مخزن (شکل ۲-۱ را ببینید) وارد می شود.

شرایط مرزی عبارتند از : (۲-۱۶)

$$\frac{\partial \Phi}{\partial r} = i\Omega x e^{i\Omega t} \cos \varphi \quad r = a, b \quad \text{بر روی دیواره دایره ای مخزن}$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad z = -h \quad \text{در کف مخزن}$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} = 0 \quad \varphi = 0 \quad \text{در دیواره قطاع}$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} = i\Omega x_0 e^{i\Omega t} \sin 2\pi\alpha \quad \varphi = 2\pi\alpha \quad \text{در دیواره قطاع}$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0 \quad z = 0 \quad \text{در سطح آزاد مایع}$$

با استخراج معادله حرکت مخزن می توان  $\Phi$  را به صورت زیر نوشت :

$$\Phi = \{\phi_1 + i\Omega x_0 r \cos \varphi\} e^{i\Omega t}$$

در نتیجه شرایط مرزی برای پتانسیل سیال متلاطم که بر روی دیواره های مخزن به طور یکنواخت

پخش شده است ، به صورت زیر بدست می آید : (۲-۱۷)

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial r} = 0 \quad \text{برای } r = a, b$$

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial z} = 0 \quad \text{برای } z = -h$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial \phi_1}{\partial \varphi} = 0 \quad \text{برای } \varphi = 0, 2\pi\alpha$$

$$g \frac{\partial \phi_1}{\partial t} - \Omega^2 \phi_1 = i\Omega^2 x_0 r \cos \varphi \quad \text{برای } z = 0$$

تابع پتانسیل سیال متلاطم  $\phi_1(r, \varphi, z)$  که معادله لاپلاس را ارضاء کند همانند رابطه (۲-۱۴-۲)

می باشد . با حذف سری دو گانه  $1^{\circ}$  و خلاصه سازی داریم :

$$\bar{\varphi} = \frac{m}{2\alpha} \varphi, \zeta = \zeta_{mn} \frac{z}{a}, \sigma = \zeta_{mn} \frac{r}{a}, K = \zeta_{mn} \frac{h}{a}$$

---

$1^{\circ}$  double summation

و تابع پتانسیل اغتشاش سیال متلاطم بصورت :

$$\phi(r, \varphi, z) = A \cos \varphi C(\sigma) \frac{\cosh(K + \zeta)}{\cosh K}$$

برای تعیین ضریب مجهول  $A_{mn}$  ، از شرایط سطح آزاد مایع ، سمت راست معادله شرایط مرزی را باید به صورت سریهایی شامل سری فوریه  $\cos \varphi$  تبدیل کنیم.

$$\cos \varphi = \sum_{m=0}^{\infty} a_m \cos \bar{\varphi} \quad (2-18-1)$$

$$a_0 = \frac{\sin \bar{\alpha}}{\bar{\alpha}}, a_m = \frac{(-1)^{m+1} \sin \bar{\alpha}}{(m^2 \pi^2 - \bar{\alpha}^2)} \quad \text{که}$$

$$\bar{\alpha} = 2\pi\alpha$$

تابع  $r$  به صورت سری بسط زیر تعریف می شود:

$$r = \sum_{n=0}^{\infty} b_{mn} C(\sigma) \quad , \quad b_{mn} = \frac{a \int_{K\zeta_{mn}}^{\zeta_{mn}} \sigma^2 C(\sigma) d\sigma}{\zeta_{mn} \int_{K\zeta_{mn}}^{\zeta_{mn}} \sigma C^2(\sigma) d\sigma} = \frac{2aN_2(\zeta_{mn})}{\left[ \frac{4}{\pi^2 \zeta_{mn}^2} k^2 C^2(k\zeta_{mn}) \right] \frac{m^2}{4\alpha^2 \zeta_{mn}^2} \left[ \frac{4}{\pi^2 \zeta_{mn}^2} C^2(k\zeta_{mn}) \right]} \quad (2-18-2)$$

ضریب  $A_{mn}$  به صورت زیر تعریف می شود :

$$A_{mn} = \frac{i\Omega a_m b_{mn} x \cdot \eta^2}{(1 - \eta^2)} \quad (2-18-3)$$

که  $\eta = \frac{\Omega}{\omega_n}$  نسبت فرکانس تحریک به فرکانس طبیعی است. در نتیجه تابع پتانسیل سرعت برای

حرکت انتقالی مخزن تحریک شده در جهت محور  $x$  بدست می آید:

$$\Phi(r, \varphi, z, t) = i\Omega x \cdot e^{i\Omega t} \left\{ r \cos \varphi + \frac{a_m b_{mn} C(\sigma) \eta^2 \cosh(K + \zeta)}{(1 - \eta^2) \cosh K} \cos \bar{\varphi} \right\} \quad (2-19)$$

نکته مهم این که قسمت اول رابطه (۲-۱۹) شرایط مرزی را بر روی دیواره مخزن ارضاء می کند (تابع پتانسیل جسم صلب) در صورتی که قسمت دوم بر روی دیواره صفر خواهد شد (پتانسیل اغتشاش) . رفتار سطح آزاد مایع نیز به وسیله هر دو قسمت رابطه فوق توصیف می شود. با دیفرانسیل گیری وانتهگرال گیری از تابع پتانسیل فوق نسبت به زمان و سیستم مختصات فضایی می توان مقادیر جابجائی سطح آزاد، توزیع فشار، سرعت ، نیروها و ممانهای مایع در حال تلاطم را تعیین کرد.

جابجائی سطح آزاد مایع در حال تلاطم ، که از نقطه تحریک نشده<sup>۱۱</sup> مایع اندازه گیری می شود، را می توان از رابطه (۲-۱۰) با قرار دادن  $P_a = 0$  به صورت زیر محاسبه کرد:

$$\delta = \frac{\Omega^{\vee}}{g} x . e^{i\Omega t} \left\{ r \cos \varphi + \frac{a_m b_{mn} C(\sigma) \eta^{\vee}}{(1 - \eta^{\vee})} \cos \bar{\varphi} \right\} \quad (2-20)$$

و فشار در عمق (-z) با استفاده از رابطه (۲-۸) به صورت زیر تعریف می گردد:

$$P = -\rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} - \rho g z = \rho \Omega^{\vee} x . e^{i\Omega t} \left[ r \cos \varphi + \frac{a_m b_{mn} \eta^{\vee} \text{Cosh}(K + \zeta) C(\sigma) \cos \varphi}{(1 - \eta^{\vee}) \text{Cosh} K} \right] - \rho g z \quad (2-21)$$

در دیواره بیرونی مخزن که  $r=a$  است تابع  $C(\sigma) = C(\zeta_{mn})$  و در دیواره درونی مخزن که  $r=b$  است تابع  $C(\sigma) = C(k \zeta_{mn})$  . در دیواره های قطاع  $\varphi = 0, \alpha$  ، فرض می شود که کسینوس مقادیر فوق برابر ۱ و  $(-1)^m$  باشد. برای یافتن توزیع فشار در کف مخزن نیز در رابطه (۲-۲۱) ،  $(\zeta = -K)$  را جایگذاری می کنیم. با انتگرال گیری از رابطه توزیع فشار بر روی سطوح مخزن می توان ، مؤلفه های بردار نیرو و ممان را بدست آورد . مؤلفه x بردار نیرو را می توان به صورت زیر نوشت :

$$F_x = \int_b^a \int_h^{\bar{z}} (aP_a - bP_b) \cos \varphi d\varphi dz - \int_b^a \int_h^{\bar{z}} P_{\varphi=\alpha} \sin \alpha dr dz \quad (2-22)$$

در رابطه فوق انتگرالهای اول و دوم به ترتیب نشانگر نیروی حاصل از فشار مایع متلاطم بر روی دیواره دایره ای و دیواره های قطاع مخزن می باشند. با قرار دادن جرم مایع برابر :

<sup>۱۱</sup> undistributed

$$M_F = \rho \pi a^\gamma h \alpha (\gamma - k^\gamma)$$

داریم :

$$F_x = M_f \Omega^\gamma x . e^{i\Omega t} [\gamma + \frac{(-\gamma)^{m+1} a_m b_{mn} \text{Sin} \bar{\alpha} \eta^\gamma \tanh K}{\bar{\alpha} a (\gamma - k^\gamma) (\gamma - \eta^\gamma) K} \times \{N.(\zeta_{mn}) + \frac{\bar{\alpha}^\gamma}{\pi^\gamma m^\gamma - \bar{\alpha}^\gamma} [\frac{\gamma}{\pi \zeta_{mn}} - kC(k\zeta_{mn})]\}] \quad (2-23)$$

مؤلفه  $y$  بردار نیرو نیز به صورت زیر بدست می آید:

$$F_y = \int_{-\bar{\alpha}}^{\bar{\alpha}} \int_h (aP_a - bP_b) \text{Sin} \varphi d\varphi dz + \int_b^a \int_{-\alpha}^{\alpha} P_{\varphi=\alpha} \text{Cos} \bar{\alpha} dr dz - \int_b^a \int_{-\alpha}^{\alpha} P_{\varphi=-\alpha} \bar{\alpha} dr dz \quad (2-24)$$

که در نهایت رابطه زیر حاصل می شود:

$$F_y = -\gamma M_f \Omega^\gamma x . e^{i\Omega t} \frac{a_m b_{mn} \eta^\gamma [\gamma - (-\gamma)^{m+1} \text{Cos} \bar{\alpha}] \tanh K}{-\bar{\alpha} a (\gamma - k^\gamma) (\gamma - \eta^\gamma) K} \times \{N.(\zeta_{mn}) + \frac{\bar{\alpha}^\gamma}{\pi^\gamma m^\gamma - \bar{\alpha}^\gamma} [\frac{\gamma}{\pi \zeta_{mn}} - kC(k\zeta_{mn})]\}] \quad (2-25)$$

که :

$$N.(\zeta_{mn}) = \frac{1}{\zeta_{mn}} \int_{\zeta_{mn}}^{\zeta_{mn}^{mn}} C(\sigma) d\sigma$$

لازم به ذکر است که عبارت  $M_F \Omega^\gamma x . e^{i\Omega t}$  در رابطه (2-22-1) بیانگر نیروی اینرسی مایع در

حال تلاطم است (نیروئی است که در اثر حرکت ماده جامد هم حجم با مایع متلاطم ظاهر می-

شود). ممان مایع  $M_y, M_x$  نسبت به نقطه  $P(0, 0, -\frac{h}{\gamma})$  نیز به صورت زیر محاسبه می گردند :

$$M_x = - \int_{-\bar{\alpha}}^{\bar{\alpha}} \int_h (aP_a - bP_b) (h/\gamma + z) \text{Sin} \varphi d\varphi dz - \int_b^a \int_{-\alpha}^{\alpha} P_{z=-h} r^\gamma \text{Sin} \varphi d\varphi dr + \int_b^a \int_h P_{\varphi=0} (h/\gamma + z) dr dz - \int_b^a \int_{-\alpha}^{\alpha} P_{\varphi=0} (h/\gamma + z) \text{Cos} \bar{\alpha} dr dz \quad (2-26), (2-27)$$

$$M_y =$$

$$\int_{\bar{h}}^{\bar{\alpha}} \int_h (aP_a - bP_b)(h/\bar{r} + z) \cos \varphi d\varphi dz + \int_{\bar{\alpha}}^{\bar{a}} \int_b P_{z=-h} r^\nu \cos \varphi d\varphi dr - \int_b \int_h P_{\varphi=\alpha} \sin \alpha (h/\bar{r} + z) dr dz$$

لازم به ذکر است که  $M_y$  ممان حول محوری است که از نقطه  $\left(0, 0, -\frac{h}{\bar{r}}\right)$  عبور کرده و با محور  $y$

موازی است و  $M_x$  ممان حول محوری است که از همان نقطه عبور کرده و موازی محور  $x$  است.

در نتیجه مقادیر  $M_x$  و  $M_y$  را می توان از رابطه زیر محاسبه کرد:

$$M_x = -M_F \Omega^\nu ax. e^{i\Omega t} \left[ \frac{(1+k^\nu) \sin^\nu \bar{\alpha}}{\bar{r} h/a \bar{\alpha}} - \frac{1}{\bar{\alpha}} \times \frac{a_m b_{mn} [1 - (-1)^m \cos \bar{\alpha}] \eta^\nu}{(1-\eta^\nu)(1-k^\nu) \zeta_{mn} \alpha} \right] \times$$

$$\left\{ \left[ \tanh K + \frac{\bar{r}}{K} \left( \frac{1}{\cosh K} - 1 \right) \right] \left[ N_\nu(\zeta_{mn}) + \frac{\bar{\alpha}^\nu}{(\pi^\nu m^\nu - \bar{\alpha}^\nu)} \times \left[ \frac{\bar{r}}{\pi \zeta_{mn}} - kC(k\zeta_{mn}) \right] \right] + \right.$$

$$\left. \frac{\bar{r} \bar{\alpha}^\nu \zeta_{mn}^\nu N_\nu(\zeta_{mn})}{(\pi^\nu m^\nu - \bar{\alpha}^\nu) K \cosh K} \right\} \left] - \frac{\nu M_F g_a}{\bar{r}} \left( \frac{1-k^\nu}{1-k^\nu} \right) \left( \frac{1 - \cos \bar{\alpha}}{\bar{\alpha}} \right)$$

(۲-۲۸), (۲-۲۹)

$$M_y = M_F \Omega^\nu ax. e^{i\Omega t} \left[ \frac{1+k^\nu}{\bar{r} h/a} \left( 1 + \frac{\sin \bar{\alpha} \cos \bar{\alpha}}{\bar{\alpha}} \right) + \left( \frac{\sin \bar{\alpha}}{\bar{\alpha}} \times \frac{(-1)^{m+1} a_m b_{mn} \eta^\nu}{\alpha (1-\eta^\nu)(1-k^\nu) \zeta_{mn}} \right) \right]$$

$$\left\{ \left[ \tanh K + \frac{\bar{r}}{K} \left( \frac{1}{\cosh K} - 1 \right) \right] \left[ N_\nu(\zeta_{mn}) + \frac{\bar{\alpha}^\nu}{(\pi^\nu m^\nu - \bar{\alpha}^\nu)} \times \left[ \frac{\bar{r}}{\pi \zeta_{mn}} - kC(k\zeta_{mn}) \right] \right] + \right.$$

$$\left. \frac{\bar{r} \bar{\alpha}^\nu \zeta_{mn}^\nu N_\nu(\zeta_{mn})}{(\pi^\nu m^\nu - \bar{\alpha}^\nu) K \cosh K} \right\} \left] + \frac{\nu M_F g_a}{\bar{r}} \times \left( \frac{1-k^\nu}{1-k^\nu} \right) \frac{\sin \bar{\alpha}}{\bar{\alpha}}$$

$$N_\nu(\zeta_{mn}) = \frac{1}{\zeta_{mn}^\nu} \int_{k\zeta_{mn}}^{\zeta_{mn}} \sigma^\nu C(\sigma) d\sigma \quad \text{که :}$$

مولفه های سرعت در راستای شعاعی ، زاویه ای و محوری را می توان به صورت زیر بیان کرد

$$U_r = \frac{\partial \Phi}{\partial r} = -i\Omega x \cdot e^{i\Omega t} \left[ \cos \varphi + \frac{a_m b_{mn} \eta^{\nu} \zeta_{mn} \text{Cosh}(K + \zeta)}{(\nu - \eta^{\nu}) a \cosh K} \times C'(\delta) \text{Cos} \bar{\varphi} \right]$$

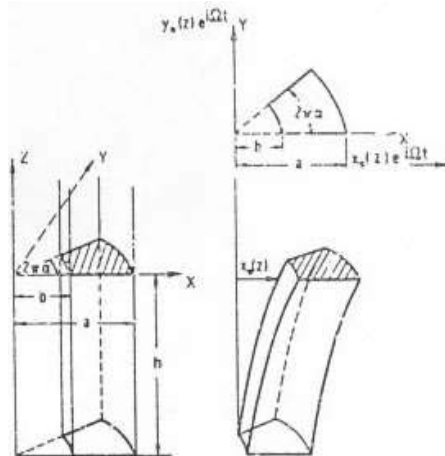
$$U_{\varphi} = \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} = -i\Omega x \cdot e^{i\Omega t} \left[ \sin \varphi + \frac{a_m b_{mn} \eta^{\nu} (m/\nu \alpha) \cosh(K + \zeta)}{r(\nu - \eta^{\nu}) \cosh K} \times C(\sigma) \sin \bar{\varphi} \right] :$$

$$W = \frac{\partial \Phi}{\partial z} = i\Omega x \cdot e^{i\Omega t} \frac{a_m b_{mn} \eta^{\nu} \zeta_{mn} \sinh(K + \zeta)}{a(\nu - \eta^{\nu}) \cosh K} C(\sigma) \cos \bar{\varphi}$$

توزیع سرعت در مخزن با حذف اولین عبارت داخل آکولاد حاصل می شود که این عبارت برای  $\text{Cos} \varphi, U_r$  و برای  $\sin \varphi, U_{\varphi}$  می باشد.

نتایج حاصل از حرکت مخزن به صورت  $y = y \cdot e^{i\Omega t}$  ، همچنین رفتار مایع بر اثر حرکت گردشی و پیچ<sup>۱۲</sup> و حرکت در اثر خمش مخزن به وسیله روابط ارائه شده در مرجع [۱] توصیف می شود .

بائور ( مرجع [۱۶] و [۱۷] ) مسأله تلاطم مایع داخل مخزن را برای حالتی که دیواره های مخزن دچار خمش تعیین شده قرار گیرند، حل کرده است . در این حالت دیواره ها حرکتی به صورت  $x(z) \cdot e^{i\Omega t}$  یا  $y(z) \cdot e^{i\Omega t}$  (شکل ۲-۳ را ببینید) خواهند داشت . او روابطی برای محاسبه پتانسیل سرعت ، فشار ، جابجائی سطح آزاد ، نیرو ، ممان (توزیع سرعت بدست آورد که در ادامه مورد بررسی قرار می گیرند [۱] .



شکل ۲-۳ . هندسه و مختصات سیستم برای تحریک خمشی مخزن

<sup>۱۲</sup> rolling , pitching

در این حالت تابع پتانسیل سرعت (عبارت بالای براکت مربوط به  $x.e^{i\Omega t}$  و عبارت پائین براکت مربوط به  $y.e^{i\Omega t}$  می باشد) عبارتست از :

$$\Phi(r, \varphi, z, t) = e^{i\Omega t} \left[ \begin{matrix} i\Omega x_o(z)r \cos \varphi \\ i\Omega y_o(z)r \cos \varphi \end{matrix} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} A_{mn}(z) C_{m/\alpha} \left( \zeta_{mn} \frac{r}{a} \right) \cos \left( \frac{m}{\sqrt{\alpha}} \varphi \right) \right] \quad (2-30)$$

که

$$A_{mn}(Z) = \frac{i\Omega a b_{mn} \begin{Bmatrix} a_m \\ c_m \end{Bmatrix} \eta^{\nu}}{\zeta_{mn} \cosh \left( \zeta_{mn} \frac{h}{a} \right) (1 - \eta^{\nu})} \left[ \sinh \left( \zeta_{mn} \frac{z}{a} \right) + \frac{\zeta_{mn} g}{a \Omega^{\nu}} \cosh \left( \zeta_{mn} \frac{z}{a} \right) \right] \left[ \begin{matrix} x'(-h) \\ y'(-h) \end{matrix} \right] + \int_h^z \begin{Bmatrix} x''(\zeta) \\ y''(\zeta) \end{Bmatrix} \cosh \left[ \zeta_{mn} \times \left( \frac{\zeta}{a} + \frac{h}{a} \right) \right] d\zeta + \cosh \left[ \zeta_{mn} \left( \frac{z}{a} + \frac{h}{a} \right) \right] \left[ \begin{matrix} x''(\zeta) \\ y''(\zeta) \end{matrix} \right] \times \left[ \begin{matrix} x_o(\cdot) - \frac{g}{\Omega^{\nu}} x'_o(\cdot) \\ y_o(\cdot) - \frac{g}{\Omega^{\nu}} y'_o(\cdot) \end{matrix} \right]$$

در رابطه فوق علامت پریم (') نشان دهنده مشتق تابع نسبت به Z می باشد. جابجائی سطح مایع که از سطح آزاد مایع تحریک نشده محاسبه می شود عبارتست از :

$$\delta = \frac{\Omega^{\nu}}{g} e^{i\Omega t} \left[ \begin{matrix} x_o(\cdot)r \cos \varphi \\ y_o(\cdot)r \sin \varphi \end{matrix} \right] + \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} A_{mn}(\cdot) C_{m/\alpha} \left( \zeta_{mn} \frac{r}{a} \right) \cos \left( \frac{m}{\sqrt{\alpha}} \varphi \right) \quad (2-31)$$

فشار در عمق (-z) به صورت زیر تعیین می گردد:

$$P = -\rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} - g \alpha = \rho \Omega^{\nu} e^{i\Omega t} \left[ \begin{matrix} x_o(z)r \cos \varphi \\ y_o(z)r \sin \varphi \end{matrix} \right] + \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} A_{mn}(z) C_{m/\alpha} \left( \zeta_{mn} \frac{r}{a} \right) \cos \left( \frac{m}{\sqrt{\alpha}} \varphi \right) - \rho g z \quad (2-32)$$

مؤلفه های نیروی مایع در جهت های x و y همانطور که قبلاً بحث شد به صورت زیر بدست می آیند .

$$\begin{aligned}
F_x &= M_F \Omega^\nu e^{i\Omega t} \left[ \frac{1}{h} \int_{-h}^0 x(z) dz \right] + \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{mn} \text{Sin}^\nu \pi \alpha}{(\Omega \pi \text{Cosh}(\cdot - k^\nu))} \times \\
&\int_{-h}^0 A_{mn}(z) dz \times \left( \frac{\nu \alpha^\nu}{m^\nu - \nu \alpha^\nu} \left[ \frac{\nu}{\pi \zeta_{mn}} - k C_{m/\nu \alpha} (k \zeta_{mn}) \right] + N_\nu(\zeta_{mn}) \right) \\
F_y &= M_F \Omega^\nu e^{i\Omega t} \left[ \frac{1}{h} \int_{-h}^0 y(z) dz \right] + \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{i [1 - (-1)^m \text{Cos}^\nu \pi \alpha]}{\nu \pi \alpha h (\cdot - K^\nu)} \times \\
&\int_{-h}^0 A_{mn}(z) dz \times \left( \frac{\nu \alpha^\nu}{(m^\nu - \nu \alpha^\nu)} \left[ \frac{\nu}{\pi \zeta_{mn}} - k C_{m/\nu \alpha} (k \zeta_{mn}) \right] + N_\nu(\zeta_{mn}) \right) \quad (2-33)
\end{aligned}$$

عبارت  $\frac{M_F}{h} \Omega^\nu e^{i\Omega t} \int_{-h}^0 x(z) dz$  قبل از سوی دوگانه در معادله  $F_x$  نشان دهنده نیروی اینرسی است. که با جرم جسم صلبی معادل با سیال مورد نظر ایجاد می گردد. همانند بخش قبل ممان حاصل از تلاطم مایع را نسبت به نقطه  $(0, 0, -\frac{h}{\nu})$  محاسبه می کنیم در نتیجه :

$$\begin{aligned}
M_y &= M_F \Omega^\nu e^{i\Omega t} \left[ \frac{1}{h} \int_{-h}^0 \left( \frac{h}{\nu} + z \right) x(z) dz + \frac{a^\nu x(-h)(\cdot + k^\nu)}{\nu h} \left( 1 + \frac{\text{sin}^\nu \pi \alpha \text{Cos}^\nu \pi \alpha}{\nu \pi \alpha} \right) \right. \\
&\quad \left. + \frac{a^\nu y(-h)(\cdot + k^\nu) \text{Sin}^\nu \pi \alpha}{\nu h} \right] \\
&+ \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^{m+1} \text{Sin}^\nu \pi \alpha}{i \Omega \pi \alpha h (\cdot - k^\nu)} \left\{ \frac{\nu \alpha^\nu a^\nu}{(m^\nu - \nu \alpha^\nu)} N_\nu(\zeta_{mn}) A_{mn}(-h) + \left[ \frac{\nu \alpha^\nu}{(m^\nu - \nu \alpha^\nu)} \right. \right. \\
&\times \left. \left. \left[ \frac{\nu}{\pi \zeta_{mn}} - k C_{m/\nu \alpha} (k \zeta_{mn}) + N_\nu(\zeta_{mn}) \right] \int_{-h}^0 \left( \frac{h}{\nu} + z \right) A_{mn}(z) dz \right\} \right] \\
&+ M_F g (a/\nu) \frac{[\text{sin}^\nu \pi \alpha] (\cdot + k + k^\nu)}{\pi \alpha (\cdot + k)} \quad (2-34)
\end{aligned}$$

عبارت انتگرالی اول در معادله (2-34) در اثر نیروی فشار مایع بر دیواره دایره ای مخزن ظاهر شده ، انتگرال دوم نیز در اثر نیروی فشاری مایع بر کف مخزن حاصل شده است. انتگرالهای بعدی ممان حاصل از توزیع فشار سیال متلاطم بر دیواره های قطاعی است در حالیکه عبارت انتهایی نشان دهنده ممان حاصل از مایع تحریک نشده حول نقطه  $(0, 0, -\frac{h}{\nu})$  می باشد.

مؤلفه های سرعت در جهتهای  $z, \varphi, r$  به صورت سری زیر قابل محاسبه اند :

$$\begin{aligned}
U_r &= e^{i\Omega t} \left[ \begin{array}{l} i\Omega x.(z) \cos \varphi \\ i\Omega y.(z) \sin \varphi \end{array} \right] + \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} A_{mn}(z) \cos\left(\frac{m}{\sqrt{\alpha}} \varphi\right) \frac{\zeta_{mn}}{a} \times C'_{m/\sqrt{\alpha}}\left(\zeta_{mn} \frac{r}{a}\right) \\
U_\phi &= -e^{i\Omega t} \left[ \begin{array}{l} i\Omega x.(z) \sin \varphi \\ -i\Omega y.(z) \cos \varphi \end{array} \right] + \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} A_{mn}(z) \sin\left(\frac{m}{\sqrt{\alpha}} \varphi\right) \frac{m}{\sqrt{\alpha} r} C_{m/\sqrt{\alpha}}\left(\zeta_{mn} \frac{r}{a}\right) \\
W &= e^{i\Omega t} \left[ \begin{array}{l} i\Omega r x'(z) \cos \varphi \\ i\Omega r y'(z) \sinh \varphi \end{array} \right] + \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} A'_{mn}(z) \cos\left(\frac{m}{\sqrt{\alpha}} \varphi\right) C_{m/\sqrt{\alpha}}\left(\zeta_{mn} \frac{r}{a}\right)
\end{aligned}
\tag{۲-۳۵}$$

لازم به ذکر است که توزیع سرعت با حذف عبارتهای اول در  $U_\phi, U_r$  حاصل شده است .

### مخزن استوانه ای تقسیم شده به قطاعهای دایره :

برای حل این مسأله هیدرودینامیکی در مخزن استوانه ای همانطور که در قسمتهای قبل

به تفصیل اشاره شد کافی است که تنها نسبت  $\frac{b}{a}$  را به صفر میل دهیم . در نتیجه دترمینان

$\Delta_{m/\sqrt{\alpha}}(\zeta) = 0$  به صورت ساده  $J'_{m/\sqrt{\alpha}}(\zeta) = 0$  تغییر خواهد کرد که در آن صفر هابا  $\varepsilon_{mn}$  نشان

داده می شوند. حال می توان تابع  $C(\sigma)$  را به صورت  $J_{m/\sqrt{\alpha}}\left(\varepsilon_{mn} \frac{r}{a}\right)$  ساده کرد . لازم به ذکر است

که ، حل کامل مخزن استوانه ای را در فصل بعدی انجام داده ایم .

### مخزن قطاعی ۴۵ درجه :

بائور (به مرجع [۱۸] مراجعه شود) تابع پتانسیل سرعت و فرکانس طبیعی مایع متلاطم در

مخزن قطاعی ۴۵ درجه که حرکت انتقالی پیچ چرخش و انحرافی<sup>۱۳</sup> دارد را محاسبه کرده است .

برای حرکت انتقالی در جهت محورهای  $y, x$  که به صورت  $y.e^{i\Omega t}, x.e^{i\Omega t}$  تعریف گردند، داریم :

$$\Phi(r, \varphi, z, t) = i\Omega e^{i\Omega t} \left[ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} x_o r \cos \varphi \\ y_o r \sin \varphi \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} a_m x. \\ c_m y. \end{array} \right\} \frac{\eta^\vee b_{mn} J(\sigma) \cosh(\zeta + K)}{(\eta^\vee) \cosh K} \times \cos \vee m \varphi \end{array} \right]
\tag{۲-۳۶}$$

برای حرکت پیچ و انحرافی حول محور  $y, x$  به صورت  $y.e^{i\Omega t}, x.e^{i\Omega t}$  داریم :

<sup>۱۳</sup> translation , Pitch , roll , yaw

$$\Phi(r, \varphi, z, t) = i\Omega e^{i\Omega t} \left[ \begin{matrix} x, rz \cos \varphi \\ y, rz \sin \varphi \end{matrix} \right] - \left\{ \begin{matrix} \theta \\ x \end{matrix} \right\} [A_{mn} \cosh \zeta + B_{mn} \text{Sinh} \zeta] \times J(\sigma) \cosh \nu m \varphi \quad (2-37)$$

برای تحریک roll حول محور z که تابع تحریک آن  $\varphi \cdot e^{i\Omega t}$  باشد، داریم:

$$\Phi(r, \varphi, z, t) = i\Omega \varphi \cdot e^{i\Omega t} a^\nu \left\{ \left( \frac{r}{a} \right)^\nu \left( \varphi - \frac{\pi}{\lambda} \right) + \frac{\nu \cos(\lambda m - \nu) \varphi}{(\nu m - 1) [\nu (\nu m - 1)^\nu - 1] \pi} \right\} \times$$

$$\left\{ \left( \frac{r}{a} \right)^{\nu m - \nu} - \frac{1}{\nu} \left( \frac{r}{a} \right)^\nu \frac{1}{(\nu m - 1)} \right\} + \frac{\nu}{\pi} \frac{[f_{\nu m - 1, n} - \nu (\nu m - 1) e_{\nu m - 1, n}] \eta^{*\nu} J_{\nu m - \nu}(\sigma^*) \cosh(\zeta^* + K^*)}{(\nu m - 1) [\nu (\nu m - 1)^\nu - 1] [1 - \eta^{*\nu}] \cosh K^*} \times$$

$$\cos(\lambda m - \nu) \varphi \quad (2-38)$$

متغیرهایی که در روابط فوق به کار گرفته شده اند، به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\zeta = \varepsilon_{mn} \frac{z}{a}, \sigma = \varepsilon_{mn} \frac{r}{a}, K = \varepsilon_{mn} \frac{h}{a}, J(\sigma) = J_{mn} \left( \varepsilon_{mn} \frac{r}{a} \right), a. = \frac{\nu (\nu)^\nu}{\pi}$$

$$a_m = \frac{\nu (-1)^{m+1} \sqrt{\nu}}{\pi (\nu m^\nu - 1)}, c. = \frac{\nu}{\pi} [\nu - \sqrt{\nu}], c_m = \frac{\nu [(-1)^m \sqrt{\nu} - \nu]}{\pi (\nu m^\nu - 1)}, \eta = \frac{\Omega}{\omega_{mn}}$$

$$\nu = g \frac{\varepsilon_{mn}}{a \Omega^\nu}, b_{mn} = \frac{\nu \alpha \varepsilon_{mn} (\nu m^\nu - 1)}{(a_{mn}^\nu - \nu m^\nu) J_{mn}^\nu(\varepsilon_{mn})} \sum_{\mu=0}^{\infty} \frac{J_{\nu m + \nu \mu + 1}(\varepsilon_{mn})}{(\nu m + \nu \mu + \nu)(\nu m + \nu \mu - 1)}$$

$$A_{mn} = \frac{ab_{mn} \eta^\nu}{\varepsilon_{mn} (\nu - \eta^\nu) \cosh K} \left[ \nu \sinh\left(\frac{K}{\nu}\right) - \left(\frac{K}{\nu} + \nu\right) \cosh\left(\frac{K}{\nu}\right) \right] \begin{Bmatrix} a_m \\ c_m \end{Bmatrix}$$

$$B_{mn} = \frac{ab_{mn} \eta^\nu}{\varepsilon_{mn} (\nu - \eta^\nu) \cosh K} \left[ \left(\nu \nu - \frac{K}{\nu}\right) \sinh\left(\frac{K}{\nu}\right) - \nu \cosh\left(\frac{K}{\nu}\right) \right] \begin{Bmatrix} a_m \\ c_m \end{Bmatrix}$$

$$f_{\nu m - 1, n} = \frac{\lambda (\nu m - 1)}{[\bar{\varepsilon}_{mn}^\nu - \nu (\nu m - 1)^\nu] J_{\nu m - \nu}(\bar{\varepsilon}_{mn})}$$

$$e_{\nu m - 1, n} = \frac{\nu \bar{\varepsilon}_{mn} (\nu m - 1) (\nu m - \nu) (\nu m - 1)}{[\bar{\varepsilon}_{mn} - \nu (\nu m - 1)^\nu] J_{\nu m - \nu}(\bar{\varepsilon}_{mn})} \times \sum_{\mu=0}^{\infty} \frac{[\lambda m + \nu m - \nu] J_{\lambda m + \nu \mu - \nu}(\bar{\varepsilon}_{mn})}{(\nu m + \mu - \nu)(\nu m + \mu - \nu)(\nu m + \mu - 1)(\nu m + \mu)}$$

که  $\bar{\varepsilon}$  ریشه های معادله  $J'_{\lambda m - \nu}(\bar{\varepsilon}) = 0$  بوده،  $J(\sigma^*) = J_{\nu m - \nu}[\bar{\varepsilon}(\frac{r}{a})]$  می باشد. بعلاوه

متغیرهای ستاره دار  $k^*, \eta^*, \delta^*, \zeta^*$  به صورت زیر تعریف می شوند:

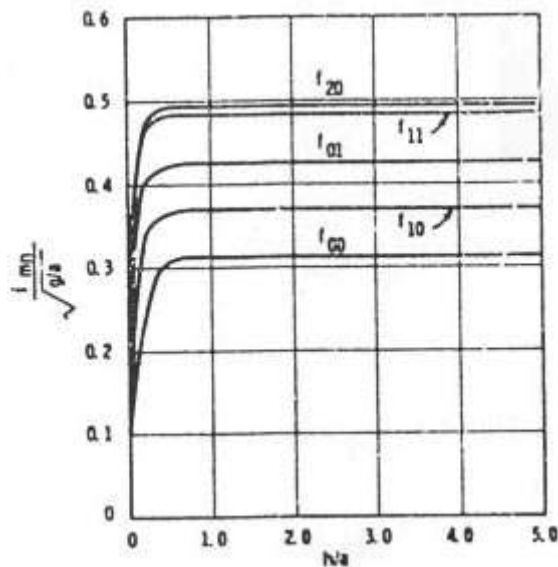
$$\zeta^* = \xi_{\nu_{m-1},n} \frac{z}{a}, K^* = \xi_{\nu_{m-1},n} \frac{h}{a}, \sigma^* = \xi_{\nu_{m-1},n} \frac{r}{a}, \eta^* = \frac{\Omega}{\omega_{\nu_{m-1},n}}$$

و فرکانسهای طبیعی به صورت زیر بدست می آیند :

$$\omega_{mn}^* = \omega^* = \frac{g}{a} \varepsilon_{mn} \tanh\left(\varepsilon_{mn} \frac{h}{a}\right) \quad m,n=0,1,2,\dots \quad (2-39)$$

لازم به یادآوری است که متغیر  $\varepsilon_{mn}$  ریشه های مثبت معادله  $J'_m(\varepsilon) = 0$  است . شکل ۴-۲.

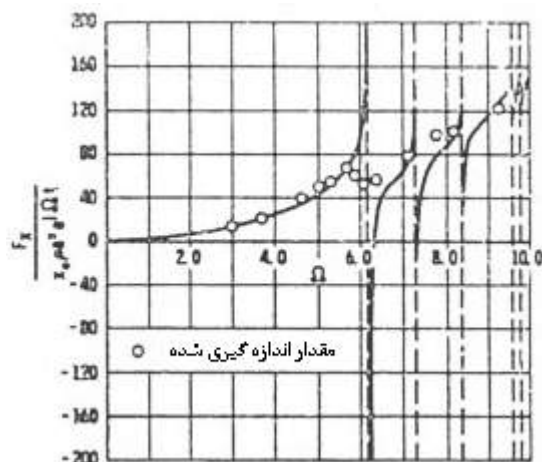
تغییرات فرکانس طبیعی مایع متلاطم ( $f_{mn} = \frac{\omega_{mn}}{2\pi}$ ) را به صورت تابعی از عمق مخزن نشان می-



دهد .

شکل ۴-۲ . مقادیر فرکانس طبیعی بر حسب ارتفاع نسبی سیال در مخزن قطاعی ۴۵ درجه

ریشه های  $\varepsilon_{mn}$  در جدول ۲-۱ و شکل ۶-۲ داده شده اند .



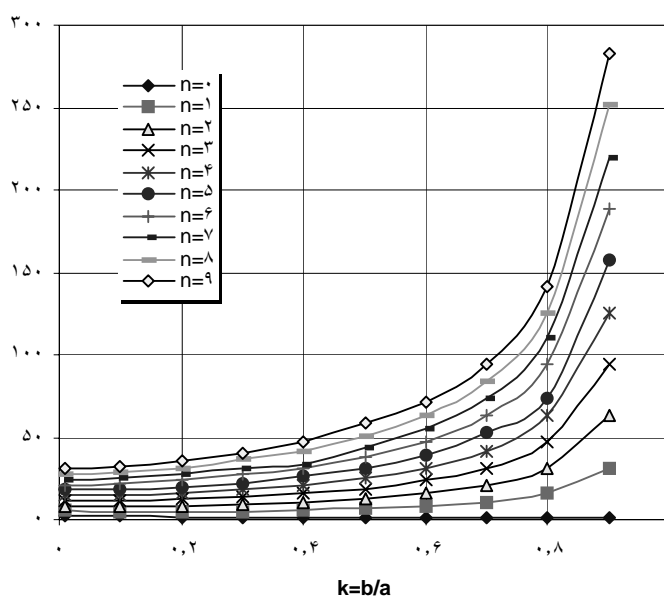
شکل ۵-۲ . مقدار نیروی ناشی از تلاطم در یک راستا در اثر تحریک در همان جهت

شکل ۵-۲ نمودار نیرو در جهت  $x$  را برای تحریک در همان جهت نسبت به فرکانس نیرو را نشان می دهد.

نتایج آزمایشگاهی برای نیروی تلاطم در مخزن قطاعی ۴۵ درجه که تحت تأثیر حرکت انتقالی واقع شده ، بدست آمده (مراجع [۱۹ تا ۲۱]) و با نتایج تئوری مقایسه گردیده اند ، شکل (۵-۲) تطابق خوبی را مابین نتایج تئوری و آزمایشگاهی ، البته به استثناء مجاورت اولین مد تشدید ، نشان می دهد. از طرف دیگر ، اختلاف محسومی ما بین نتایج آزمایشی و تئوری در فرکانس تشدید وجود دارد که غالباً اولی کوچکتر از دومی خواهد بود. این خاصیت نرمش نتیجه رفتار غیر خطی مخازن تقسیم بندی شده است که نتیجه وابستگی رفتار مایع به دامنه تحریک است ، این رفتار غیر خطی ، ذاتاً به هندسه مخزن وابسته است که بحث بیشتر در مورد آن در مرجع [۱] آمده است .

n/k	۰,۰۱	۰,۱	۰,۲	۰,۳	۰,۴	۰,۵	۰,۶	۰,۷	۰,۸
n=۰	۱,۸۴۰۶	۱,۸۰۳۴۷	۱,۷۰۵۱۲	۱,۵۸۲۰۷	۱,۴۸۱۷۶	۱,۳۵۴۸۸	۱,۲۸۲	۱,۱۸۲۳۸	۱,۱۱۳۳۸
n=۱	۵,۳۲۹۱۳	۵,۱۳۷۱۴	۴,۹۶۰۸۶	۵,۱۳۷۴۲	۵,۶۵۹۱	۶,۵۸۴۹۱	۸,۰۴۱۱۱	۱۰,۵۹۱۸۸	۱۵,۷۷۸۱۲
n=۲	۸,۵۳۶۵	۸,۱۹۹۱۷	۸,۴۳۳۰۷	۹,۳۰۸۳۵	۱۰,۶۸۳۳۵	۱۲,۴۰۶۵۷	۱۵,۸۰۱۳۲	۲۱,۰۰۰۱۲	۳۱,۴۵۱۳۲
n=۳	۱۱,۶۹۵۱۲	۱۱,۳۵۸۷۹	۱۲,۱۶۵۰۱	۱۳,۶۸۳۶۷	۱۵,۸۴۸۱۱	۱۸,۹۴۲۸۸	۲۳,۶۲۳۹۴	۳۱,۴۵۵۷۷	۴۷,۱۵۰۱۸
n=۴	۱۴,۹۱۸۰۷	۱۴,۶۳۴۳۸	۱۵,۹۹۳۲۴	۱۸,۱۱۵۸۸	۲۱,۰۴۸۷۹	۲۵,۲۰۲۴	۳۱,۴۶۳۲۹	۴۱,۹۱۸۰۵	۶۲,۸۵۱۰۳
n=۵	۱۷,۹۸۹۸۲	۱۷,۹۸۶۴۲	۱۹,۸۳۱۶۳	۲۲,۳۷۰۷۱	۲۶,۲۶۴۰۸	۳۱,۴۷۲۱۴	۳۹,۳۰۷۶۲	۵۲,۳۸۱۵	۷۳,۵۵۴۸
n=۶	۲۱,۱۲۸۹۵	۲۱,۳۸۳۶۹	۲۳,۷۵۰۱۸	۲۷,۰۳۶۹۳	۳۱,۴۸۵۹۳	۳۷,۷۴۵۳۷	۴۷,۱۵۵۲۲	۶۲,۸۵۲۲۵	۹۴,۲۸۰۱۳
n=۷	۲۴,۲۶۶۷۲	۲۴,۸۰۸۱۴	۲۷,۶۴۹۷۷	۳۱,۵۰۹۲۱	۳۳,۷۱۱۸۵	۴۴,۰۲۲۳۲	۵۵,۰۰۴۸۷	۷۳,۳۲۱۲۳	۱۰۹,۹۶۶۲
n=۸	۲۷,۳۹۷۸۷	۲۸,۲۴۹۷۴	۳۱,۵۵۶۳۴	۳۶,۹۸۵۴۸	۴۱,۹۴۰۳	۵۰,۳۰۰۴۶	۶۲,۸۵۵۲۵	۸۳,۷۰۰۰۸	۱۲۵,۶۷۲۸
n=۹	۳۰,۵۲۸۸۵	۳۱,۷۰۲۸۹	۳۵,۴۶۷۵۳	۴۰,۴۶۴۳۳	۴۷,۱۷۰۴۳	۵۸,۵۷۹۷۳	۷۰,۷	۹۴,۲۸۱۲۲	۱۴۱,۳۷۹۹

جدول ۱-۲ مقادیر ریشه های معادله ۴-۱۴-۲ ،  $(m/\sqrt{a}=1)$



شکل ۶-۲ مقادیر ریشه های معادله ۴-۱۴-۲ ،  $(m/\sqrt{a}=1)$

## فصل سوم

در این فصل معادلات مربوط به استوانه کامل را به دست آورده ، نتایج مطلوب نیرو و ممان را محاسبه می کنیم ، در ادامه مسایل مربوط به جلوگیری از تلاطم در چنین مخازنی را به همراه روابط کاربردی ارائه می کنیم .

از مطالب فصل گذشته به خاطر داریم که ، تابع پتانسیل حرکت سیال در مخزن را می توان به صورت مجموعی از پتانسیل حرکت مخزن و پتانسیل حرکت سیال ، نسبت به مخزن نوشت اگر مخزن در حال سکون باشد تابع پتانسیل آن برابر صفر می گردد و می توان نوشت :

$$\nabla\phi_c = \text{سرعت مخزن} \quad (3-1)$$

ثابت انتگرالگیری می تواند صفر باشد زیرا به هر حال می توان آن را وارد  $\phi$  کرد. شرط مرزی روی دیواره های خیس مخزن عبارتست از :

$$\frac{\partial\Phi}{\partial n} = V_n \quad (3-2)$$

که در آن  $\frac{\partial}{\partial n}$  نشاندهنده مشتقگیری در جهت عمود بر دیواره های مخزن می باشد و  $V_n$  نیز عبارتست از سرعت مخزن در جهت عمود بر دیواره ها رابطه بالا را می توان به شکل دیگری نیز بیان کرد.

$$\frac{\partial\phi}{\partial n} = 0 \quad (3-3)$$

شرط مرزی روی سطح آزاد به شکل زیر است [۲۲] :

$$\text{روی} \quad (3-4) \quad \frac{\partial\eta}{\partial t} + \nabla\Phi \cdot \nabla\eta = \frac{\partial\Phi}{\partial z}, z = \eta$$

که در آن  $\eta(r, \theta, t)$  تغییر مکان سطح آزاد نسبت به ارتفاع اولیه آن می باشد . می توان ثابت کرد که (۳-۲) حالت خاصی از رابطه (۳-۴) می باشد [۲۲] . شرط مرزی مربوط به سطح آزاد، معادله

<sup>۱</sup> در این فصل زاویه در صفحه xy را، با علامت  $\theta$  نشان می دهیم .

(۳-۴) ، در واقع منبع غیر خطی شدن معادلات است ولی با فرض کوچک بودن  $\eta$  این شرط را می توان به شکل خطی شده زیر بازنویسی کرد.

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} - \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad (3-5)$$

رابطه (۲-۸) برای سطح آزاد به شکل زیر قابل بیان است:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + g\eta = -\frac{1}{\rho} P \quad (3-6)$$

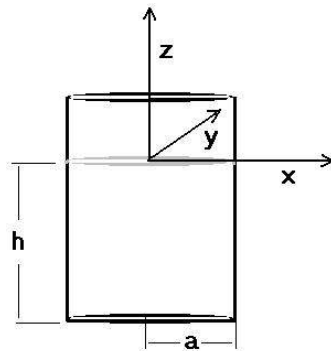
با حذف  $\eta$  بین دو رابطه (۳-۵) و (۳-۶) داریم :

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial t} \quad (3-7)$$

که با فرض ثابت بودن فشار بالای مخزن می توان نوشت :

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad (3-8)$$

در اینجا مسئله مورد نظر را برای دو حالت تحریک انتقالی<sup>۲</sup> و چرخشی<sup>۳</sup> حل می کنیم لازم به ذکر است که در اینجا تحریک عرضی تنها در یک جهت خواهد بود و به منظور دستیابی به پاسخ تحریک عرضی در دو جهت عمود بر هم می توان به مرجع [۱] مراجعه نمود .



شکل ۱-۳. هندسه و مختصات مورد استفاده در مخزن استوانه ای

<sup>۲</sup>Translational

<sup>۳</sup>Rotational

## نوسان آزاد

معادله دیفرانسیل مورد بررسی در این حالت  $\nabla^2 \phi = 0$  با شرایط مرزی زیر می باشد :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial z} &= 0 & z &= -h \\ \frac{\partial \phi}{\partial r} &= 0 & r &= a \\ \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi}{\partial z} &= 0 & z &= 0 \end{aligned} \quad (3-9)$$

برای حل این مسئله نیز مشابه فصل قبل از روش جداسازی متغیرها استفاده می شود تابع پتانسیل مورد نظر را نیز ، به صورت زیر در نظر می گیریم :

$$\phi(r, \theta, z, t) = T(t)R(r)G(\theta)Z(z)$$

با جایگزینی این عبارت در معادله لاپلاس ، معادله کلی (۱-۱۴-۲) به شکل زیر ساده شده ، خواهیم داشت :

$$\phi_1 = T(t) \{C_1 \cos\theta + C_2 \sin\theta\} \{C_3 \cosh\lambda\theta + C_4 \sinh\lambda z\} J_1(\lambda r) \quad (3-10)$$

که در آن  $\lambda$  مقداری ثابت و  $J_1(\lambda r)$  تابع بسل نوع اول می باشد. تابع پتانسیلی که شرایط مرزی مربوط به دیواره های خیس را (روابط اول و دوم ۳-۹) ارضا می کند ، عبارت است از :

$$\phi_1(r, \theta, z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n e^{i\omega_n t} \cos\theta \times \frac{\cosh[\lambda_n(z/a + h/a)]}{\cosh(\lambda_n h/a)} J_1(\lambda_n r/a) \quad (3-11)$$

که مقادیر  $\lambda_n$  ریشه های معادله زیر می باشد :

$$J_1'(\lambda_n) = 0 \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (3-12)$$

مقادیر باقیمانده محاسبه نشده عبارتند از  $\omega_n, a_n$  . در حالت نوسانات آزاد  $a_n$  از شرایط اولیه بدست خواهد آمد و با اعمال شرط مرزی سطح آزاد (رابطه آخر ۳-۱۱) فرکانس طبیعی به صورت رابطه زیر به دست می آید :

$$\omega_n^2 = \frac{g}{a} \lambda_n \tanh(\lambda_n h/a) \quad (3-13)$$

همان طور که قبلا اشاره شد دیده می شود که فرکانسهای طبیعی مایع با افزایش سطح مایع کاهش و با افزایش شعاع تانک افزایش می یابد. به علاوه با توجه به رابطه در می یابیم که برای مقادیر بزرگ  $h/a$  (یعنی  $h/a > 1$ ) ، مقدار فرکانسهای طبیعی مستقل از  $h$  می شود به طوری که می توان نوشت:

$$\omega_n = \frac{g}{a} \lambda_n \quad (3-14)$$

### نوسان اجباری انتقالی

برای حالت تحریک انتقالی عرضی  $x = x_0 e^{i\omega t}$  می توان عبارت زیر را برای پتانسیل سرعت به کار برد :

$$\Phi = (\phi + i\omega x_0 r \cos \theta) e^{i\omega t}$$

شرایط مرزی برای تابع پتانسیل  $\phi$  عبارت است از :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial r} &= 0 & r &= a \\ \frac{\partial \phi}{\partial z} &= 0 & z &= -h \\ g \frac{\partial \phi}{\partial z} - \omega^2 \phi &= i\omega^2 x_0 r \cos \theta & z &= 0 \end{aligned} \quad (3-15)$$

و بنابراین  $\phi(r, \theta, z)$  که معادله لاپلاس را نیز ارضاء می کند به شکلی مشابه رابطه (3-11) می باشد. برای بدست آوردن ضرایب  $a_n$  از شرط سطح آزاد می بایست سمت راست عبارت مورد نظر را بر حسب  $\Gamma$  بسط بسط داد (فصل 2) :

$$r = \sum_{n=1}^{\infty} b_n J_1(\lambda_n r/a) \quad (3-16)$$

که :

$$b_n = \frac{2a}{(\lambda_n^2 - 1)(J_1(\lambda_n))} \quad (3-17)$$

حال می توان نوشت :

$$\begin{aligned}
g \frac{\partial \phi_1}{\partial z} \Big|_{z=0} - \omega^\vee \phi_1 \Big|_{z=0} &= \sum_{n=1}^{\infty} a_n g \cos \theta \times \frac{\lambda_n}{a} \tanh(\lambda_n h/a) J_1(\lambda_n r/a) \\
- \omega^\vee \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \theta J_1(\lambda_n r/a) \\
&= \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \theta J_1(\lambda_n r/a) \left[ g \frac{\lambda_n}{a} \tanh(\lambda_n h/a) - \omega^\vee \right] \\
\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \theta (\omega_n - \omega^\vee) J_1(\lambda_n r/a) &= i \omega^\vee x \cdot \cos \theta \sum_{n=1}^{\infty} b_n J_1(\lambda_n r/a)
\end{aligned}$$

در نتیجه :

$$a_n = \frac{i \omega^\vee X \cdot b_n}{\omega_n - \omega^\vee}$$

که با توجه به رابطه (۳-۱۷) حاصل می شود:

$$a_n = \frac{i a \omega^\vee x}{(\omega_n - \omega^\vee)(\lambda_n - 1) J_1(\lambda_n)} \quad (3-18)$$

اکنون عبارت نهایی  $\Phi$  به شکل زیر بدست می آید:

$$\Phi = i a \omega x \cdot \cos \theta e^{i \omega t} \left\{ \frac{r}{a} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{i \omega^\vee}{(\omega_n - \omega^\vee)} \times \frac{J_1(\lambda_n r/a)}{J_1(\lambda_n)(\lambda_n - 1)} \times \frac{\cosh[\lambda_n(z/a + h/a)]}{\cosh(\lambda_n h/a)} \right\} \quad (3-19)$$

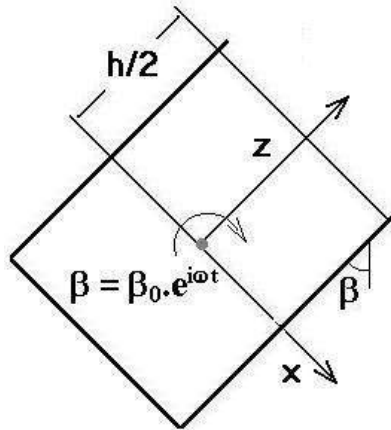
### نوسان اجباری چرخشی

برای تحریک عرضی چرخشی  $\beta = \beta \cdot e^{i \omega t}$  که تحریکی حول محور  $y$  می باشد، شکل (۳-۲) می توان ثابت کرد که پتانسیل سرعت به شکل زیر است :

$$\Phi = e^{i \omega t} \{ \phi_1 - i \omega \beta \cdot r z \cos \theta \} \quad (3-20)$$

و شرایط مرزی برای پتانسیل اختلالی  $\phi_1$  در این حالت به قرار زیر هستند (فصل ۲) :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \phi_1}{\partial r} &= 0 & r &= a \\
\frac{\partial \phi_1}{\partial z} &= 0 & z &= -h/2 \\
g \frac{\partial \phi_1}{\partial z} - \omega^\vee \phi_1 &= i \omega \beta \cdot r \cos \theta e^{i \omega t} (g - \omega^\vee z) & z &= h/2
\end{aligned} \quad (3-21)$$



شکل ۳-۲. هندسه و مختصات مورد استفاده در تحریک چرخشی مخزن

برای بدست آوردن  $\phi$  از دسته معادلات بالا همانند بخش قبل عمل کرده ، در نهایت عبارت زیر را برای  $\Phi$  بدست می آوریم :

$$\Phi = i\omega\beta \cdot a^\nu e^{i\omega t} \text{Cos}\theta \left\{ \frac{z}{a} \frac{r}{a} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\nu\omega^\nu}{(\omega_n^\nu - \omega^\nu)} \times \frac{J_\nu(\lambda_n r/a)}{J_\nu(\lambda_n)(\lambda_n^\nu - 1)} \frac{1}{\text{Cosh}(\lambda_n r/a)} \right\}$$

$$\times \left[ \left( \frac{g}{a\omega^\nu + \frac{h}{\nu a}} \right) \text{Cosh}\left[\frac{\lambda_n}{a}(h/\nu + z)\right] - \frac{\nu g}{a\omega^\nu} \text{Sinh}\left(\lambda_n \frac{z}{a}\right) \text{Sin}\left(\frac{\lambda_n h}{\nu a}\right) - \right. \quad (3-22)$$

$$\left. \frac{\nu}{\lambda_n} \text{Sinh}\left[\frac{h}{a} + z\right] \right]$$

### نیروها و ممانهای اعمال شده بر دیواره مخزن

با استفاده از روابط پتانسیل جریان به دست آمده ، برای سیال متلاطم عرضی ، در حرکت انتقالی و چرخشی ، می توان توابع سرعت ، تابع توزیع فشار ، نیرو و گشتاور اعمال شده بر مخزن را، تحت تحریک اعمال شده بر آن محاسبه نمود . تابع توزیع فشار از رابطه (۸-۲) و (۱۹-۳) به دست آمده ، با انتگرال گیری از فشار روی سطح ، مقادیر نیرو و گشتاور اعمالی به مخزن در اثر تلاطم نیز ، به دست می آید .

## تحریک انتقالی

بنا به آنچه بیان شد ، تابع توزیع فشار برابر است با :

$$P(r, \theta, z, t) = \rho \omega^{\nu} x, a e^{i\omega t} \cos \theta \left\{ \frac{r}{a} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\omega^{\nu}}{(\omega_n^{\nu} - \omega^{\nu})} \times \frac{J_{\nu}(\lambda_n r/a)}{J_{\nu}(\lambda_n)(\lambda_n^{\nu} - 1)} \right. \\ \left. \frac{\cosh[\lambda_n(z/a + h/a)]}{\cosh(\lambda_n h/a)} \right\} - \rho g z \quad (3-23)$$

برای روی دیواره داریم  $r=a$  بنابراین :

$$P_r = P(a, \theta, z, t) \quad (3-24)$$

و برای کف مخزن  $z=-h$  ، داریم:

$$P_{\nu} = P(r, \theta, -h, t) \quad (3-25)$$

در نتیجه می توان نوشت .

$$F_x = \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-h}^0 a P_r \cos \theta dz d\theta \\ F_y = \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-h}^0 a P_r \sin \theta dz d\theta \quad (3-26) \\ M_x = - \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-h}^0 a p_{\nu} (h/\nu + z) \sin \theta dz d\theta - \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^a P_r r^{\nu} \sin \theta dr d\theta \\ M_y = \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-h}^0 a p_{\nu} (h/\nu + z) \cos \theta dz d\theta + \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^a P_r r^{\nu} \cos \theta dr d\theta$$

که بعد از انتگرالگیری نتیجه می شود :

$$F_x = -\rho a^{\nu} \pi \ddot{x}_{\nu} \left\{ h + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\nu a (\omega / \omega_n)^{\nu} \tanh(\lambda_n h/a)}{\lambda_n (\lambda_n^{\nu} - 1) (1 - \omega^{\nu} / \omega_n^{\nu})} \right\} \\ M_y = -\rho a^{\nu} \pi h \ddot{x}_{\nu} \left\{ \frac{a}{\nu h} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\omega / \omega_n)^{\nu}}{\lambda_n (\lambda_n^{\nu} - 1) (1 - \omega^{\nu} / \omega_n^{\nu})} \times \left[ \tanh(\lambda_n h/a) + \frac{\nu}{\lambda_n h/a} \left( \frac{\nu}{\cosh(\lambda_n h/a)} - 1 \right) \right] \right\} \\ F_y = M_x = 0 \quad (3-27)$$

## تحریک چرخشی

بنابر روابط (۲-۸) و (۳-۲۲) در این حالت فشار عبارتست از :

$$p(r, \theta, z, t) = -\rho \omega^\nu \beta \cdot a^\nu e^{i\omega t} \cos \theta \left\{ \frac{z}{a} \frac{r}{a} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\omega^\nu}{(\omega_n^\nu - \omega^\nu)} \times \frac{J_\nu(\lambda_n r/a)}{J_\nu(\lambda_n)(\lambda_n^\nu - 1)} \times \right. \\ \left. \frac{1}{\cosh(\lambda_n r/a)} \left[ \left( \frac{g}{a\omega^\nu} + \frac{h}{\nu a} \right) \cosh\left[\frac{\lambda_n}{a}(h/\nu + z)\right] - \frac{\nu g}{a\omega^\nu} \sinh\left(\lambda_n \frac{z}{a}\right) \sin\left(\frac{\lambda_n h}{\nu a}\right) \right. \right. \\ \left. \left. \frac{\nu}{\lambda_n} \sinh[(h/\nu + z)] \right] \right\} + \rho g (h/\nu - z - r\beta \cdot e^{i\omega t} \cos \theta) \quad (3-28)$$

برای دیواره  $r=a$  بنابراین داریم.

$$P_\nu = P(a, \theta, z, t) \quad (3-29)$$

و برای کف مخزن  $z=-h/\nu$  نیز

$$P_\nu = p(r, \theta, -h/\nu, t) \quad (3-30)$$

با جایگزینی این روابط در رابطه (3-26) و انتگرالگیری داریم :

$$F_x = \rho a^\nu \pi h \dot{\varphi} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\omega^\nu a (\omega / \omega_n)^\nu}{\lambda_n (\lambda_n^\nu - 1) (1 - \omega^\nu / \omega_n^\nu)} \left[ \left( \frac{g}{h\omega^\nu} + 1/\nu \right) \tanh(\lambda_n h/a) \right. \\ \left. + \frac{\nu}{\lambda_n h/a} \left( \frac{1}{\cosh(\lambda_n h/a)} - 1 \right) \right] \quad (3-31)$$

$$M_y = -\rho a^\nu \pi h g \varphi \cdot \frac{a^\nu}{\nu h} + \rho a^\nu \pi h \dot{\varphi} \cdot a^\nu \left\{ \frac{1}{1/\nu} (h/a)^\nu - \frac{1}{\lambda} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\omega^\nu (\omega / \omega_n)^\nu}{\lambda_n (\lambda_n^\nu - 1) (1 - \omega^\nu / \omega_n^\nu)} \right. \\ \left. \times \left[ \left( \frac{h}{\nu a} - \frac{\nu g}{\nu a \omega^\nu} - \frac{\nu}{\lambda_n h/a} \right) \tanh(\lambda_n h/a) + \frac{1}{\lambda_n \cosh(\lambda_n h/a)} \right. \right. \\ \left. \left. + \left( \frac{\nu g}{a\omega^\nu} \times \frac{1}{\lambda_n h/a} + \frac{1}{\nu \lambda_n} \right) \right] \right\} \\ F_y = M_x$$

## روابط کاربردی

از آنجا که در مخزن استوانه ای بدون ابزار یا تجهیزات محدود یا میرا کننده تلاطم بیشترین اثر نیرویی در نزدیکی فرکانس تشدید اول یا اولین فرکانس طبیعی روی می دهد نیروی بیشینه (ماکزیمم) را می توان از روابط ساده شده فشار بیشینه برای مود اول یا روابط نیمه تجربی

زیر محاسبه نموده در طراحی ها از آن استفاده نمود تعدادی از این روابط به شرح زیر می باشند  
: [۲۳]

$$P_{Max} = P. + \rho g z + \rho g \eta \frac{Cosh [1.841 (h - z) / a]}{Cosh (1.841 h / a)} . Sin \omega_1 t \quad (3-32)$$

که در رابطه بالا  $\rho$  دانسیته سیال درون مخزن ،  $z$  فاصله هر سطح داخلی سیال از سطح آزاد (جهت مثبت به سمت پایین است) و  $\eta$  ارتفاع موج ماکزیمم روی سطح اولیه (سطح آزاد) که از اندازه گیری سطح آزاد سیال در نزدیکی دیواره به دست می آید .

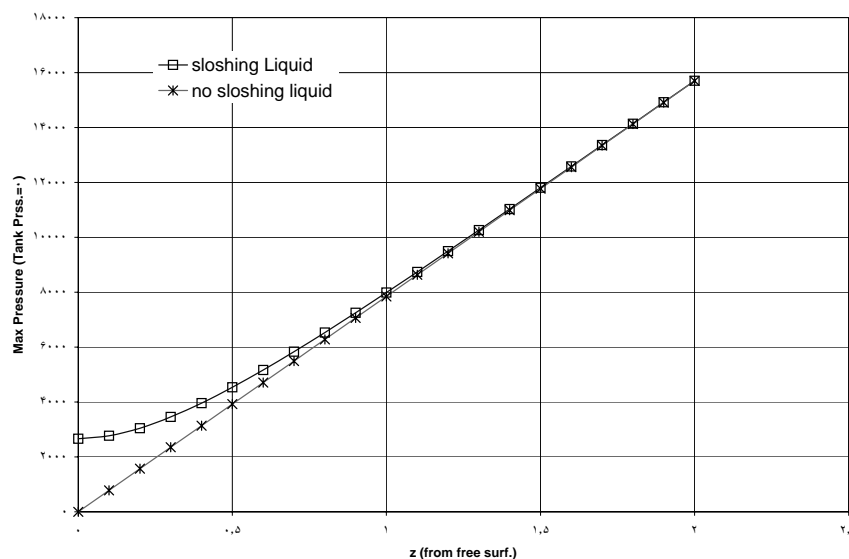
برای استفاده از رابطه کاربردی (۳-۳۲) باید توجه نمود که شتاب کلی اعمال شده بر ذره سیال در سطح آزاد بین مقادیر  $g + \eta \omega_1^2$  و  $g - \eta \omega_1^2$  در دیواره مخزن تغییر می کند ، چنانچه دامنه تلاطم به اندازه کافی بزرگ شود تا اینکه شتاب سیال دم به دم برابر صفر گردد موج تلاطم شکسته شده پاشش (splashing) رخ می دهد ، چنین شرایطی در حدی بالاتر از  $\eta = g / \omega_1^2$  بوده معادله کاربردی (۳-۳۲) برای این حالت به شکل زیر تبدیل می شود :

$$P_{Max} = P. + \rho g \left\{ z + \frac{a.Cosh [1.841 (h - z) / a]}{1.841 Cosh (1.841 h / a)} \right\} \quad (3-33)$$

هنگامیکه ارتفاع سیال حدود شعاع مخزن یا بزرگتر از آن باشد رفتار دینامیکی سیال به عمق بستگی نداشته و رابطه کاربردی فشار به شکل معادله (۳-۳۲) در می آید :

$$P_{Max} = P. + \rho g \left\{ z + \frac{a}{1.841} e^{-1.841 z / a} \right\} \quad (3-34)$$

از آنجا که در یک مخزن مورد نظر و مشخص فشار ناشی از تلاطم در حجم بیشتر ، مقداری بالاتر خواهد داشت و این مقدار با کاهش سیال درون مخزن کاسته می گردد همچنین به منظور مقایسه مقدار فشار روی دیواره ها در هنگام حضور و یا عدم حضور تلاطم نمودار ۱-۳ که تغییر فشار بر حسب عمق را در یک مخزن مفروض را نشان می دهد ترسیم شده است .



نمودار ۲ - مقایسه تغییر فشار در ارتفاع مخزن با شرایط وجود و عدم وجود تلاطم

## روشهای کاهش تلاطم :

همان طور که قبلا اشاره شد ، نوسان آزاد سطح مایع در مخزن می تواند اثرات نامطلوبی در پی داشته باشد که به عنوان مثال در یک وسیله پرنده نظیر موشک نیروی حاصل از این پدیده می تواند سبب افزایش جزئی شتاب در راستای خاصی گردد ، این شتاب افزوده به وسیله سیستم کنترل و هدایت احساس شده پاسخ داده می شود و این تشکیل حلقه بسته کنترلی می تواند سبب ناپایداری گردد . ناپایداری حاصل از تلاطم می تواند منجر به تخریب سازه ای ، پیش خاموشی موتور ، ناتوانی شروع به کار و دستیابی به موتور مرحله بالاتر به علت کاهش هد (ارتفاع سیال بالا دست) در مدخل خروجی ، همچنین تخلیه قسمتی از سیال درون مخزن از طریق هواکش (سرریز)، گردد .

تخریب چندین تقویت کننده<sup>۴</sup> وسایل پرنده به علت عدم کفایت جلوگیری از تلاطم در چنین وسایلی می باشد . به عنوان مثال پرواز اولیه ژوپیترا<sup>۵</sup> به علت نزدیک بودن وقفه های کنترلی آن به فرکانسهای تلاطم آن از کنترل خارج شد و این پرواز ناموفق گردید . نمونه دیگر موشک تک مرحله

<sup>۴</sup>Booster

<sup>۵</sup>Jupiter

ای بلو استرک<sup>۶</sup> است که در حین پرواز به علت ناپایداری حاصل از تلاطم دچار تخریب سازه ای گردید. این به آن علت بود که با وجود اینکه تاثیر تلاطم سوخت در طراحی اولیه محاسبه گردیده بود، لیکن پس از انجام تغییراتی در طراحی این محاسبات تکرار نشد. نمونه پیش خاموشی موتور به علت تلاطم نیز مورد دیگری بود که در پرواز اولیه ساترن ۱<sup>۷</sup> رخ داد. در این رخداد، به علت ایجاد تلاطم در اثر یک حلقه کنترلی مسیر تغذیه سوخت به صورت ناگهانی در یک لحظه منقطع گردید. نمونه های دیگری نیز از تخریب در مخازن حمل بار مایع در کشتی های بارکش مواد مایع مختلف نظیر مواد سوختی (مثلا LNG) همچنین واژگونی تانکرهای حمل چنین موادی گزارش شده است [۲۴و۲۵].

پارامترهای اولیه در طراحی ابزارهای میرا کننده عبارتند از: (۱) ماموریت مورد نظر مخزن، (۲) میرایی لازم برای مخزن مورد نیاز یا دامنه های حرکت تلاطم در سطوح مختلف مایع، (۳) مشخصه های فیزیکی مخزن، شامل هندسه مخزن، تغییر شکل الاستیک و عایق بندی آن، (۴) مشخصات تابعی سیستم، نظیر نیازهای پر، خالی و سرریز کردن همچنین نیازهای مربوط به جوشش مایع، (۵) مشخصات فیزیکی و شیمیایی مایع، (۶) مباحث مربوط به جابجایی، تلاطم و نیروهای برخوردی که به وسیله این تجهیزات تحمل می شود، از جمله وزن تجهیزات، ویژگیهای مواد و قابلیت ساخت.

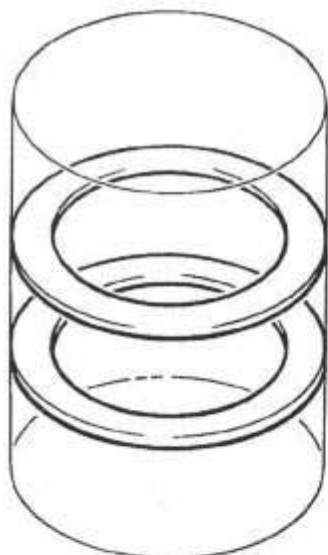
در مخازن استوانه ای از روشهای متفاوتی به منظور کاهش اثر تلاطم و جابجایی فرکانسهای طبیعی استفاده می شود. همان طور که در فصل ۲ اشاره شد یکی از این روشها تقسیم بندی مخازن می باشد. تقسیم بندی مخازن عمدتاً به دو شکل استفاده از تیغه های شعاعی متقاطع یا صفحات موازی با کف مخزن انجام می شود. به غیر از تقسیم بندی کامل مخزن می توان از روشهای دیگری نیز استفاده کرد که تعدادی از آنها در شکل ۳-۳ آمده است. نوع دیگری از این ابزارها که جهت میرایی تلاطم در مخازن استوانه ای به کار می رود استفاده از قطعات شناور در

---

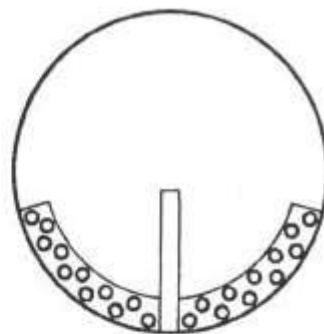
<sup>۶</sup>Blue Streak

<sup>۷</sup> Saturn I

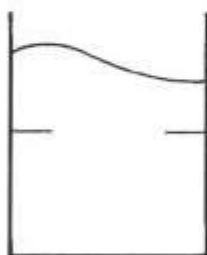
سطح آزاد مایع است که نمونه ای از این وسیله به همراه نتایج حاصل از تست آن در فصل ۵ آمده است .



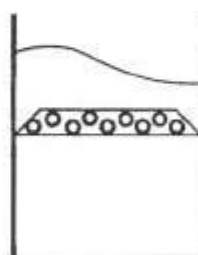
Flat-ring baffles in cylindrical tank



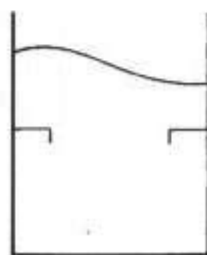
Cruciform baffle (perforated) in spherical tank



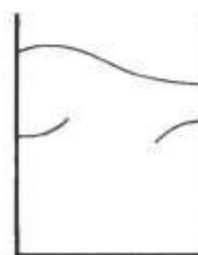
Flat ring



Truncated cone (perforated)



Flat ring with lip



Flexible baffle

شکل ۳-۳. نمونه هایی از محدود کننده های تلاطم

روشهای دیگری که جهت جلوگیری از تلاطم و محدود نمودن آن استفاده می شوند عبارتند از : کیسه بزرگ شونده ، دیافراگم ، الیاف فشرده و فوم که بیشتر درموارد غیر از صنایع هوایی کاربرد دارند .

در بعضی موارد میرایی منتج از وجود لزجت سیال در برخورد با دیواره مخزن به تنهایی کافی می باشد لذا در برخی موارد عملاً نیازی به تجهیزات میرا کننده نخواهیم داشت . تحقیقات مختلفی در زمینه میرایی لزجی نوسان سیال در مخازن استوانه ای انجام شده است [۲۶ تا ۲۹] این تحقیقات نشان می دهد که ، نسبت میرایی به لزجت (ویسکوزیته) سینماتیکی، شعاع مخزن ، ارتفاع سیال و شتاب مخزن بستگی دارد . رابطه بین این پارامترها برای به دست آوردن نسبت میرایی بسیار پیچیده است زیرا ، فرکانس مایع به ارتفاع آن بستگی دارد .

مقادیر مورد نیاز برای تحلیل رفتار میرایی مایع درون یک مخزن باید از طریق ساخت نمونه مورد نظر و انجام تستهای مشابه شرایط کاری و لازم و یا استفاده از تئوری هیدرودینامیک به دست آید ، پیچیدگیهای روش های غیر آزمایشی و تحلیلی همچنین محدودیت بسیاری از این روشها به شرایط و هندسه محدود سبب می شود که استفاده از آزمایش کاربرد بیشتری پیدا کند . در اینجا به بیان نتایج تعدادی از آزمایشهای انجام شده در زمینه میرایی و چگونگی استفاده از این اطلاعات می پردازیم [۳۰] .

### میرایی موثر

در یک مخزن استوانه ای بدون تیغه های میرا کننده میرایی ناشی از حضور دیوار مخزن به صورت کلی با رابطه شبه تجربی زیر بیان می شود :

$$\zeta = C.v^{1/2}.a^{-3/4}.g^{-1/4} = CG_A^{-1/2} \quad (3-35)$$

که در رابطه بالا  $\zeta$  نسبت میرایی (کاهش لگاریتمی تقسیم بر  $2\pi$ ) ،  $a$  شعاع مخزن ،  $g$  ،  $v$  به ترتیب شتاب محوری و لزجت سینماتیکی می باشد .  $G_A$  عدد گالیله  $(G_A = v^{1/2}.a^{3/2}.g^{-1/2})$  خوانده شده ،

---

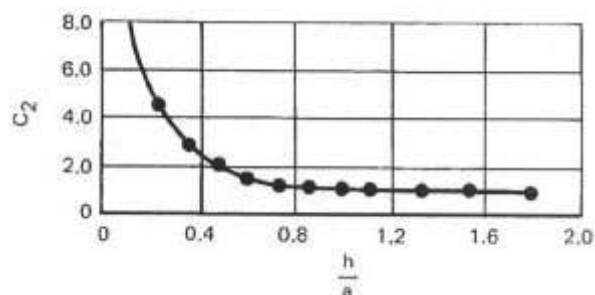
<sup>^</sup> Galileo number

C ثابتی عددی است که مقادیر مختلفی برحسب شکل مخزن و ارتفاع آن پیدا می کند . برای مقادیر ارتفاع سیال بیشتر از شعاع مخزن مقادیر ثابت C اغلب حدود ۰,۷۹ می گردد ، مقادیر دیگر ارایه شده برای این ثابت در جدول (۳-۱) داده شده است .

شکل مخزن	ضریب C	مرجع	h./a (ارتفاع به شعاع)
استوانه ای (کف مسطح)	۰,۵۶	۲۶	بزرگتر از یک
استوانه ای (کف مسطح)	۰,۷۹	۲۸	بزرگتر از یک
استوانه ای (کف مسطح)	۰,۸۳	۲۹	بزرگتر از یک
استوانه ای (کف کروی)	$۰,۷۹ \times C_2$	۲۹	همه جا

جدول ۳-۱ . مقادیر عددی ضریب C برای تخمین میرایی لزجی در مخازن استوانه ای (در جاذبه معمول یا زیاد)

نکته ای که لازم به ذکر است ، اینکه در هنگام در نظر گرفتن تیغه های میرا کننده لحاظ نمودن میرایی حاصل از دیواره ها ضروری نمی باشد .



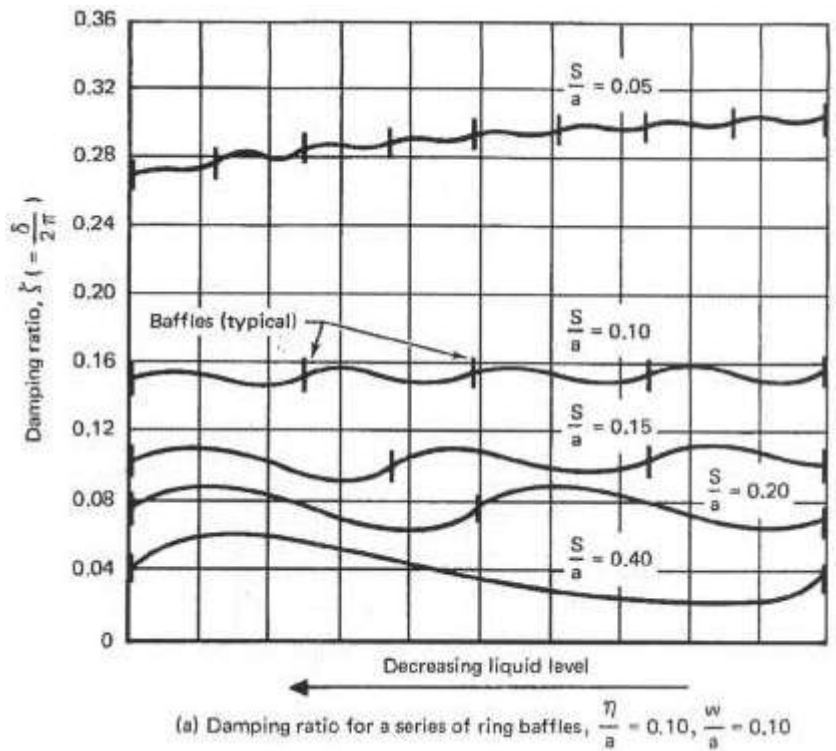
شکل ۳-۴ . مقدار تجربی  $C_2$  بر حسب ارتفاع نسبی سیال

## تیغه های رینگی و متقاطع

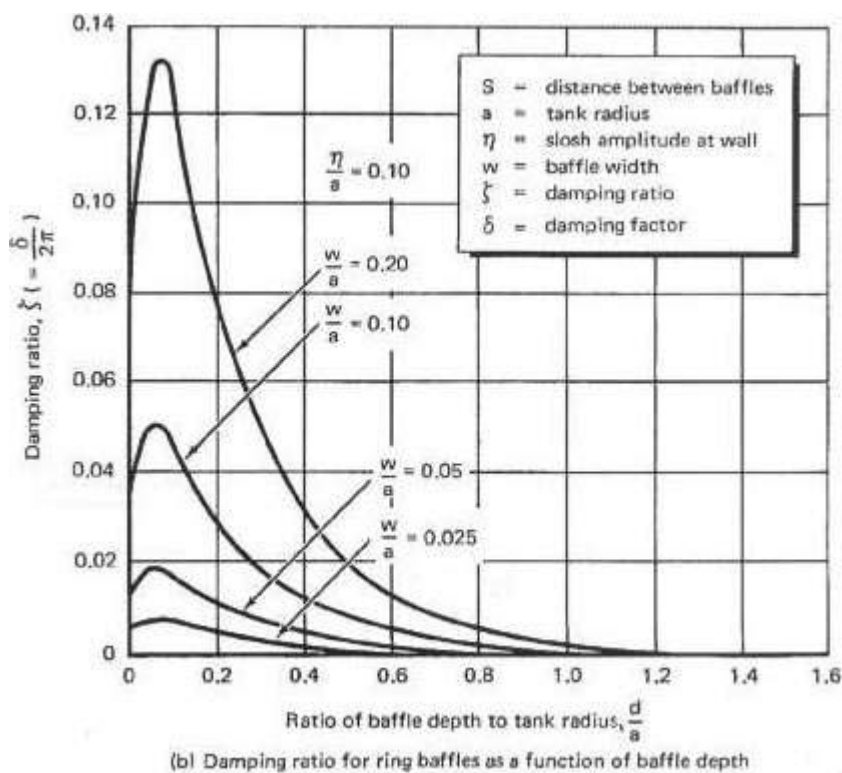
طراحی تیغه های رینگی شکل محدود کننده تلاطم ، بر اساس انتخاب عرض (پهنا) ، فاصله ، و عمق تیغه بالایی جهت ایجاد نسبت میرایی لازم  $\zeta$  ، به عنوان تابعی از سطح مایع در مخزن می باشد . برای یک تیغه صلب رینگی شکل که در یک مخزن استوانه ای به کار رفته است ، می توان نسبت میرایی را ، به عنوان تابعی از عمق تیغه  $d$  بر اساس معادله میل<sup>۹</sup> تخمین زد [۳۱] :

$$\zeta = \frac{\delta}{2\pi} = 2.83 e^{-4.6 \frac{d}{a}} \left[ \frac{2W}{a} - \left( \frac{W}{a} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \left( \frac{\eta}{a} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3-36)$$

که در رابطه فوق  $W$  پهناى تیغه ،  $\eta$  ارتفاع بیشینه (ماکزیمم) موج تلاطم بر دیواره و  $\delta$  ضریب میرایی (یا کاهش لگاریتمی) می باشد . عبارت داخل قلاب رابطه بالا بخشی از سطح مخزن است که توسط تیغه پوشیده شده است . نمونه هایی از نتایج محاسبه شده به کمک رابطه فوق در شکل (۳-۵) نشان داده شده است .



<sup>۹</sup> Miles' Equation



شکل ۳-۵. میرایی تیغه های رینگی در مخازن استوانه ای

میرایی حاصل از چندین تیغه را با استفاده از رابطه (۳-۳۶) و جمع آثار (Superposition) خطی می توان به دست آورد ، اما تنها تیغه هایی که در عمقی کمتر از دو سوم شعاع مخزن از سطح آزاد مایع پایینتر هستند ، در میرایی به صورت جدی موثر می باشند و باید لحاظ گردند . در استفاده از تیغه های میرا کننده در نزدیکی سطح آزاد ، کاهش فرکانس تشدید مایع بایستی در نظر گرفته شود . همچنین می توان به منظور کاهش وزن و بهینه سازی تیغه ها آنها را سوراخ نمود که در حالت نزدیک به بهینه سطح آنها ۲۰ تا ۲۵ درصد کاهش می یابد [۳۲، ۱۹، ۳۳] . طراحی تیغه های رینگی بسته به عوامل مختلفی چون ، عملیات مورد نظر ، اندازه وشکل مخزن ، نوع و موقعیت تیغه ها و عوامل دیگر متغیر است . برای مخازن استوانه ای معمول نکات زیر در طراحی اولیه مناسب می باشند : تیغه اول را در فاصله ۰،۰۸ تا ۰،۱۰ شعاع مخزن زیر سطح آزاد مایعی قرار می دهیم که در طی عملیات در آن سطح ، میرایی تلاطم مورد نظر می باشد . سپس رینگهای بعد را با فاصله ای حدود ۰،۲  $s/a \leq$  (نسبت فاصله به شعاع مخزن) قرار می دهیم . این

ابعاد به طور تقریب میرایی ثابتی را در طی زمان تخلیه مخزن با استفاده از تیغه ها ، فراهم می آورند . در مواردی که از تیغه های شیب دار استفاده شده ، بیشترین تاثیر برای مواردی است که ، موقعیت تیغه ها عمود بر خط جریان -در مخزن بدون تیغه میرا کننده- بوده است .

تیغه های متقاطع در کاربردهای معمول به جای تیغه های رینگی توصیه نمی شوند . هر چند که این ابزار می تواند در مخازن نزدیک به خالی و در کاربردهای ویژه ای مفید باشد ، اما در بعضی موارد کاربردی ، رفتار نامطلوبی نشان می دهد . در هر مورد به منظور استفاده از چنین وسایلی ، کارایی آن باید به وسیله آزمایش تایید گردد . میرایی ایجاد شده با چنین تیغه هایی را باید به نوعی در طراحی به حساب آورد ، . روش مناسبی جهت تخمین نسبت های میرایی استفاده از نتایج آزمایشی برای به دست آوردن ضریب پسا (Drag) ،  $C_D$  می باشد . برای صفحه تخت در مقابل جریان سینوسی ، نتایج به صورت معادله زیر در آمده است [۲۶] :

$$C_D = \frac{15}{(U_{\max} T / D)^{1/2}} \quad , \quad 2 \leq \frac{U_{\max} T}{D} \leq 20 \quad \text{برای}$$

$$C_D = 2 \quad , \quad \frac{U_{\max} T}{D} \geq 100 \quad \text{برای} \quad (3-37)$$

که تنها تابعی از پارامتر تناوب  $U_{\max} T / D$  است ، در اینجا سرعت سیال  $U = U_{\max} \cos \omega t$  ،  $T$  تناوب یا پریود نوسان ( $T = 2\pi / \omega$ ) و  $D$  عرض یا پهنای صفحه می باشد . این نتایج از صفحه ای که هر دو طرف آن در معرض جریان بوده ، به دست آمده است ، لذا برای کاربرد این معادله برای دیواره یا تیغه مورد نظر (میرا کننده) ، عرض موثر صفحه  $D$  ، برابر با  $2W$  است ، که  $W$  اندازه شعاعی جلو آمده صفحه می باشد .

### ملاحظات کنترلی

طراحی ابزارها مانع (یا محدود کننده تلاطم) بایستی در مواجهه با دستگاه های کنترلی هماهنگی و تطابق داشته باشد . متغیرها در الزامات طراحی تیغه ها می بایست ، با توجه به تغییرات در طی

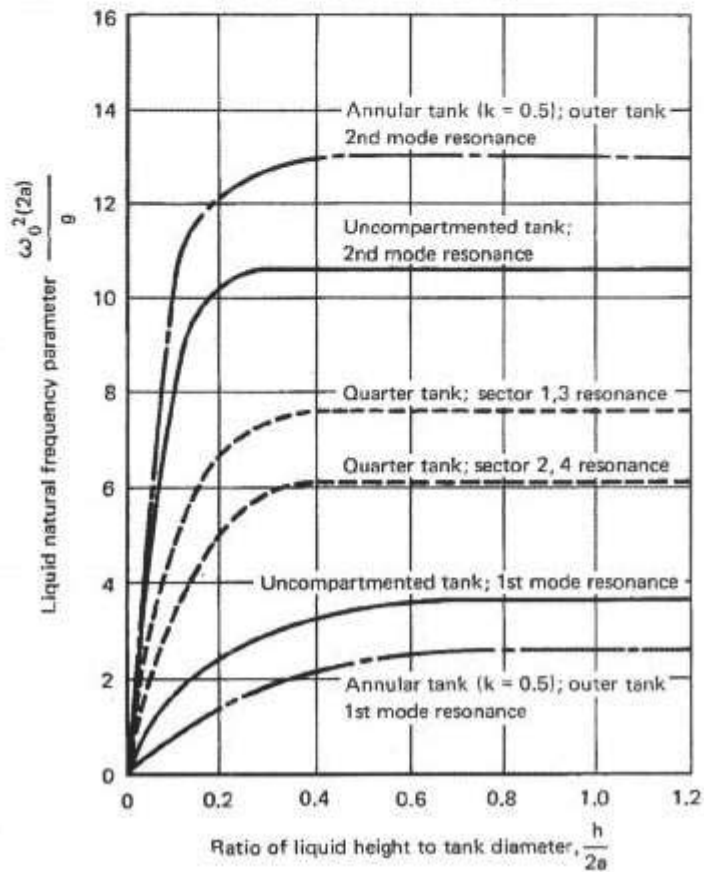
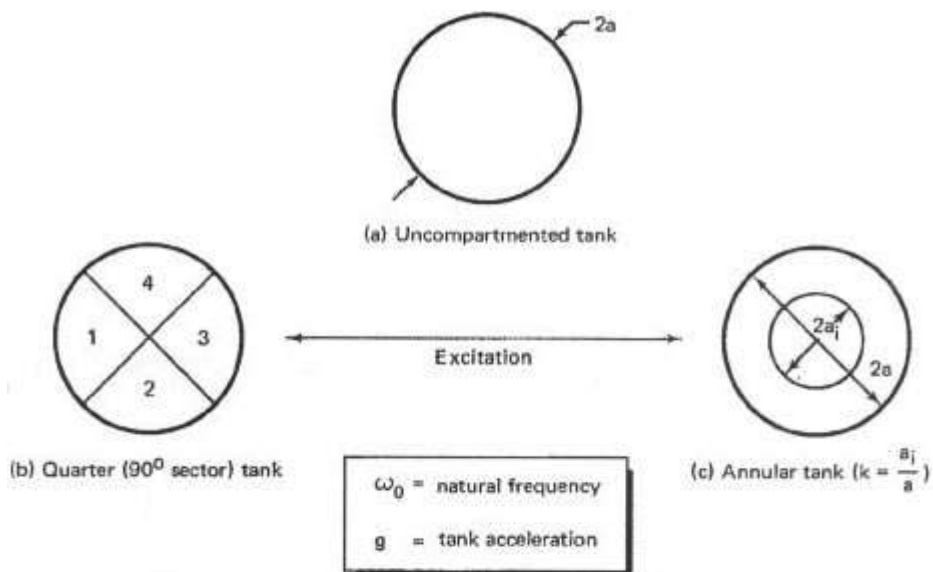
طراحی مشخصات حس کننده های سیستم کنترل ، موقعیت آنها و مقادیر بهره<sup>۱۰</sup> سیستم کنترل لحاظ گردد . موارد زیر به عنوان اهداف طراحی توصیه می گردند ، هر چند که همواره الزامی نمی- باشند :

- نسبت فرکانس تلاطم به فرکانس کنترل بزرگتر از واحد باشد .
  - نسبت فرکانس تلاطم به فرکانس خمشی بنیادی کمتر از یک باشد .
- اطلاعات فرکانس های تلاطم برای انواع هندسه مخزن در شتاب گرانشی بالا در مرجع [۲۳] ارایه شده است .

تقسیم بندی مخازن به طراح اجازه میدهد تا فرکانسهای مایع را از فرکانسهای تشدید آن دور نماید و به طور همزمان و مقدار نیروی مقدار جرم متلاطم و در نتیجه نیرو و گشتاور حاصل از آن را کاهش دهد ، به عنوان مثال در مخزنی که به چهار قسمت شده ، جرم متلاطم مود اول ، تقریبا به یک سوم می رسد . . شکل (۳-۶) طرح هایی از تقسیم بندی مخازن استوانه ای را به همراه رفتار فرکانسی آنها نشان می دهد [۳۵] . باید توجه نمود که مخزن تقسیم شده به چهار قسمت دو مود پایین را به یکدیگر نزدیک نیز می نماید . این مقادیر تئوری به علت تاثیرات دامنه های تحریک محدود ، ممکن است از مقادیر واقعی بزرگتر باشند ، لذا در شرایطی که بخواهیم فرکانس طبیعی تحریک را از مقدار مشخصی بالاتر ببریم کافی است طراحی به گونه ای انجام شود که فرکانس حاصل از مقدار تئوری آن بزرگتر و یا مساوی باشد در نتیجه از مقدار واقعی آن نیز بالاتر خواهد بود . همچنین سوراخ کردن دیواره ها بایستی به دقت از طریق آزمایش بررسی گردد زیرا حفره یا سوراخهای بزرگ می تواند سبب گردد تا مقدار کافی سیال بین بخشها منتقل گردیده ، هدف مورد نظر از تقسیم بندی ، خنثی شود .

---

<sup>۱۰</sup> Gain



شکل ۳-۶. تغییرات فرکانس طبیعی بر حسب ارتفاع نسبی برای مخازن تقسیم بندی شده

## ملاحظات سازه ای

ابزارهای مانع تلاطم از آنجا که خود قسمتی از اجزا مخزن می باشند بایستی از صحت عملکرد آنها اطمینان پیدا کرد ، لذا بایستی ، همانند اجزای دیگر سازه ای از مقاومت کافی برخوردار باشند .

ساختار ابزار محدود کننده تلاطم به طور معمول شامل این اجزا می باشد : ۱. یک سطح خارجی که به دیواره مخزن متصل می شود ، ۲. سطح داخلی (که ممکن است در مخازن با قطر بزرگ به وسیله یک نبشی یا بست نگهداشته شود) ، ۳. صفحه یا بافتی که به دو سطح داخلی و خارجی متصل می گردد . این صفحه یا بافت ممکن است تقویت شده یا بدون تقویتی باشد ، همچنین ممکن است که دارای سوراخ یا بدون سوراخ باشد . سطوح باید به گونه ای طراحی شوند تا از هر گونه ذخیره (باقی ماندن) مایع در آنها اجتناب گردد . ساختار ابزار محدود کننده تلاطم می بایست ، توان تحمل تمامی شرایط بارگذاری را داشته باشد . بارهایی که در راستای محور X-X موازی صفحه و یا محور Y-Y موازی پایه خارجی وارد می گردد ، بنابر این تحلیل برای بارهای زیر باید انجام گیرد :

۱. برای تنشهای سطح خارجی ، تحلیل حول محور X-X به علت بارهای ناشی از تلاطم ، خمش حول محور Y-Y به علت بارهای غشای بافت (صفحه) یا بارهای بست نگهدارنده ، و بارهای کشش محوری حاصل از فشار داخل مخزن

۲. برای تنشهای سطح داخلی ، همان تحلیلهای سطح خارجی ، به علاوه تحلیل برای خمش حول محور X-X به علت بارهای ترکیب (درمراحل ساخت ومونتاز)

۳. برای تنشهای سطح بافت یا صفحه ، تحلیل نیروهای غشایی برای ورق مسطح و نیروها خمشی برای اتصالات ، تقویتی صفحه ، تنشهای خمشی ناشی از بارهای تلاطم ، تنشهای فشاری حاصل از عکس العمل های غشا (صفحه) و کشش محوری منتج از نیروهای فشار مخزن را تحمل می کند .

۴. میله های تقویتی بارهای عکس العملی تلاطم ، اینرسی رینگ و بارهای ترکیب (مراحل ساخت و مونتاژ) را تحمل می کند .

به علاوه تنشهای حاصل از تغییرات دما و ارتعاشات محلی برای تمامی اجزا بایستی در نظر گرفته شود

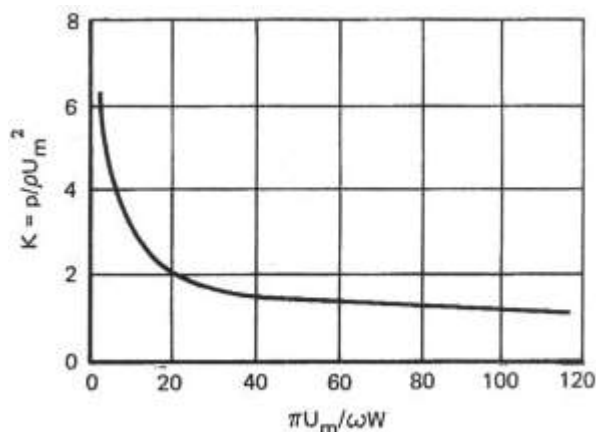
### بارگذاری فشاری تیغه ها

#### روابط کاربردی تیغه های رینگ

فشار بیشینه موثر بر تیغه درون سیال ، که در سیال نوسانی با سرعت  $U=U_{max}\cos \omega t$  واقع شده است را می توان با استفاده از رابطه زیر محاسبه کرد :

$$P = K \rho U_m^2 \quad (3-38)$$

که در رابطه بالا  $K$  پارامتر بدون بعدی است که مقدار آن به طور تجربی از نمودار شکل (۳-۷) به دست می آید .



شکل ۳-۷. فشار بدون بعد تیغه ها

با در نظر گرفتن اینکه سرعت ماکزیمم عمودی در هر ارتفاع از مخزن استوانه ای - با استفاده از روابطی که در قسمتهای قبلی آن را به دست آوردیم - برابر است با :

$$U_m = \frac{1.84 \cdot g}{\omega \cdot a} \eta \frac{\text{Sinh}[1.84 \cdot (h-z) a^{-1}]}{\text{Cosh}[1.84 \cdot h a^{-1}]} \quad (3-39)$$

با توجه به مقدار فرکانس طبیعی مود اول تلاطم عرضی :

$$\omega_1 = \sqrt{1.841ga^{-1} \tanh(1.841ha^{-1})}$$

و با این فرض که ارتفاع سیال در مخزن برابر یا بیشتر از شعاع مخزن است ، معادله فشار سیال به طور تقریبی خواهد شد :

$$P = K \rho \omega_1^2 \eta^2 e^{-3.682z/a} \quad (3-40)$$

در اینجا اگر  $\eta$  را برابر  $g/\omega_1^2$  در نظر بگیریم فشار بیشینه به طور تقریبی برابر است با :

$$P = \frac{K\rho ga}{1.841} e^{-3.682za^{-1}} \quad (3-41)$$

مجموعه روابط اساسی در مرجع [۳۶] آمده است و در مرجع [۳۷] روش تحلیلی با مقادیر آزمایشی مقایسه شده اند . موافقت عمومی خوبی بین روشهای تحلیلی با نتایج حاصل از آزمایشها وجود دارد ، هر چند که باید در نظر داشت ، روشهای حل تئوری بر اساس جریان غیر لزج بوده ممکن است تخمین دقیقی از فشار بیشینه بر تیغه های مورد نظر در دوره تلاطم ارایه ندهند . سوراخ کردن این تجهیزات نیروی اعمال شده بر آنها را ۲۵ تا ۳۰ درصد کاهش می دهد .

هنگامی که تیغه ها دقیقا بر روی سطح آرام سیال قرار دارند به طور تناوبی در اثر عملکرد امواج تلاطم تحت ضرباتی قرار می گیرند . با استفاده از اندازه حرکت و فرض این که سرعت سیال پس از برخورد با تیغه به طور کامل معکوس می شود ، معادله فشار به صورت زیر در می آید :

$$P = 2 \rho U_m^2 \quad (3-42)$$

که در این رابطه  $U_m$  سرعت ماکزیمم سیال در برخورد می باشد . برای  $U_m = \omega_1 \eta_1$  معادله می شود:

$$P = 2 \rho (\omega_1 \eta_1)^2 \quad (3-43)$$

چنانچه مقدار  $\eta_1$  را  $g/\omega_1$  بگیریم و ارتفاع سیال بزرگتر مساوی شعاع مخزن باشد . رابطه فشار ماکزیمم خواهد شد :

$$P = \frac{2\rho ga}{1.841} \quad (3-44)$$

## روابط تیغه های دیگر

به طور کلی بارهای تلاطم سیال در مجموعه تیغه هایی نظیر تیغه های ضدچرخش از بارگذری اینرسی کوچکتر است ، زیرا سرعت سیال در موقعیت تیغه های زیر سطح مایع معمولا کوچک است . بارگذاری فشاری موجود را می توان به وسیله معادله ای به شکل معادله (۳-۳۸) بیان نمود که در چنین رابطه ای  $K$  به شکل تیغه و پارامتر بدون بعد  $U_m T/D$  بستگی دارد [۳۸]. اطلاعاتی راجع به مقادیر  $K$  برای جریان نوسانی حول استوانه ها و صفحات ارایه می کند . برای جریان یکنواختی که پس از برخورد به طور کامل معکوس می گردد ، مقدار  $K$  در رابطه (۳-۴۲) برابر ۲ می گردد . سرعت سیال  $U_m$  را می توان از تابع پتانسیل سرعت ، که قبلا به دست آمده ، تعیین نمود . به عنوان نمونه از روابطی که برای تابع پتانسیل سرعت در بخشهای پیشین به دست آمد ، اجزای سرعت شعاعی و مماسی برای سیال متلاطم در مخزن استوانه ای در مود عرضی نخست آن به شکل زیر بیان می شود :

$$U_r = \frac{g\eta}{\omega_1} \left[ \frac{1.841 J_1(1.841 ra^{-1})}{a J_1(1.841)} - \frac{1}{r} \frac{J_1(1.841 ra^{-1})}{J_1(1.841)} \right] \cos\theta \frac{\cosh[1.841(h-z)a^{-1}]}{\cosh(1.841 ha^{-1})} \cos\omega_1 t$$

و

$$U_\theta = -\frac{g\eta}{\omega_1} \left[ \frac{J_1(1.841 ra^{-1})}{r J_1(1.841)} \right] \sin\theta \frac{\cosh[1.841(h-z)a^{-1}]}{\cosh(1.841 ha^{-1})} \cos\omega_1 t \quad (3-45)$$

## آزمایش های تجربی

هنگامی که اطلاعات لازم برای یک مورد به خصوص میرا کننده کافی نباشد ، روشهای آزمایش با ابعاد واقعی و یا با مقیاسی<sup>۱۱</sup> از آن انجام می گردد . در هر مورد محدود شدن تلاطم به وسیله اندازه گیری کاهش لگاریتمی دامنه نوسان مایع در ارتعاش آزاد و یا از روش پاسخ نیرویی به دست می-

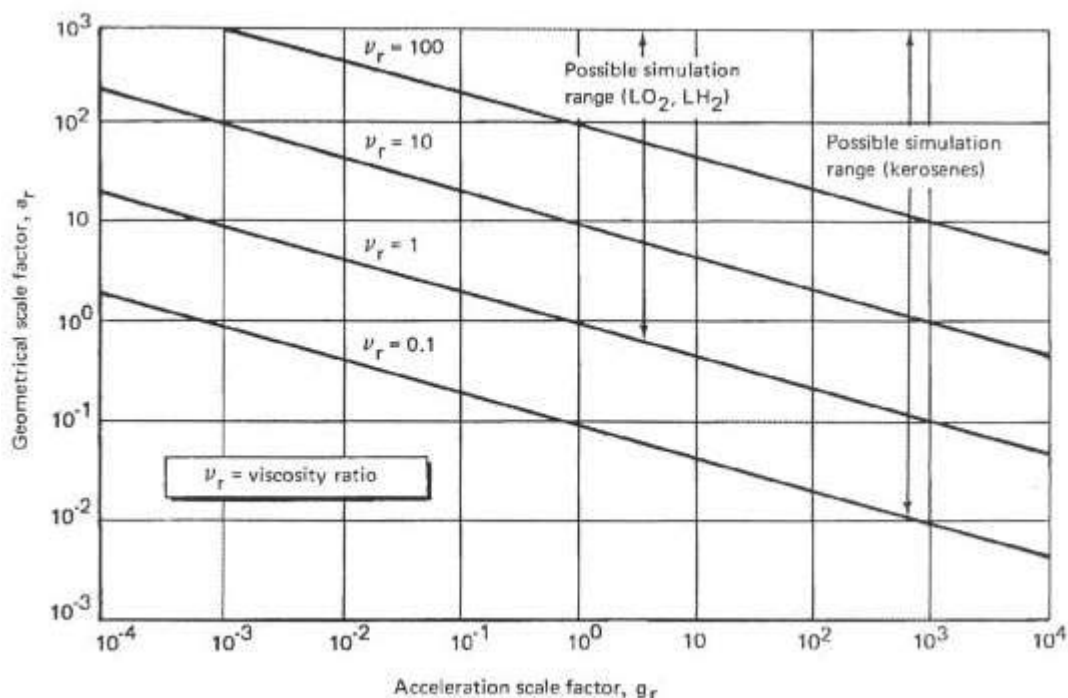
<sup>۱۱</sup> چگونگی به دست آوردن روابط و ساخت نمونه مشابهی ، که مقیاسی از مخزن و تجهیزات واقعی آن است به طور مفصل در فصل ۵ شرح داده می شود .

آید. در مورد اخیر نیاز داریم تا مشخصه پاسخ فرکانسی نیرو (یا سرعت) را اندازه گیری نموده، سپس از دامنه پیک در حالت تشدید یا روش دیگری، میرایی را تعیین نماییم.

آزمایش با مقیاسی از اندازه واقعی به مسایل مختلفی نظیر، مقیاس اینرسی، لزجت و مشخصات مایع بستگی دارد. مقیاس اینرسی در مقابل دیگر مشخصات سیال اثر بیشتری دارد لذا به صورت رابطه زیر خواهیم داشت:

$$t_r^2 = a_r / g_r \quad (3-46)$$

همان گونه که در فصل ۵ هم اشاره خواهد شد، زیر نویس  $\tau$  به معنای نسبت هر مشخصه در مدل به نمونه اصلی است. و این به آن معنا است که مدلی از هر مقیاس هندسی، با استفاده از مقیاس مناسب زمانی می تواند، برای بررسی مخزن با ابعاد واقعی مورد استفاده قرار گیرد.



شکل ۳-۸. نمودار شبیه سازی اثر لزجت (برای مخزن مشابه هندسی)

هنگامی که نیاز به مدل لزج داریم، همانند حالتی که مشخصه های میرایی دیواره ها اهمیت دارد، ویسکوزیته سینماتیکی  $\nu$  باید در تحلیل وارد شده، رابطه ای به شکل زیر خواهیم داشت:

$$a_r^2 = v_r^2 / g_r \quad (3-47)$$

به عبارت دیگر عدد گاليله ( $G_A = v^{-1} \cdot a^{3/2} \cdot g^{-1/2}$ ) بایستی بین مدل و نمونه اصلی ثابت نگاه داشته شود .

رابطه بالا در شکل (۳-۸) برای مقادیر مختلف  $v_r$  بر حسب تغییرات  $a_r$  به  $g_r$  رسم شده است . خط  $v_r = 1$  نسبت اندازه و شتاب را برای حالت که مایع درون مخزن نمونه و مدل یکسان هستند ، نشان می دهد .

## فصل چهارم

از آنجا که تحلیل حرکت مایع در مخزن به علت پیچیدگیهای رفتار سیال و در نتیجه معادلات حاکم بر آن دشوار می باشد همچنین به منظور اعمال تاثیر پدیده تلاطم در مسایل دینامیکی ، روشهای مختلفی برای محاسبه نیروهای حاصل از این پدیده به کار می رود که در این فصل به روش شبیه سازی دینامیکی با جرم فشر می پردازیم و در نهایت معادلات شبیه سازی شده را به دست آورده ، ضرایب نامعین را از آزمایشهای تجربی در معادلات قرار می دهیم . همچنین نتایج حاصل از شبیه سازی به وسیله پاندول نوسانی را ارایه می نمایم .

آنچه باعث شد تا توجه محققان به شبیه سازی مساله تلاطم با سیستمهای معمول و رایج نظیر جرم و فنر یا پاندول نوسانی جلب شود ، به علت خاصیت نوسانی و پررودیک این پدیده بود ، که در اولین بررسی ها نیز ملاحظه می گردد . اولین بار ژاکوفسکی در ۱۸۸۵ به این مساله پرداخت . در سالها بعد این روش یکی از روشهای قابل قبول برای اعمال رفتار تلاطمی سیال در مخازن بوده است و امروزه در بسیاری از مسایل به منظور دوری از حل معادلات پیچیده سیالات و از طرفی در نظر گرفتن پدیده تلاطم در مخازن از روشهای شبیه سازی استفاده می گردد ، به عنوان نمونه در مرجع [۲۴] - که یکی از جدیدترین کاربردها از این روش است - با استفاده از شبیه سازی ، یک مخزن تانکر حمل و نقل جاده ای با سیستم مشابه دینامیکی ، مدلسازی گردیده ، تحلیل عددی این پدیده به کمک نرم افزار Ansys انجام شده ، در نتیجه رفتار دینامیک حرکتی تانکر حمل مایع در مانورهای جاده ای بررسی شده است . این تحقیق به منظور یافتن شرایط بحرانی جلوگیری از ناپایداری در حرکت ، همچنین جلوگیری از واژگونی چنین وسایلی انجام شده است .

### روش شبیه سازی

در این روش سعی می شود رفتار نوسانی سیال درون مخزن با سیستم معادلی از جرم و فنرها یا پاندولهای نوسانی جایگزین گردد . می دانیم که در پدیده تلاطم تمامی سیال درون مخزن

نوسان نمی کند بلکه تنها قسمتی از سطح آزاد آن در این پدیده شرکت می کند<sup>۱</sup> لذا قسمت قابل توجهی از سیال درون مخزن به صرت جسمی صلب از حرکت مخزن پیروی می کند ، برای این منظور جرم سیال درون مخزن را به دو قسمت ساکن و متلاطم تقسیم می نماییم ، جرم ساکن سیال را در ارتفاع مشخصی از مخزن بدون حرکت قرار داده ، جرم متلاطم - برابر با مقدار جرمی که نوسان می کند- را همراه فنر یا پاندول ، با حرکتی نوسانی در نظر می گیریم . آنچه برای درستی و تایید صحت این شبیه سازی اهمیت دارد آن است که سیستم معادل شبیه سازی شده تحت تحریک یکسان - با سیستم اصلی - اثری مشابه با سیال را بر مخزن اعمال نماید .

### فرضیات

در ابتدا به منظور ساده سازی روابط فرضیات قابل قبولی را انجام می دهیم ، از جمله اینکه مخزن شامل سیال را صلب فرض می کنیم زیرا اثر متقابل سازه و سیال عامل ایجاد مساله کوپله شده ، حل مساله را پیچیده می نماید ، از طرفی این فرض برای بسیاری از مخازن با توجه به تقویت‌های محیطی و یا پوسته های قوی فرضی نزدیک به واقعیت می باشد ، هر چند که کارهایی در زمینه شبیه سازی تلاطم در مخزن با اعمال فرض الاستیک بودن مخزن نیز انجام گردیده که در کارهای بعدی ارائه خواهد شد . فرض دیگر تراکم ناپذیری و همگنی سیال مورد بحث می باشد که در مورد بسیاری از مایعات صحیح می باشد . همچنین به منظور خطی کردن روابط تغییر مکان ها را کوچک در نظر گرفته ، جریان را غیر چرخشی در نظر می گیریم<sup>۲</sup> .

نکته قابل توجه آن است که بایستی ، برای هر مود حرکت نوسانی ، یا به عبارت دیگر برای هر فرکانس طبیعی مجموعه سیال درون مخزن ناچار به استفاده از یک سیستم معادل جرم ، فنر ،

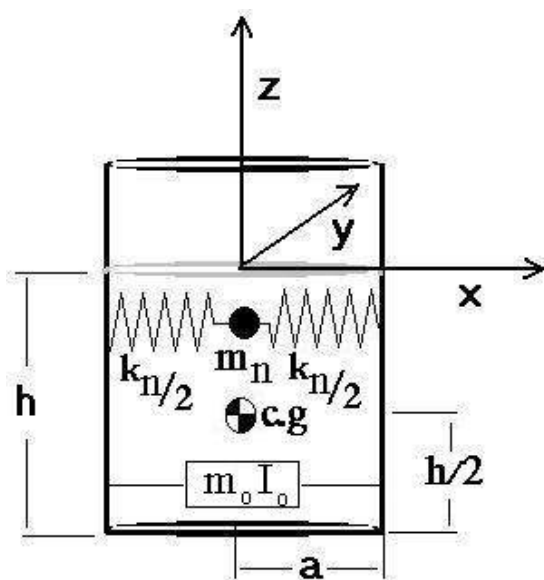
---

<sup>۱</sup> عمق موثر رویداد این پدیده بستگی به تحریک و ابعاد مخزن دارد . اما معمولاً در حدود عمقی کمتر از یک سوم شعاع مخزن می باشد [۲۳] .

<sup>۲</sup> فرض اعمال شده به منظور خطی سازی روابط در محدوده ای است که بخواهیم از سیستم معادل مکانیکی خطی استفاده نماییم . در حالتی که بخواهیم با استفاده از نتایج آزمایشی و حل تحلیلی معادلات غیر خطی را شبیه سازی نماییم ، می توان از فنر یا پاندول نوسانی غیر خطی استفاده نمود . نمونه ای از این نتایج در جدول ۱-۴ آمده است .

میراکننده یا پاندول با حرکت میرا شونده داریم ، که بسته به دقت مورد نیاز می توان تعداد این سیستمهای دینامیکی شبیه سازی شده را افزایش داد به طوریکه هر سیستم معادل ، مبین یکی از مدهای ارتعاشی سیال درون مخزن باشد .

بنابر این ، همان گونه که اشاره شد ، سیستمهای ساده مکانیکی از مجموعه ای از جرم و فنر - و یا پاندول نوسانی - به همراه یک جرم غیر متلاطم که قسمت عمده جرم سیستم را شامل می شود تشکیل شده است . جرم و فنرها به صورت موازی و در فواصل مشخص نسبت به کف مخزن قرار می گیرند و جرم غیر متلاطم نیز در فاصله معینی از کف مخزن و به صورت جسمی صلب قرار می گیرد ، شکل (۴-۱) . هر کدام از این جرم و فنر و یا پاندولها در واقع نشان دهنده مدهای طبیعی تلاطم عرضی سیال می باشند و ثابت خواهد شد که با بکار بردن تعداد بی شماری از این جرم و فنر یا پاندولها تلاطم سیال درون مخزن به طور دقیق با نوسانات سیستم مکانیکی مدل می شود. اما در عمل بکار بردن بی شمار این سیستمها امکان نداشته ، از سوی دیگر بکار بردن چند مود اول که مدهای غالب تلاطم می باشند از دقت کافی و مناسبی برخوردار است و لزومی به استفاده از تعداد زیادی از مدها وجود ندارد (شکل ۴-۳) .



شکل ۴-۱ . هندسه ، مختصات و نحوه قرارگیری سیستم معادل

## شبهه سازی دینامیکی

در اینجا یک سیستم معادل مکانیکی مانند شکل (۴-۱) را در نظر می گیریم . از آنجا که هدف مقایسه نیروهای وارده بر دیواره مخزن است ، فرض می شود که این سیستم نیز همانند مخزن حاوی سیال مورد مطالعه در فصل قبل تحریک شود ، که این تحریک ها عبارت هستند از دو تحریک همزمان انتقالی و چرخشی .

برای بدست آوردن پاسخ دینامیکی این سیستم از روش انرژی لاگرانژ استفاده می شود. انرژی جنبشی این سیستم به شکل زیر بدست می آید:

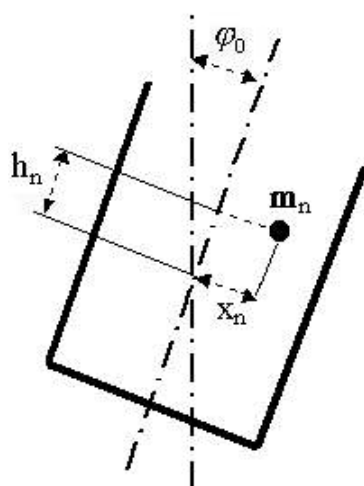
$$T = \frac{1}{2} m_n (\dot{x}_n - h_n \dot{\varphi}_n)^2 + \frac{1}{2} I_n \dot{\varphi}_n^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} m_n V_n^2 \quad (4-1)$$

که در آن  $V_n$  سرعت جرم متلاطم  $n$  ام می باشد. مطابق شکل (۴-۲) و با توجه به کوچک بودن  $\varphi_n$  می توان نوشت :

$$V_n \approx \frac{d}{dt} (h_n \varphi_n + x_n) + \dot{x}_n \Rightarrow V_n \approx \dot{x}_n + h_n \dot{\varphi}_n + \dot{x}_n \quad (4-2)$$

در نتیجه

$$T = \frac{1}{2} m_n (\dot{x}_n - h_n \dot{\varphi}_n)^2 + \frac{1}{2} I_n \dot{\varphi}_n^2 + \frac{1}{2} \sum m_n (\dot{x}_n + \dot{x}_n + h_n \dot{\varphi}_n)^2 \quad (4-3)$$



شکل ۴-۲ . تغییر مکان جرم متلاطم شبهه سازی شده

با توجه به شکل (۴-۲) انرژی پتانسیل سیستم به شکل زیر بدست می آید :

$$U = m \cdot gh \cdot (1 - \cos \varphi) - \sum m_n g [h_n (1 - \cos \varphi) + x_n \sin \varphi] + \sum \frac{1}{2} k_n x_n^2 \quad (۴-۴)$$

و با توجه به کوچک بودن  $\varphi$  و این که  $m \cdot h = \sum m_n h_n$  می توان نوشت:

$$U = -\sum m_n g x_n \varphi + \sum \frac{1}{2} k_n x_n^2 \quad (۴-۵)$$

اکنون با توجه به آنکه  $L=T-U$  معادلات حرکت عبارتند از :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i} \right) + \frac{\partial L}{\partial x_i} = -F \quad (۴-۶)$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt} [m \cdot (\dot{x}_i - h \cdot \dot{\varphi}) + \sum m_n (\dot{x}_i + \dot{x}_n + h_n \dot{\varphi})] = -F$$

$$\Rightarrow m \cdot (\ddot{x}_i - h \cdot \ddot{\varphi}) + \sum m_n (\ddot{x}_i + \ddot{x}_n + h_n \ddot{\varphi}) = -F$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} \right) + \frac{\partial L}{\partial \varphi} = -M$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt} [-m \cdot (\dot{x}_i - h \cdot \dot{\varphi}) h + I \cdot \dot{\varphi} + \sum m_n (\dot{x}_i + \dot{x}_n + h_n \dot{\varphi}) \times h_n] - \sum m_n g x_n = -M$$

$$\Rightarrow I \cdot \ddot{\varphi} + m \cdot h \cdot \ddot{\varphi} - m \cdot h \cdot \ddot{x}_i + \sum m_n h_n \ddot{x}_i + \sum m_n h_n (\ddot{x}_n + h_n \ddot{\varphi}) - g \sum m_n x_n = -M$$

با توجه به این که  $m \cdot h = \sum m_n h_n$  داریم :

$$\Rightarrow I \cdot \ddot{\varphi} + m \cdot h \cdot \ddot{\varphi} + \sum m_n h_n (\ddot{x}_n + h_n \ddot{\varphi}) - g \sum m_n x_n = -M$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_n} \right) + \frac{\partial L}{\partial x_n} = 0 \quad (۴-۷)$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt} [m_n (\dot{x}_i + \dot{x}_n + h_n \dot{\varphi})] + k_n x_n - m_n g \varphi = 0$$

$$\Rightarrow m_n (\ddot{x}_i + \ddot{x}_n + h_n \ddot{\varphi}) + k_n x_n - m_n g \varphi = 0 \quad (۴-۸)$$

در این روابط  $M, F$  به ترتیب نیرو و گشتاور اعمالی از طرف سیستم مکانیکی به دیواره مخزن می-باشد .

برای تطابق نیروهای وارده به مخزن در دو حالت تلاطم سیال و نوسان سیستم مکانیکی لازم است تا تحریک های وارد شده به مخزن در دو حالت یکسان باشد. به همین منظور فرض می کنیم که

حرکتهای انتقالی و چرخشی توابعی هارمونیک نسبت به زمان، یعنی متناسب با  $e^{i\omega t}$ ، باشند بنابراین اگر رابطه (۴-۸) بر حسب  $x_n$  حل شود؛ آنگاه:

$$x_n = -\frac{\ddot{x}_0}{\omega_n^2 - \omega^2} - \frac{h_n + g/\omega^2}{\omega_n^2 - \omega^2} \ddot{\phi} \quad (۴-۹)$$

$$\ddot{x}_n = \frac{\omega^2 \ddot{x}_0}{\omega_n^2 - \omega^2} + \frac{h_n \omega^2 + g}{\omega_n^2 - \omega^2} \ddot{\phi} \quad (۴-۱۰)$$

که در آن  $\omega_n = \sqrt{k_n/m_n}$  با استفاده از این روابط و روابط (۴-۶) و (۴-۷) نیرو و گشتاور وارد شده به مخزن را می توان به شکل زیر نوشت:

$$F = -m_T \left\{ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{m_n}{m_T} \left[ \frac{\omega^2 / \omega_n^2}{1 - \omega^2 / \omega_n^2} \right] \right\} \ddot{x}_0 - m_T \ddot{\phi} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{m_n}{m_T} \left[ \frac{h_n \omega^2 / \omega_n^2 + g / \omega_n^2}{1 - \omega^2 / \omega_n^2} \right] \quad (۴-۱۱)$$

$$M = -\ddot{\phi} \cdot \left\{ I + m \cdot h^2 + \sum_{n=1}^{\infty} m_n h_n^2 + m_T \sum_{n=1}^{\infty} \frac{m_n}{m_T} \left[ \frac{h_n g / \omega_n^2 + \frac{g^2}{\omega^2 \omega_n^2} + h_n^2 \left( \frac{\omega}{\omega_n} \right)^2}{1 - (\omega / \omega_n)^2} \right] \right\} - \quad (۴-۱۲)$$

$$m_T \ddot{y} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{m_n}{m_T} \left[ \frac{h_n (\omega / \omega_n)^2 + \frac{g}{\omega_n^2}}{1 - (\omega / \omega_n)^2} \right]$$

که در آن  $m_T = m + \sum_{n=1}^{\infty} m_n$  اکنون اگر مخزن حاوی سیال به طور همزمان تحت تأثیر دو تحریک

انتقالی و چرخشی قرار گیرد با توجه به روابط (۳-۲۷) و (۳-۳۱) خواهیم داشت:

$$F_t = -m_F \ddot{x}_0 \cdot \left\{ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(\omega / \omega_n)^2 \tanh(\lambda_n h / a)}{\lambda_n (\lambda_n^2 - 1) (h/a) (1 - \omega^2 / \omega_n^2)} \right\} \quad (۴-۱۳)$$

$$F_r = m_F \ddot{\phi} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2a(\omega / \omega_n)^2}{\lambda_n (\lambda_n^2 - 1) (1 - \omega^2 / \omega_n^2)} \left\{ \left( \frac{g}{h\omega^2} + \frac{1}{2} \right) \tanh(\lambda_n h / a) + \frac{2}{\lambda_n h / a} \left( \frac{1}{\cosh(\lambda_n h / a)} - 1 \right) \right\} \quad (۴-۱۴)$$

$$M_t = -m_F \ddot{x}_0 \cdot a \left\{ \frac{a}{4h} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\omega / \omega_n)^2}{\lambda_n (\lambda_n^2 - 1) (1 - \omega^2 / \omega_n^2)} \left[ \tanh(\lambda_n \frac{h}{a}) \right] \right\}$$

$$\left. + \frac{1}{\lambda_n h/a} \left( \frac{1}{\cosh(\lambda_n h/a)} - 1 \right) \right\} \quad (4-15)$$

$$M_r = -m_F g \phi \cdot \frac{a^2}{4h} + m_F \ddot{\phi} \cdot a^2 \left\{ \frac{1}{4} \left( \frac{h}{a} \right)^2 - \frac{1}{\lambda} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(\omega/\omega_n)^2}{\lambda_n (\lambda_n^2 - 1)(1 - \omega^2/\omega_n^2)} \right. \\ \times \left[ \left( \frac{h}{4a} - \frac{3g}{2a\omega^2} - \frac{1}{\lambda_n h/a} \right) \tanh(\lambda_n h/a) + \frac{1}{\lambda_n \cosh(\lambda_n h/a)} \left( 2 - \frac{3g}{a\omega^2} \times \frac{a}{h} \right) \right] \\ \left. + \left( \frac{5g}{a\omega^2} \times \frac{1}{(\lambda_n h/a)} + \frac{1}{2\lambda_n} \right) \right\} \quad (4-16)$$

که در آن  $M_t$ ,  $F_t$  به ترتیب نیرو و گشتاور ناشی از تحریک انتقالی و  $M_r$ ,  $F_r$  نیرو و گشتاور ناشی از تحریک چرخشی می باشد. از آنجایی که  $m_F = m_T = \rho a^2 \pi h$  یک مقایسه مستقیم بین روابط (4-11) و (4-13) نتیجه می دهد:

$$\frac{m_n}{m_T} = \frac{\tanh(2\lambda_n h/d)}{\lambda_n h/d(\lambda_n^2 - 1)}, d = 2a \quad (4-17)$$

برای معادل ساختن  $F_r$  و جزء چرخشی  $F$ ، در رابطه (4-11)، به ترتیب زیر عمل می کنیم.

$$(4-14) \Rightarrow$$

$$F_r = m_T \ddot{\phi} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2a(\omega/\omega_n)^2}{\lambda_n (\lambda_n^2 - 1)(1 - \omega^2/\omega_n^2)} \left[ \left( \frac{g}{h\omega^2} + \frac{1}{2} \right) \tanh(\lambda_n h/a) + \frac{2a}{\lambda_n h} \left( \frac{1}{\cosh(\lambda_n h/a)} - 1 \right) \right] \\ \Rightarrow F_r = m_T \ddot{\phi} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2a}{\lambda_n (\lambda_n^2 - 1)(1 - \omega^2/\omega_n^2)} \left[ \left( \frac{g}{h\omega^2} + \frac{\omega^2}{2\omega_n^2} \right) \tanh(\lambda_n h/a) + \frac{2a(\omega/\omega_n)^2}{\lambda_n h} \left( \frac{1}{\cosh(\lambda_n h/a)} - 1 \right) \right]$$

با توجه به آنکه :

$$\sinh(\lambda_n h/a) = 2 \sinh\left(\lambda_n \frac{h}{2a}\right) \cosh\left(\lambda_n \frac{h}{2a}\right), \cosh(\lambda_n h/a) = 2 \sinh^2\left(\lambda_n \frac{h}{2a}\right) + 1$$

$$F_r = m_T \ddot{\phi} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{d \tanh(2\lambda_n h/d)}{\lambda_n (\lambda_n^2 - 1)(1 - \omega^2/\omega_n^2)} \left( \frac{g}{\omega_n^2} + h/2 \left( \frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 + \frac{d}{\lambda_n} \left( \frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 \times \right. \\ \left. \frac{\cosh(\lambda_n h/a)}{\sinh(\lambda_n h/a)} \times \frac{-2 \sinh^2(\lambda_n h/d)}{\cosh(\lambda_n h/a)} \right) \quad \text{می توان نوشت :}$$

$$\Rightarrow F_r = m_T \ddot{\phi} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\tanh(\lambda_n h / d)}{\lambda_n h / d (\lambda_n^2 - 1)} \times \quad (4-18)$$

$$\frac{h / \sqrt{(\omega / \omega_n)^2} \left( 1 - \frac{\lambda_n d}{\lambda_n h} \tanh(\lambda_n h / a) \right) + g / \omega_n^2}{1 - \omega^2 / \omega_n^2}$$

مقایسه این رابطه با رابطه (4-11) نتیجه می دهد :

$$\frac{h_n}{h} = \sqrt{1 - \frac{d}{\lambda_n h} \tanh(\lambda_n h / d)} \quad (4-19)$$

اکنون رابطه (4-16) را می توان به شکل زیر بازنویسی کرد :

$$\begin{aligned} M_r = m_T \ddot{\phi} \cdot a^2 \times & \\ \left\{ \frac{g}{\sqrt{h \omega^2}} + \frac{1}{\sqrt{a}} \left( \frac{h}{a} \right)^2 - \frac{1}{\lambda} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{(\omega / \omega_n)^2}}{\lambda_n (\lambda_n^2 - 1) (1 - \omega^2 / \omega_n^2)} \left[ \left( \frac{h}{\sqrt{a}} - \frac{\sqrt{g}}{\sqrt{a \omega^2}} - \frac{\sqrt{a}}{\lambda_n h} \right) \right. \right. & \\ \times \tanh(\lambda_n h / a) + \frac{1}{\lambda_n \text{Cosh}(\lambda_n h / a)} \left( \sqrt{1 - \frac{\sqrt{g}}{a \omega^2}} \times \frac{a}{h} \right) & \\ \left. \left. + \left( \frac{\sqrt{g}}{a \omega^2} \times \frac{1}{\lambda_n h / a} + \frac{1}{\sqrt{\lambda_n}} \right) \right] \right\} & \quad (4-20) \end{aligned}$$

که با توجه به اتحاد  $\sum \frac{1}{\lambda_n^2 (\lambda_n^2 - 1)} = \frac{1}{\lambda}$  نتیجه می شود [39] :

$$\begin{aligned} M_r = m_T \ddot{\phi} \cdot d^2 \left\{ \frac{1}{\sqrt{a}} \left( \frac{h}{d} \right)^2 + \frac{1}{\sqrt{a}} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left( \frac{1}{\sqrt{h}} \frac{g}{\omega^2} - \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} \right) (1 - \omega^2 / \omega_n^2)}{\lambda_n^2 (\lambda_n^2 - 1) (1 - \omega^2 / \omega_n^2)} + \right. & \\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 / \sqrt{(\omega / \omega_n)^2}}{\lambda_n (\lambda_n^2 - 1) (1 - \omega^2 / \omega_n^2)} \times \left[ \left( \frac{h}{\sqrt{a}} - \frac{\sqrt{g}}{\sqrt{a \omega^2}} - \frac{\sqrt{a}}{\lambda_n h} \right) \tanh(\lambda_n h / a) + \right. & \\ \left. \left. \frac{1}{\lambda_n \text{Cosh}(\lambda_n h / a)} \left( \sqrt{1 - \frac{\sqrt{g}}{a \omega^2}} \times \frac{a}{h} \right) + \left( \frac{\sqrt{g}}{a \omega^2} \times \frac{1}{\lambda_n h / a} + \frac{1}{\sqrt{\lambda_n}} \right) \right] \right\} & \end{aligned}$$

$$\Rightarrow M_r = m_r \ddot{\phi} \cdot d \left\{ \frac{1}{12} \left( \frac{h}{d} \right)^2 + \frac{1}{16} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_n (\lambda_n^2 - 1) (1 - \omega^2 / \omega_n^2)} \times \left[ \frac{\omega^2}{\omega_n^2} \right] \right\} \times$$

$$\left( \tanh(\lambda_n h / a) \left( \frac{h}{d} - \frac{d}{\lambda_n h} \right) + \frac{1}{\lambda_n \text{Cosh}(\lambda_n h / a)} - \frac{1}{\lambda_n} + \frac{\nu d}{h \lambda_n^2} \tanh(\lambda_n h / d) \right) +$$

$$\frac{\nu \omega^2}{\lambda_n \omega_n^2} \left( 1 - \frac{d}{\lambda_n h} \tanh(\lambda_n h / d) \right) + \frac{g}{\nu h \lambda_n^2} \times \frac{1}{\omega^2} - \frac{g}{\nu h \lambda_n \omega_n^2} - \frac{\nu}{4 \lambda_n} +$$

$$\left. \frac{\nu g}{4 a \omega_n^2} \tanh(\lambda_n h / a) - \frac{\nu g}{h \omega_n^2 \lambda_n \text{Cosh}(\lambda_n h / a)} + \frac{\delta g}{\nu h \omega_n^2 \lambda_n} \right] \left. \right\}$$

که پس از ساده سازی می توان نوشت :

$$M_r = \ddot{\phi} \cdot \left\{ I_f + m_{Tr} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\tanh(\nu \lambda_n h / d)}{\lambda_n h / d (\lambda_n^2 - 1)} \frac{h^2 \omega^2 \left[ 1 - \frac{\nu d}{\lambda_n h} \tanh(\lambda_n h / d) \right]}{\nu \omega_n^2 [1 - (\omega / \omega_n)^2]} \right. \quad (4-21)$$

$$\left. + m_t \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\tanh(\nu \lambda_n h / d)}{\lambda_n h / d (\lambda_n^2 - 1)} \frac{(g / \omega)^2 + gh \left[ 1 - \frac{\nu d}{\lambda_n h} \tanh(\lambda_n h / d) \right]}{\omega_n^2 [1 - (\omega / \omega_n)^2]} \right\}$$

که در آن :

$$I_f = m_r d^2 \left\{ \frac{1}{12} \left( \frac{h}{d} \right)^2 + \frac{1}{16} - \nu \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - \frac{d}{\lambda_n h} \tanh(\lambda_n h / d)}{\lambda_n^2 (\lambda_n^2 - 1)} \right\} \quad (4-22)$$

با مقایسه رابطه (4-21) با جزء چرخشی رابطه (4-12) و همچنین با توجه به روابط (4-17) و

(4-19) دیده می شود که I. را می توان به ترتیب زیر بدست آورد :

$$I. = I_f - m \cdot h^2 - \sum_{n=1}^{\infty} m_n h_n^2 \quad (4-23)$$

اکنون با داشتن  $\omega_n$  از رابطه (4-13) و با توجه به رابطه زیر می توان کلیه پارامترهای مدل

مکانیکی جرم و فنر را به دست آورد

$$k_n = m_n \omega_n^2 \quad (4-24)$$

پارامترهای مدل جرم و فنر برای یک مخزن استوانه ای عبارتند از :

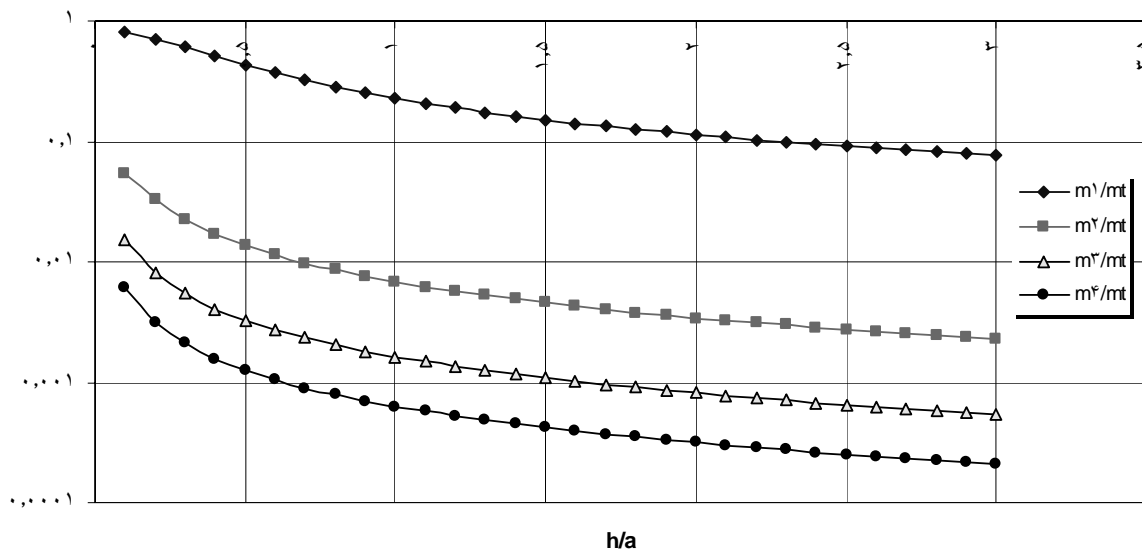
$$k_n = m_T \frac{g}{h(\lambda_n^2 - 1)} \tanh(\lambda_n h / d) \quad , \quad m_n = m_T \frac{d}{\lambda_n h(\lambda_n^2 - 1)} \tanh(\lambda_n h / d)$$

$$m_0 = m_T - \sum_{n=1}^{\infty} m_n \quad , \quad h_n = h / \lambda_n - \frac{d}{\lambda_n} \tanh(\lambda_n h / d) \quad , \quad h_0 = \frac{1}{m_0} \sum_{n=1}^{\infty} m_n h_n$$

$$I_0 = I_F - m_0 h_0^2 - \sum_{n=1}^{\infty} m_n h_n^2$$

شکل (۳-۴) بر اساس روابط به دست آمده اثر جرمهای متلاطم در مودهای مختلف را

نشان می دهد ، همانطور که ملاحظه می گردد اثر جرمهای متلاطم در مودهای دوم و بعد از آن در مقایسه با این مشخصه برای مود اول بسیار اندک می باشد ، به طوری که در مخزن استوانه ای بدون تیغه میراکننده ، اثر جرمی معادل برای مود دوم تنها سه درصد جرم معادل شبیه سازی شده مود اول آن است لذا در بسیاری از موارد شبیه سازی به خصوص در جایی که نیازمند جوابهای اولیه و مرتبه آنها هستیم با دقت قابل قبولی می توان سیستم مخزن و سیال را تنها با یک سیستم معادل دینامیکی در مود اول آن شبیه سازی نمود . در اینجا به محاسبه و تعیین مشخصه های یک مخزن نمونه استوانه ای شکل با ، مدل شبیه سازی به کمک جرم و فنر ، در اولین مد ارتعاشی تلاطم که مد غالب نیز می باشد می پردازیم . بنا به روابط قبل و با اعمال ساده سازی معادلات حال برای مود نخست تلاطم نتایج جدول (۱-۴) به دست می آید .



شکل ۳-۴ . اثر جرم معادل برای چهار مود نخست یک سیستم شبیه سازی شده

رابطه محاسباتی	عنوان مشخصه های مطلوب
$\sqrt{1.841 ga^{-1} \tanh(ha^{-1})}$	فرکانس طبیعی $\omega_1$
$0.4547 ah^{-1} \tanh(1.841 ha^{-1})$	نسبت جرم متلاطم $m_1/m$
$1 - \frac{m_1}{m}$	نسبت جرم ساکن $m_1/m$
$m_1 \omega_1^2$	ثابت فنر $k_1$
$1.08 ah^{-1} \tanh(0.920 ha^{-1})$	نسبت موقعیتی جرم متلاطم $h_1/h$
$\frac{1}{2} \frac{m}{m_1} - \left(\frac{m_1}{m}\right) \left(\frac{h_1}{h}\right)$	نسبت موقعیتی جرم ساکن $h_1/h$
$0.5232 ah^{-1} \coth(1.841 ha^{-1})$	نسبت طول پاندول $l_1/h$
$2 m_1 \omega_1 \zeta_1$	ضریب میرایی $c_1$

جدول (۴-۱) مشخصه های سیستم شبیه سازی شده برای مود اول

## فصل پنجم

در این فصل به بررسی روش های آزمایشی به منظور تحلیل اثر پدیده تلاطم در مخازن می پردازیم. یکی از روشهایی که محققان همواره برای مطالعه تلاطم در مخازن پیش گرفته اند و هنوز هم ادامه دارد، روش های آزمایشی است. در آزمایش های تجربی باید به دو نکته اساسی توجه ویژه ای نمود، نکته اول آن که در بسیاری موارد انجام تستهای تجربی هزینه بر و مشکل می باشند لذا انجام چنین تحقیقاتی محدود می گردد، دیگر آن که، در پاره ای از موارد به علت شرایط مورد نظر - که تحلیل تجربی مساله نیز در چنان شرایطی مورد نظر است -، انجام آزمایش های تجربی در شرایط کاملا یکسان با رویداد واقعی عملا غیرممکن و نشدنی است. نمونه ای از این مساله را می توان در شرایط تست برای مخزن استوانه ای شکل با ابعاد بزرگی نظیر مخازن سوخت موشکها، در میدان گرانشی خیلی بالا - حدود ۱۰ برابر شتاب جاذبه زمین - ملاحظه کرد، در این مورد، ایجاد شرایطی که بتوان در چنین میدان گرانشی به مطالعه دقیق پدیده تلاطم پرداخت، عملا غیر ممکن و یا حداقل بسیار دشوار می باشد. به علاوه آزمایش هایی در اندازه واقعی<sup>۱</sup> نیاز به تجهیزات و اندازه گیری های دقیقی داشته، ایجاد شرایط آزمایش برای ابعاد بزرگ آزمایشی علاوه بر هزینه دشواری های مخصوص به خود را نیز به همراه دارد.

با توجه به مطالب فوق، همچنین توجه به مشکلاتی که انجام یک آزمایش در ابعاد واقعی داراست در این فصل روشی را با کمک تحلیل گروههای بدون بعد<sup>۲</sup> مطرح می نماییم، تا بتوان از مخازن نمونه کوچکی، برای یافتن پاسخ سیستم سیال متلاطم در مخزن استفاده نمود. لذا در این فصل ابتدا به بیان روش به کار رفته و نحوه دستیابی و تحلیل گروههای بدون بعد پرداخته، سپس نتایج حاصل از آزمایش های مختلف مخازن همشکلی که در گزارشات مختلف ارایه شده اند با نتایج حاصل از تحلیل گروههای بدون بعد در نمودارهایی ارایه گردیده میزان قابلیت اعتماد این روش

---

<sup>۱</sup> Full Scale

<sup>۲</sup> Non Dimensional Method

بررسی می گردد [۳۴].

### پارامترهای موثر در پدیده تلاطم

در بررسی یک مخزن استوانه ای شامل یک مایع پارامترهای موثر در پدیده تلاطم عبارتند

از<sup>۳</sup>:

$a^*$  شتاب طولی در راستای مخزن  $[L T^{-2}]$

$d$  قطر مخزن  $[L]$

$F$  نیروی منتج از حرکت مایع بر دیوار مخزن  $[MLT^{-2}]$

$X$  دامنه تحریک  $[L]$

$h$  ارتفاع مایع در مخزن  $[L]$

$\mu$  لزجت (ویسکوزیته) مایع  $[ML^{-1}T^{-1}]$

$\rho$  دانسیته مایع  $[ML^{-3}]$

$\tau$  پرید تحریک  $[T]$

### روابط بین پارامترها :

با توجه به ۸ پارامتر موثر که در تحلیل این پدیده (تلاطم) فرض می کنیم و با در نظر

گرفتن اینکه پارامترهای فیزیکی یا ابعاد اصلی ما (همان گونه که در ابعاد پارامترهای بالا نشان داده

شده اند) سه پارامتر فیزیکی جرم ، طول ، زمان می باشند بر اساس قضیه پی باکینگهام<sup>۴</sup> می توان

معادله مرتبط کننده این پارامترها را به صورت زیر نوشت :

$$\Phi(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \dots, \pi_{n-m}) = 0$$

<sup>۳</sup> در بیان پارامترهای موثر عامل تنش سطحی نادیده گرفته شده است ، زیرا علاوه بر پیچیدگی و محدود شدن در ساخت نمونه ، همان طور که بعدا اشاره می گردد ، اثر این پدیده در شرایط مطلوب ما یعنی میدان گرانشی زیاد ، در مقابل اثرات دیگر ناچیز می باشد . هر چند در ادامه به گروه بدون بعد آن اشاره می گردد .

<sup>۴</sup> Pi-Baking'ham

$$n-m=8-3=5 \quad (5-1)$$

که در رابطه بالا  $m, n$  به ترتیب تعداد پارامترهای موثر در مساله پدیده فیزیکی مورد نظر و تعداد ابعاد پایه و  $\pi$  ترکیبات بدون بعد پارامترها می باشد. لذا در این مساله تعداد 5 گروه بدون بعد خواهیم داشت.

با حل کلی معادله 5-1 جواب به صورت گروههای بدون بعد زیر در می آید:

$$\frac{F}{(\rho d^3)(d/\tau^2)} = \phi\left[\frac{a^*}{d/\tau^2}, \frac{h}{d}, \frac{X}{d}, \frac{\rho d(d/\tau)}{\mu}\right] \quad (5-2)$$

در رابطه فوق  $a\tau^2/d$  معادل عدد فرود<sup>5</sup> و  $\rho d(d/\tau)/\mu$  معادل عدد رینولدز<sup>6</sup> می باشد.

برای فشار مایع بر روی دیوار نیز، به شکلی مشابه، با نیروی وارد شده بر آن می توان تحلیلی انجام داد، که در نتیجه:

$$P = f(F/d^2) \quad (5-3)$$

در معادله بی بعد نیرو در معادله 5-2 می توان نوشت:

$$\frac{P\tau^2}{\rho} = \frac{F}{\rho(d/\tau)^2} \quad (5-4)$$

که با جایگزینی در رابطه نیرو، گروه بدون بعد فشار به دست می آید. که به صورت یک ثابت فشاری (عدد اویلر<sup>7</sup>) می باشد:

$$\frac{P}{\rho d^2 \tau^2} \quad (5-5)$$

چنانچه پارامتر تنش سطحی را نیز به عنوان یکی از عوامل موثر در نظر بگیریم، با تکرار مراحل فوق به گروه بدون بعد دیگری به شکل  $\rho d^3/\sigma\tau^4$  می رسیم که همان عدد وبر<sup>8</sup> می باشد. چنانچه بعداً در همین فصل ملاحظه می شود حل همزمان این گروه بدون بعد جدید و  $\rho d(d/\tau)/\mu$

<sup>5</sup> Froude's Number

<sup>6</sup> Reynolds' Number

<sup>7</sup> Euler Number

<sup>8</sup> Weber Number

در مدل موجود بسیار دشوار می باشد . لذا فرض می گردد که نیروهای تنش سطحی در مقایسه با نیروهای لزجت ناچیز می باشد در نتیجه می توان کلیه ملاحظات مربوط به تنش سطحی را حذف نمود .

### روابط تحریک چرخشی

در حالت تحریک چرخشی پارامترهای وابسته مشابه حالت انتقالی باقی می ماند با این تفاوت که تحریک با دو پارامتر تعریف می شود ، این دو پارامتر عبارتند از : چرخش زاویه ای  $\theta$  و موقعیت چرخش محور  $b$  . اما در دامنه کوچک تحریک چرخشی می توان ملاحظه کرد که :  $b \cdot \theta = X$  . و بنابر این معادله تابع کلی ۲-۵ را می توان برای تحریک انتقالی و چرخشی با دامنه کم ، به خوبی به کار برد . استفاده از ممان  $b$  .  $M=F$  به عنوان تحریک در گروهی که از ضرب معادله ۵-۵ در نسبت  $b/a$  به دست می آید ، شکل می گیرد .

### ملاحظات مدلسازی بر حسب روابط

اگر کلیه گروههای بدون بعد همخوانی داشته باشند فشار و نیروی حاصل از آزمایش مدل نمونه برای استفاده در نمونه اصلی دقیقاً قابل استفاده خواهد بود . لذا باید سعی نمود که نسبتها بین مدل و نمونه اصلی به طور دقیقی برقرار باشد .

در اینجا نسبت پارامترهای مدل به نمونه اصلی را با زیرنویس  $r$  نشان می دهیم . حال با توجه به گروههای بدون بعد که در بالا به دست آمدند نسبتهای شبیه سازی را به دست می آوریم :

$$d_r = d_m/d_p \quad (5-6)$$

$$h_r = X_r = b_r = d_r , \quad \theta_r = 1 \quad (5-7)$$

به همین ترتیب بقیه پارامترهای مدل از رابطه (۵-۷) به دست می آیند .

در حالتی که بخواهیم از اثر لزجت صرف نظر کنیم ، عدد رینولدز از تحلیل خارج شده

رابطه بین مدل و نمونه اصلی تنها به ضرایب هندسی و مقیاس زمانی بستگی پیدا می کند .

$$\frac{d_m}{a_m^* \tau_m^r} = \frac{d_p}{a_p^* \tau_p^r} \Rightarrow \frac{d_m / d_p}{a_m^* / a_p^* (\tau_m / \tau_p)^r} = 1 \Rightarrow \frac{d_r}{a_r^* \tau_r^r} = 1$$

$$\tau_r = d_r/a_r^* \quad (5-8)$$

این نتیجه بدان معنا است که هر اندازه مدل در میدان شتاب ۱g (شتاب گرانشی زمین) را می توان برای استفاده نمونه اصلی در هر میدان شتابی با استفاده از تغییر مقیاس زمانی ، استفاده نمود ، همچنین می توان از هر مایعی استفاده نمود ، چرا که دانسیته مایع فقط در پارامترهای نیرو یا فشار ظاهر می گردد .

پارامتر  $a^* \tau^2/d$  را می توان به عنوان متغیر مستقل به کار برد و از آنجا که فرکانس پارامتر قابل توجه و مهمی است آن را از این متغیر به صورت  $d\omega^2/a^*$  به دست آورد .

با توجه به معادله ۵-۸ می توان گروه فشار یا نیرو را به صورت زیر تغییر داد :

$$F/\rho a^* d^2 \quad \text{یا} \quad P/\rho a^* d$$

مقادیر اندازه گیری شده بر حسب  $d\omega^2/a^*$  به عنوان متغیر اصلی و بقیه پارامترها به صورت متغیر وابسته می باشند .

در صورت در نظر گرفتن لزجت نیز می توان داده ها را مانند قبل ارایه نمود ، اما در این

حالت مدل به محدودیتی برخورد می کند که ناشی از حضور گروه رینولدز می باشد از رابطه (۵-۸) داریم :

$$\frac{\rho d(d/\tau)}{\mu} = \frac{\rho d^{\frac{2}{3}} a^{*\frac{1}{3}}}{\mu} \quad (5-10)$$

$$d_r = (\mu_r / \rho_r)^{3/2} a_r^{*-1/2} \quad (5-11)$$

این نتایج نشان می دهد که مقیاس هندسی در این حالت از طریق نسبتهای دانسیته مایع ، شتاب و لزجت مایع استخراج می گردد . اگر مایل باشیم که مدلها را طوری تست کنیم که مشخصات شتابهای مختلف وارد بر نمونه اصلی را نشان دهد می توان قطر مدل را ثابت نموده ، مشخصات مایع را تغییر دهیم و یا مایع را ثابت نگه داشته ، اندازه مدل را تغییر دهیم . زمانی که دامنه ویژگیهای مایع بسیار محدود باشد می توان ترکیبی از دو حالت بالا را انتخاب کرد .

در کاربرد عملی که مدل‌های کوچکی بتوانند پاسخگوی شرایط مدل‌های اصلی بزرگی باشند لازم است تا مایعات مورد استفاده برای تست از دانسیته بالا یا ویسکوزیته (لزجت) پایینی برخوردار باشند (بر اساس روابط ارایه شده قبلی). در اینجا هر چند مایعی مانند جیوه مناسب به نظر می‌رسد اما به دلایل مختلفی مانند هزینه بالا و سمی بودن جیوه نمی‌توان از آن استفاده نمود. نمونه‌ای که در چنین تست‌هایی به کار رفته معمولاً محلول‌های ارگانیک هستند که ویسکوزیته بسیار پایینی دارند که به عنوان نمونه می‌توان به متیلن کلراید اشاره کرد.

### شرح آزمایش‌های انجام شده :

در اینجا به توضیح آزمایش‌هایی می‌پردازیم که برای مخازن مختلفی انجام شده‌اند، این نتایج به منظور مقایسه و بررسی صحت همچنین دقت تحلیل بدون بعد مورد استفاده قرار می‌گیرد. نکته‌ای که در اینجا باید به آن اشاره نمود این است که، هر چند روش آزمایشی در مقایسه با روش‌های دیگر ممکن است محدودیتهایی از لحاظ هزینه و اجرا داشته باشد، لیکن استفاده از این روش ما را قادر می‌سازد تا هر گونه پیچیدگی در شکل و ابزار داخلی مخزن را لحاظ نماییم. همان‌گونه که در این قسمت ملاحظه خواهد شد، آزمایش‌های ارایه شده در این بخش برای مخازن استوانه‌ای انجام شده است، که در آنها از دو ابزار مختلف برای محدود کردن تلاطم و افزایش میرایی استفاده می‌شود، و این مساله اهمیت دارد که با حضور این مکانیزم‌های کاهش تلاطم (یا محدود ساز آن) باز نتایج حاصل از نمونه با دقت قابل قبولی، با در نظر گرفتن کلیه ملاحظات، قابل استفاده می‌باشد، و این نکته‌ای است که در بقیه روش‌ها امکان پذیر نیست.

آزمایش‌ها گرد آوری شده [۱۳۴] برای مخازنی استوانه‌ای شکل با کف مسطح<sup>۹</sup> انجام شده است. در این مخازن از ریب‌هایی با سطح مقطع Z شکل به منظور تقویت محیطی استفاده می‌شود.

---

<sup>۹</sup> در واقع کف مخزن مورد آزمایش مسطح نمی‌باشد و در اینجا از مفهومی به عنوان کف معادل استفاده می‌شود، کف معادل، سطحی است بالاتر از کف واقعی که مخزن با کف غیر مسطح را با مخزن کف تخت معادل می‌سازد.

اندازه تقویت‌های محیطی در مخازن مورد آزمایش در حدود ۳ درصد قطر مخزن است . و درنتایج آزمایش اول (بدون میراکننده) اثر حضور آنها بررسی می شود .

در نمودارهایی که ارائه می شود محور افقی بر حسب فرکانس تحریک بدون بعد  $d\omega^2/a^*$  و محور عمودی نیروی کلی بدون بعد ،  $F/[(\rho d^3 a^*)(X./d)]$  می باشد . در این نتایج به منظور وضوح و دقت بیشتر ، تنها نتایج اثر نیرویی اعمالی بر مخزن در نزدیکی مود اول ارائه شده ، لازم به ذکر است که رفتار آزمایش های نشان داده شده در ادامه آزمایش نیز مشابه همین ناحیه می باشد . نکته قابل توجه دیگر آن که ، به علت عدم وجود داده های آزمایش مورد نظر در مشخصات فرکانسی یکسان در بعضی قسمتها در نمودارهای ارائه شده ، نتایج نیرویی دقیقا در یک فرکانس ثابت موجود نمی باشد . به علاوه این آزمایش ها در ارتفاعی از سیال در نزدیکی اندازه قطر مخزن انجام شده است .

شکل ۲-۵ نتایج یک سری آزمایشهای بدون ابزار مستهلک کننده (ابزار میرایی یا میرا کننده) را ارائه می دهد . مدل استفاده شده در این سری آزمایشها با هر دو مایع آب و متیلن بروماید آزمایش گردیده است . در این شکل بایستی توجه نمود ، همان طور که قبلا اشاره شد در مدل مورد آزمایش ، از ریب های تقویتی محیطی با سطح مقطع Z شکل استفاده می شود ، که با توجه به همخوانی بسیار خوب تئوری غیر لزج با نتایج حاصل از آزمایش ، واضح است که ریب های تقویت محیطی با پهنا یا عرضی حدود ۳ درصد قطر مخزن و سطح مقطع Z شکل میرایی ناچیزی به مشخصه ها تلاطم می افزاید ، لذا اثر میرا کننده چنین ساختاری ناچیز و لزجت در این شرایط قابل صرف نظر نمودن می باشد .

همان گونه که در شکل ۲-۵ ملاحظه می شود ، نقاط آزمایشی به خوبی خط تئوری غیر لزج را دنبال می کند .

---

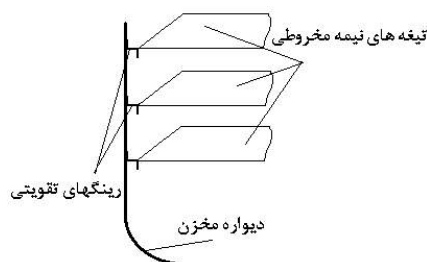
این سطح بالای حجمی از مایع قرار می گیرد که هم حجم شکل کف در مخزن غیر مسطح می باشد . مثلا در یک مخزن استوانه ای با کف مخروطی کف معادل در فاصله دو سوم بالای نقطه انتهایی کف (نوک مخروط) می باشد .

در اشکال ۳-۵ تا ۵-۵ مقایسه آزمایش مدل با نمونه اصلی (الگو) با حضور دو مکانیزم یا ابزار میرا کننده تلاطم انجام شده است. این دو مکانیزم عبارتند از: ۱. استفاده از قوطی یا ظروف شناور<sup>۱۰</sup> در سطح آزاد سیال درون مخزن و ۲. استفاده از رینگهای نیمه مخروطی متصل به بدنه شکل (۱-۵).

در شکل ۳-۵ نتایج اثرات نیرویی وارد بر مخزن برای دو مدل - با تعداد متفاوت شناور - با نمونه واقعی مقایسه شده است. لازم به ذکر است که در آزمایش مخزن، با مکانیزم میرا کننده شناوری، در اندازه واقعی، از تعداد ۹۱ ظرف شناور مشابه استفاده شده است. نتایج برای مقادیر ۹۰، ۹۴ و ۹۸ شناور<sup>۱۱</sup> در سطح تکرار و نتایج به دست آمده است، همان گونه که مشاهده می شود با افزایش تعداد شناور ها میزان تلاطم و در نتیجه نیروهای منتج از آن کاهش می یابد به طوری که در حالت سطح کاملا پوشیده از شناور مقدار نیرو به کمترین حد خود می رسد.

در نمودار ۴-۵ اثر دامنه تحریک در دامنه نیروی اعمال شده بر مخزن بررسی شده است، این شکل نشان می دهد که دامنه نیروی منتج از تلاطم در دامنه تحریک بیشتر، کمتر از نیروی حاصل از دامنه تحریک بیشتر می باشد و به طور کلی اثر میرایی در دامنه تحریک کوچکتر نسبت به تحریک با دامنه بیشتر مقدار بزرگتری است.

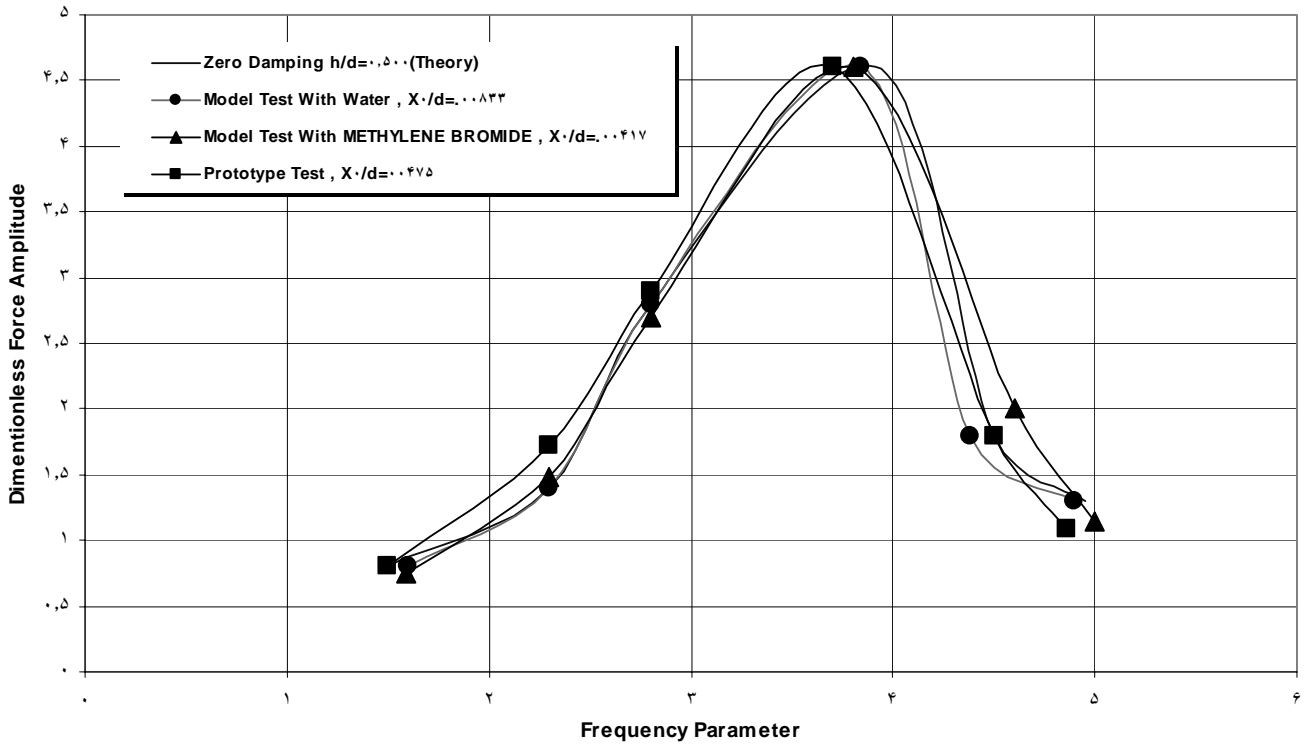
شکل ۵-۵ اثرات نیرویی تلاطم را برای مخزن با حضور مکانیزم دیگری جهت میرا کنندگی یا محدود سازی تلاطم، یعنی استفاده از رینگ های نیمه مخروطی، نشان می دهد.



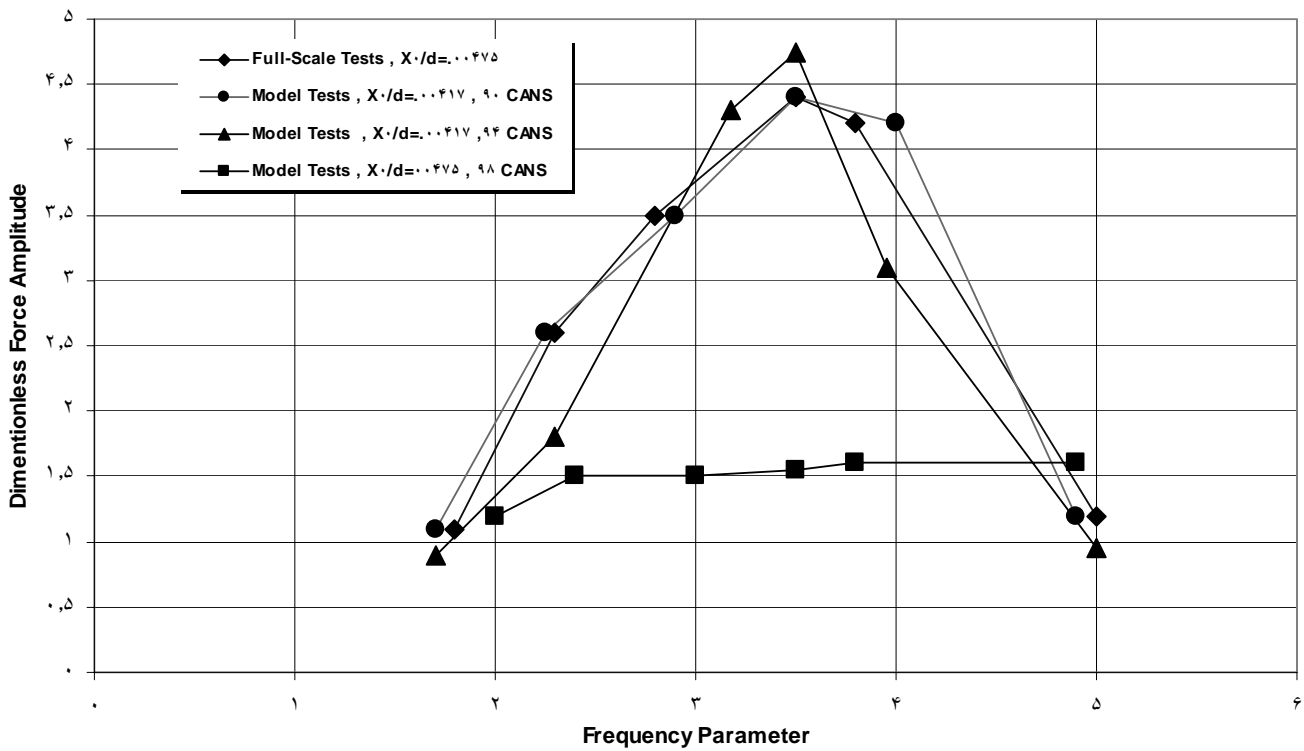
شکل ۱-۵. طرح واره مخزن با تیغه های محدود کننده تلاطم نیمه مخروطی

<sup>۱۰</sup> Cans

<sup>۱۱</sup> تعداد ۹۸ شناور حالتی است که سطح مخزن نمونه کاملا پوشیده شده است

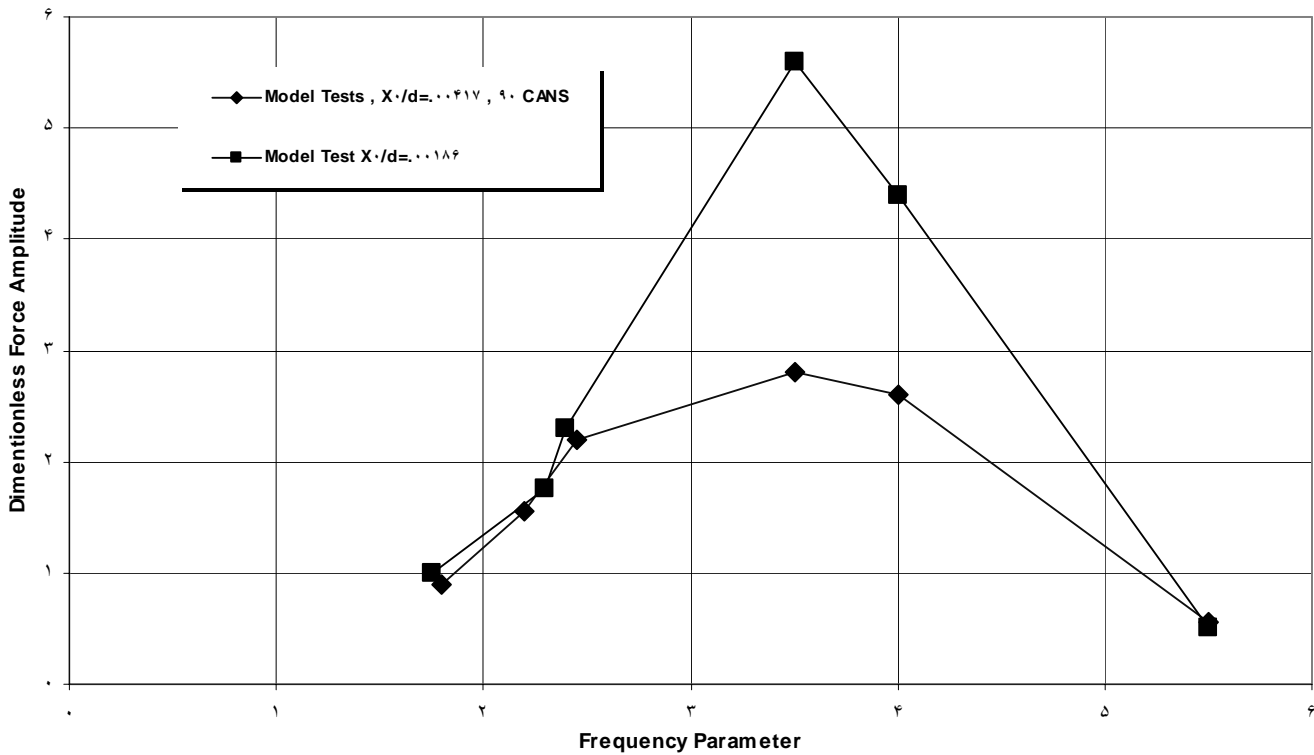


نمودار ۲-۵. اثرات نیرویی حاصل از آزمایش با مخازن مشابه (از نظر ابعادی) برحسب فرکانس بدون بعد در شرایط لزجت برابر با صفر

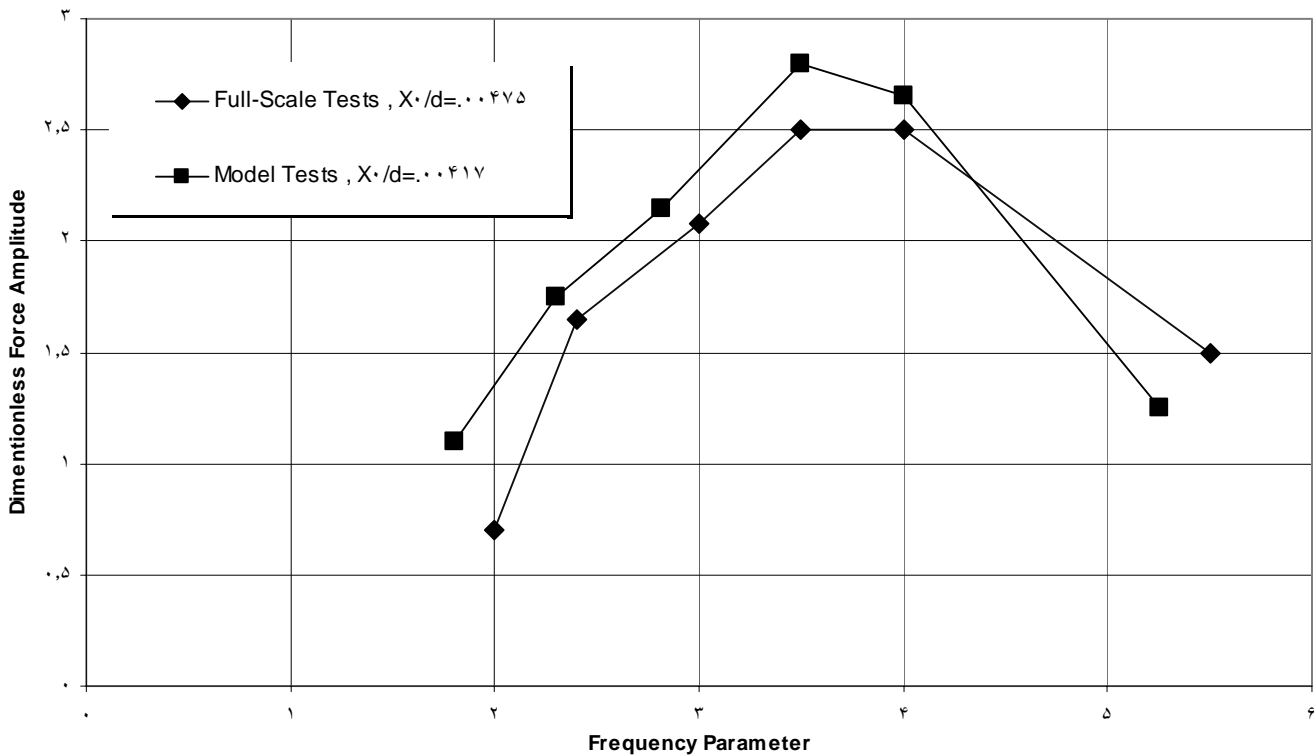


نمودار ۳-۵. اثرات نیرویی برحسب فرکانس بدون بعد با مکانیزم میرا کننده شناوری

Effect of Excitatin Amplitude on Damped Forces , Floating cans ( $h/d=0.595$ )



نمودار ۴-۵. تاثیر دامنه تحریک در اثرات نیرویی حاصل بر حسب فرکانس بدون بعد



نمودار ۵-۵. اثرات نیرویی بر حسب فرکانس بدون بعد با مکانیزم میرا کننده رینگ نیمه مخروطی

به طور کلی می توان چنین جمع بندی نمود که این نتایج فقط به صورت پایه کیفی قابل توجه می باشد . باید توجه داشت که گرچه نیروهای بیشینه (ماکزیمم) در مود اول برای الگو و مدل یکسان هستند ، ولی پراکندگی وسیع در داده های آزمایش با اندازه واقعی در مقایسه با نتیجه آزمایش مدلهای مجازه مقایسه دقیقی با مقادیر نیروهای بیشینه را نمی دهد . لذا تاثیر میرایی ، به جز برای مقادیر بزرگ ، فقط در نزدیکی تشدید اهمیت می یابد ، پس لازم است تا مقدار میرایی برای شرایط مختلف تشدید از آزمایش به دست آید .

بعضی از نکات قابل توجه در مقایسه های انجام شده آزمایشی را می توان به صورت زیر به شکلی کلی شرح داد ، در شرایط بدون حضور میرا کننده می توان با دقت بسیار خوب و قابل قبولی از نتایج آزمایشهای مدل به دست آمده استفاده نمود ، در زمان حضور انواع سیستم های میرا کننده استفاده کامل و دقیق از نتایج آزمایشهای مدل صحیح نیست ولی می توان به منظور برآورد نیروها ، میزان تاثیر مکانیزم طراحی شده در ماموریت ها و شرایط کاری مطلوب ، همچنین تعیین مقدار نیروهای بیشینه (ماکزیمم) مورد استفاده در بحث های طراحی از آن استفاده نمود .

## فصل ششم

در این فصل به جمع بندی روابط و کارهای انجام شده در فصلهای گذشته می پردازیم . به این منظور مساله مشخصی را طرح می نماییم ، سپس در رویه تحلیل پدیده تلاطم در آن ، مطالب گذشته را جمع بندی نموده ، به قابلیت اطمینان و ملاحظات هر یک از روشها ، بر اساس مباحث گذشته اشاره کرده ، نتایج حاصل از تحلیل یا روابط به دست آمده را ارایه می کنیم . در نتیجه با توجه به شرایط کاری و تحریک مورد نظر ، مخزن با سیال متلاطم را تحلیل می کنیم .

مشخصات مخزن نمونه برای مساله مطرح شده در جدول ۶-۱ آمده است ، نکته قابل توجه آن است که باید در نظر داشت ، به علت انجام تحلیل های مختلف ، برای مخزن با مشخصات مندرج در این جدول ، تحریک ها و مشخصات مختلفی در این جدول آمده که در بعضی از موارد ، همان طور که در فصلهای قبل دیده ایم ، کاربردی ندارد ، ولی در اینجا به منظور مجتمع نمودن تمامی مشخصات در تحریک و شرایط مختلف همه پارامترها را ارایه کرده ایم ، که در موقعیت لازم توضیح بیشتر داده می شود .

جدول ۶-۱ . پارامترهای مورد نیاز در تحلیل پدیده تلاطم

مشخصه مورد نظر در مساله	ویژگی یا مقدار
مخزن	استوانه ای با کف مسطح
قطر مخزن	۲٫۷ [m]
ارتفاع مخزن	۶٫۶۷ [m]
ارتفاع اولیه سیال درون مخزن	۶ [m]
نوع سیال درون مخزن	نفت سفید <sup>۱</sup>
دانسیته سیال	۸۳۰ [Kg/m <sup>۳</sup> ]
لزجت (ویسکوزیته) سیال	۰٫۰۰۲۵ [N.s/m <sup>۲</sup> ]
شتاب اعمال شده بر مخزن	۱-۵ G (= ۹٫۸۰۶ - ۴۹٫۰۳ [m/s <sup>۲</sup> ]) <sup>۲</sup>
سرعت سیال برخوردنده با مخزن (عمود بر راستای آن)	۵۰ [m/s]

<sup>۱</sup> kerosene

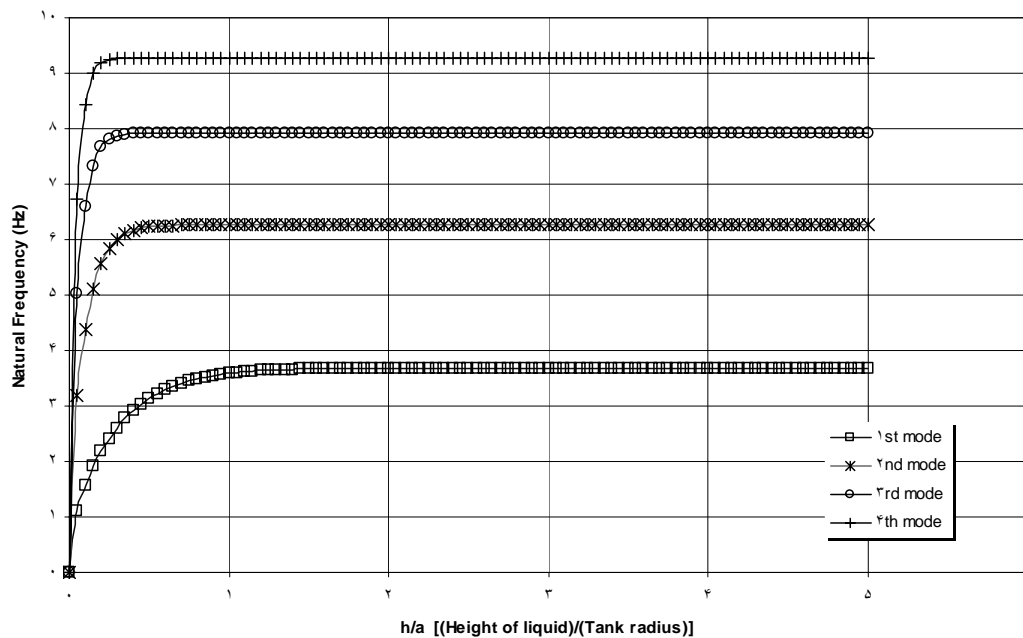
<sup>۲</sup> منظور از ۱-۵ G شتابی معادل با ، یک تا پنج برابر شتاب گرانشی زمین در شرایط استاندارد می باشد .

## پاسخ تحلیلی مخزن

در این بخش با استفاده از روابط ارائه شده در فصل سوم، نیرو و گشتاورهای اعمال شده بر مخزن از طرف سیال را در تحریک مفروضی به دست می آوریم. همان طور که گفته شد در این تحلیل، مخزن را صلب، سیال را غیر لزج، تراکم ناپذیر و همگن در نظر گرفته، جریان سیال متحرک را بدون چرخش و تراکم ناپذیر فرض می کنیم. با توجه به سیال انتخاب شده برای این تحلیل، فرضیات بالا نزدیک به واقعیت بوده، می توان از نتایج حاصل برای تحریک هایی با دامنه کوچک استفاده نمود.

در اینجا نتایج حاصل از حل تحلیلی روابط حاصل از فصل سوم را برای تحریک انتقالی به صورت نموداری بررسی می کنیم و درباره نحوه رفتار نیرویی تلاطم بحث خواهیم کرد. از رابطه (۱۳-۳) فرکانس طبیعی مخزن استوانه ای شکل را به صورت رابطه زیر محاسبه می کنیم:

$$\omega_n^2 = \frac{g}{a} \lambda_n \tanh(\lambda_n h/a)$$



نمودار (۱-۶). تغییرات فرکانس طبیعی بر حسب ارتفاع نسبی سیال (ارتفاع سیال به شعاع مخزن)

در این نمودار ملاحظه می گردد که فرکانس طبیعی سیستم در ارتفاع سیالی بیشتر از شعاع مخزن عملاً ثابت می باشد . و تغییرات قابل توجه در فرکانس طبیعی در ارتفاعی حدود شعاع مخزن روی می دهد .

با توجه به رابطه (۲۷-۳) می توان نیرو و ممان بدون بعد را نیز به صورت زیر به دست

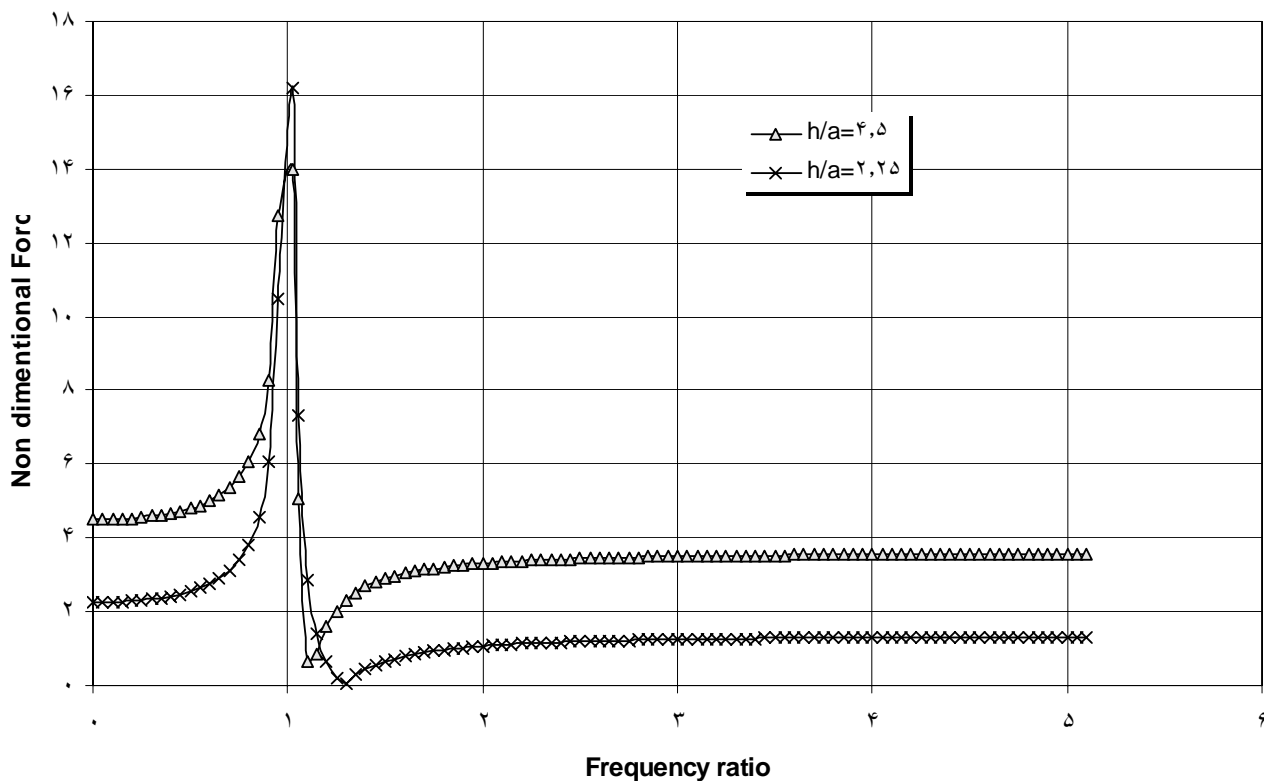
آورد:

$$\frac{F_x}{-\rho a^3 \pi \ddot{x}} = \left\{ \frac{h}{a} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\omega/\omega_n)^2 \tanh(\lambda_n h/a)}{\lambda_n (\lambda_n^2 - 1) (1 - \omega^2/\omega_n^2)} \right\}$$

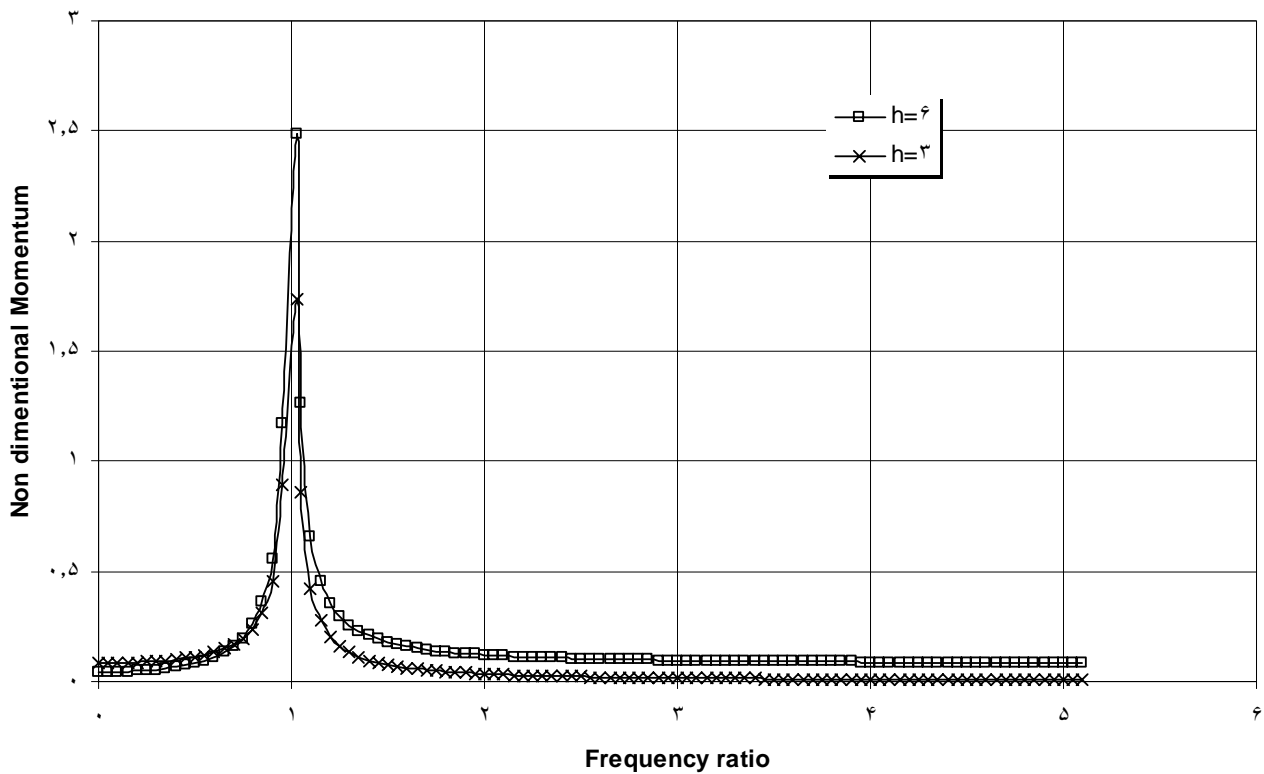
$$\frac{M_y}{-\rho a^3 \pi h \ddot{x}} = \left\{ \frac{1}{4h} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\omega/\omega_n)^2}{a \lambda_n (\lambda_n^2 - 1) (1 - \omega^2/\omega_n^2)} \times \left[ \tanh(\lambda_n h/a) + \frac{2}{\lambda_n h/a} \left( \frac{2}{\cosh(\lambda_n h/a)} - 1 \right) \right] \right\}$$

$$F_y = M_x = 0 \quad (6-1)$$

تغییرات نیرو و ممان اعمالی بر مخزن در دو ارتفاع متفاوت از سیال درون مخزن بر حسب تغییرات نسبت فرکانس تحریک به فرکانس طبیعی در نمودارهای (۲-۶) و (۳-۶) ملاحظه می گردد . در



نمودار (۲-۶) . نیروهای اعمال شده بر حسب تغییرات نسبت فرکانس تحریک به فرکانس طبیعی



نمودار (۳-۶). ممانهای اعمال شده بر حسب تغییرات نسبت فرکانس تحریک به فرکانس طبیعی

این نمودارها اثر کاهش ارتفاع سیال در مخزن بررسی گردیده ، همان گونه که دیده می شود با نصف شدن ارتفاع سیال هر دو اثر نیرو و گشتاور تقریباً نصف می شود .

### شبیه سازی دینامیکی

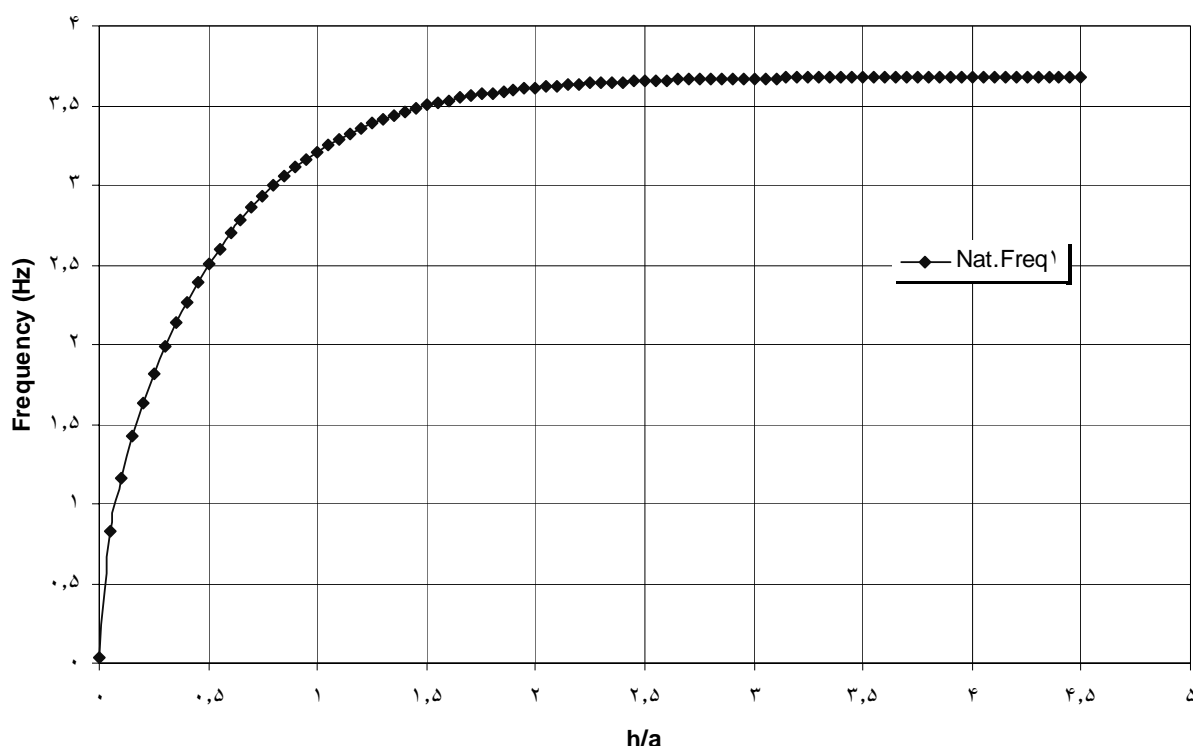
در این قسمت می خواهیم تا با استفاده از آنچه در فصلهای پیشین اشاره گردید مدل شبیه سازی شده سیستم مخزن را با جرم و فنر و پاندول نوسانی بررسی کنیم . در اینجا به منظور اهمیت مود اول مشخصات مطلوب را تنها برای این مود محاسبه نموده ، بدیهی است که در صورت نیاز بیشتر به دقت در مدل سازی می توان با استفاده از روابط موجود مودهای بیشتری را در مدل شبیه سازی شده لحاظ نمود .

بر اساس روابط ارائه شده در فصل چهارم مقدار و رفتار پارامترهای مهم در شبیه سازی

دینامیکی به شرح زیر بررسی می گردد .

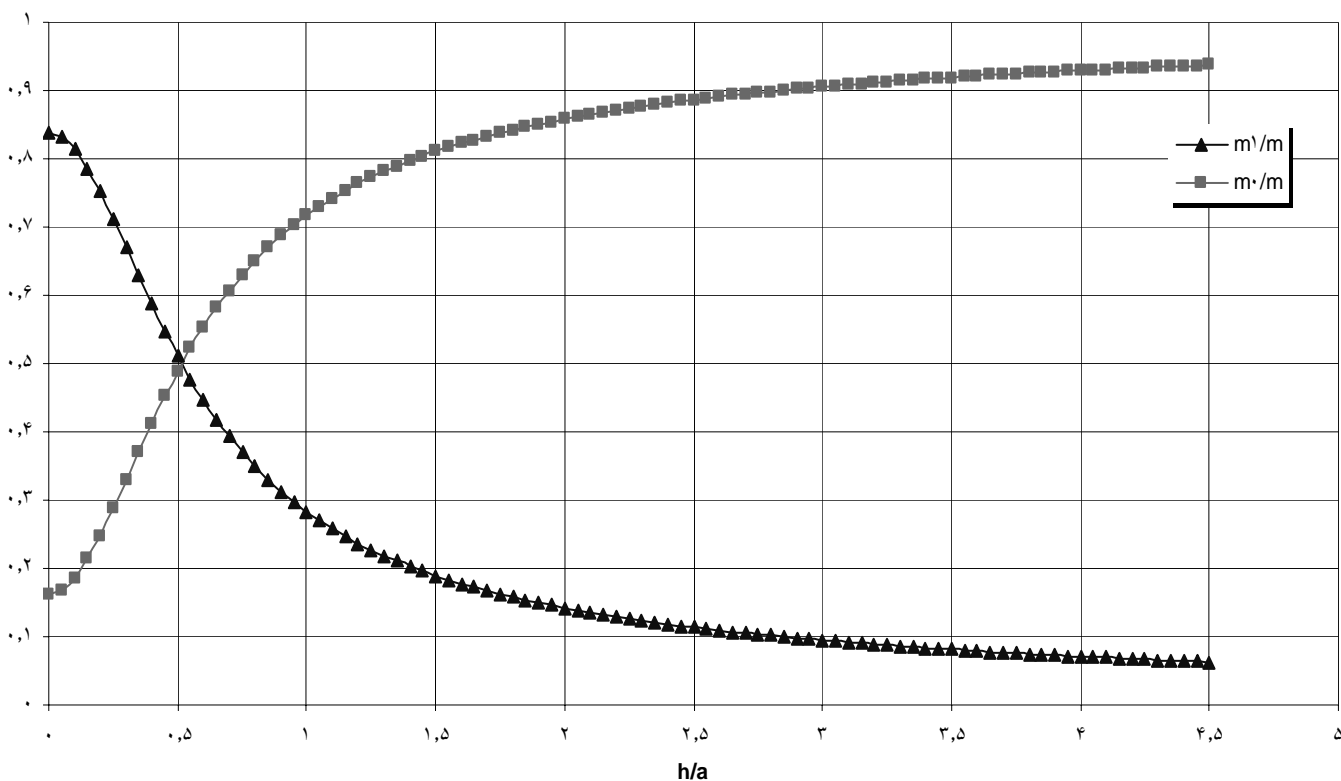
در شکل (۴-۶) فرکانس طبیعی برای مود اول سیستم شبیه سازی شده مکانیکی (سیستم

دینامیکی) ترسیم گردیده که در مقایسه با شکل (۶-۱) می توان به یکسانی این دو نموداری برد پاسخگی که از دو روش متفاوت به دست می آید. در شکل نمودار (۵-۶) تغییرات جرم متلاطم و جرم ساکن به جرم کل درون مخزن بر اساس تغییرات ارتفاع نسبی سیال ترسیم شده است و همان



نمودار (۴-۶). فرکانس طبیعی مود اول بر حسب تغییرات ارتفاع نسبی سیال

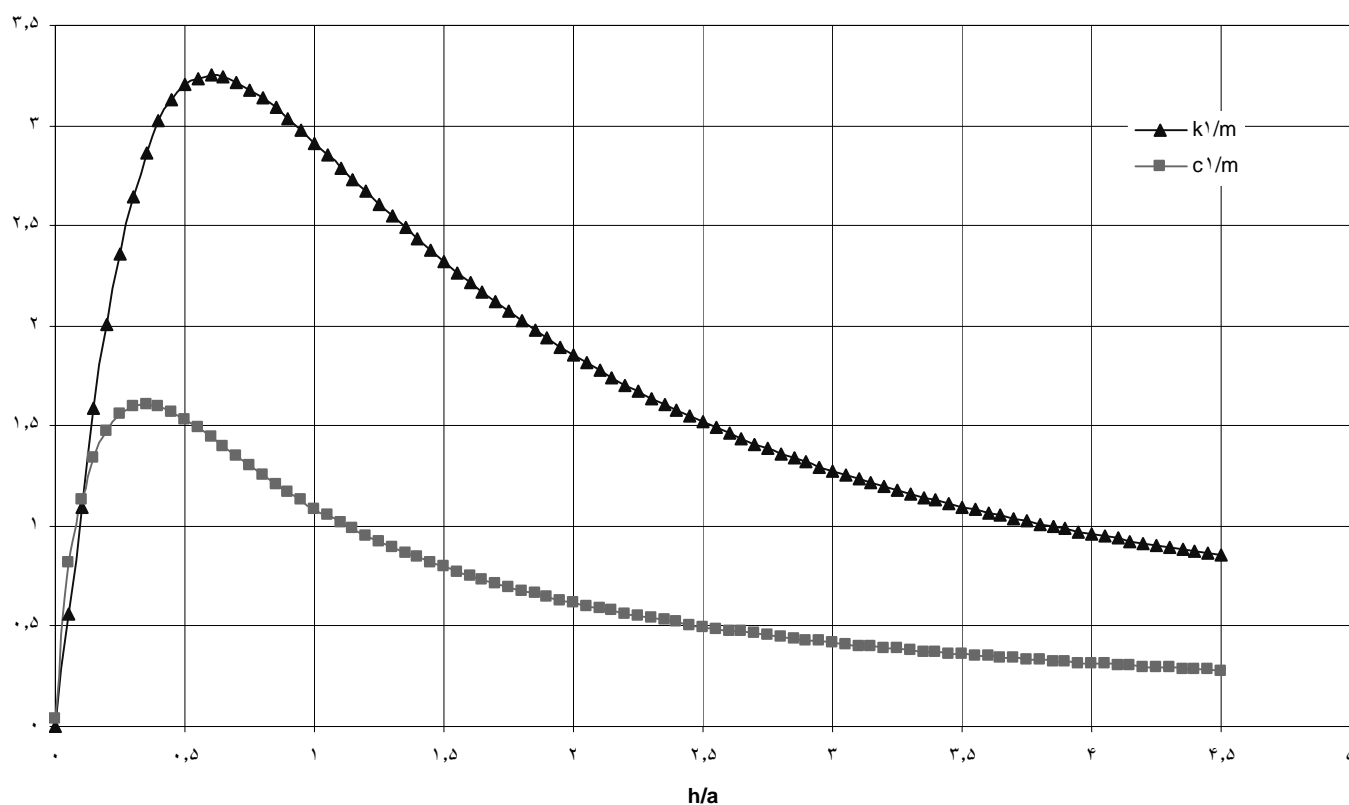
گونه که انتظار داریم، جرم نسبی تلاطم با کاهش ارتفاع سیال افزایش می یابد زیرا می دانیم که جرم نسبی تلاطم با ارتفاع نسبی سیال رابطه عکس دارد بدیهی است که نسبت جرم ساکن معادل، با داشتن مقدار جرم متلاطم با استفاده از یک جمع جبری ساده- مانند رابطه موجود در جدول (۱-۴) به دست آمده، رفتار آن بر حسب تغییر ارتفاع نسبی سیال با توجه به نمودار شکل (۵-۶) قابل بررسی می باشد.



نمودار (۶-۵). فرکانس طبیعی مود اول بر حسب تغییرات نسبت ارتفاع نسبی سیال

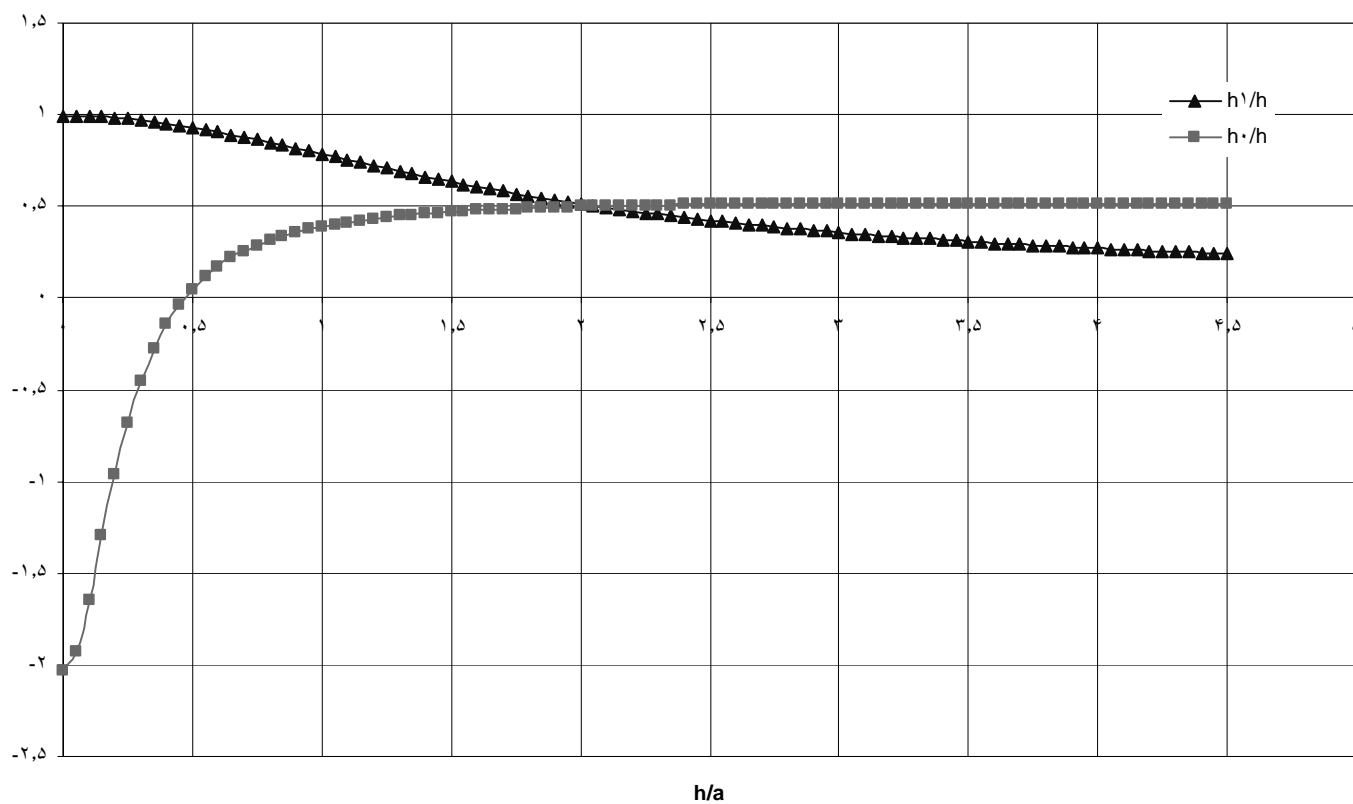
شکل نمودار (۶-۶) تغییرات مقدار سختی در فنر و ضریب میرایی میراکننده را با تغییر ارتفاع نمایش می دهد. در این نمودار با کاهش ارتفاع سیال ابتدا افزایشی در میزان سختی فنر های معادل مورد استفاده ملاحظه می گردد اما با روند کاهش ارتفاع سیال در ارتفاعی نزدیک یک چهارم برابر قطر مخزن شاهد کاهش سریع مقدار ضریب سختی در نمونه مدلسازی شده می باشیم. نکته فوق را می توان به صورت زیر توجیه کرد: همان طور که در روابط به دست آمده فصل ۴-مانند جدول (۴-۱) - ملاحظه می شود، رابطه حاصل برای مقدار سختی - در نمونه شبیه سازی شده - از دو عامل جرم متلاطم و فرکانس طبیعی متاثر می باشد، از طرفی می دانیم که مقدار عددی نسبت جرم متلاطم به جرم کلی با کاهش ارتفاع سیال نسبت عکس دارد، به عبارت دیگر با کاهش ارتفاع سیال در مخزن نسبت جرم متلاطم درون مخزن به جرم موجود در آن افزایش می یابد همچنین با مراجعه به شکل نمودار (۶-۴) در می یابیم که هر چند در دامنه نسبتا قابل توجهی از تغییرات ارتفاع سیال فرکانس طبیعی ثابت باقی می ماند، ولی با ادامه پیدا کردن روند کاهش

سیال درون مخزن در ارتفاعی معادل شعاع مخزن فرکانس طبیعی مجموعه شروع به کاهش نموده نتیجه موارد بالا به صورت ملموسی در مقدار ضریب فنریت یا سختی سیستم شبیه سازی شده ملاحظه می گردد . نکته قابل توجهی که با توجه به نمودارهای ارائه شده ملاحظه می گردد ، آن است که در شکل نمودار (۶-۶) رفتار کلی ضریب سختی یا فنریت سیستم معادل را تقریباً شبیه به رفتار و تغییرات میرایی سیستم معادل در نمودار می بینیم هر چند این دو پارامتر از نظر مقداری متفاوت می باشند .

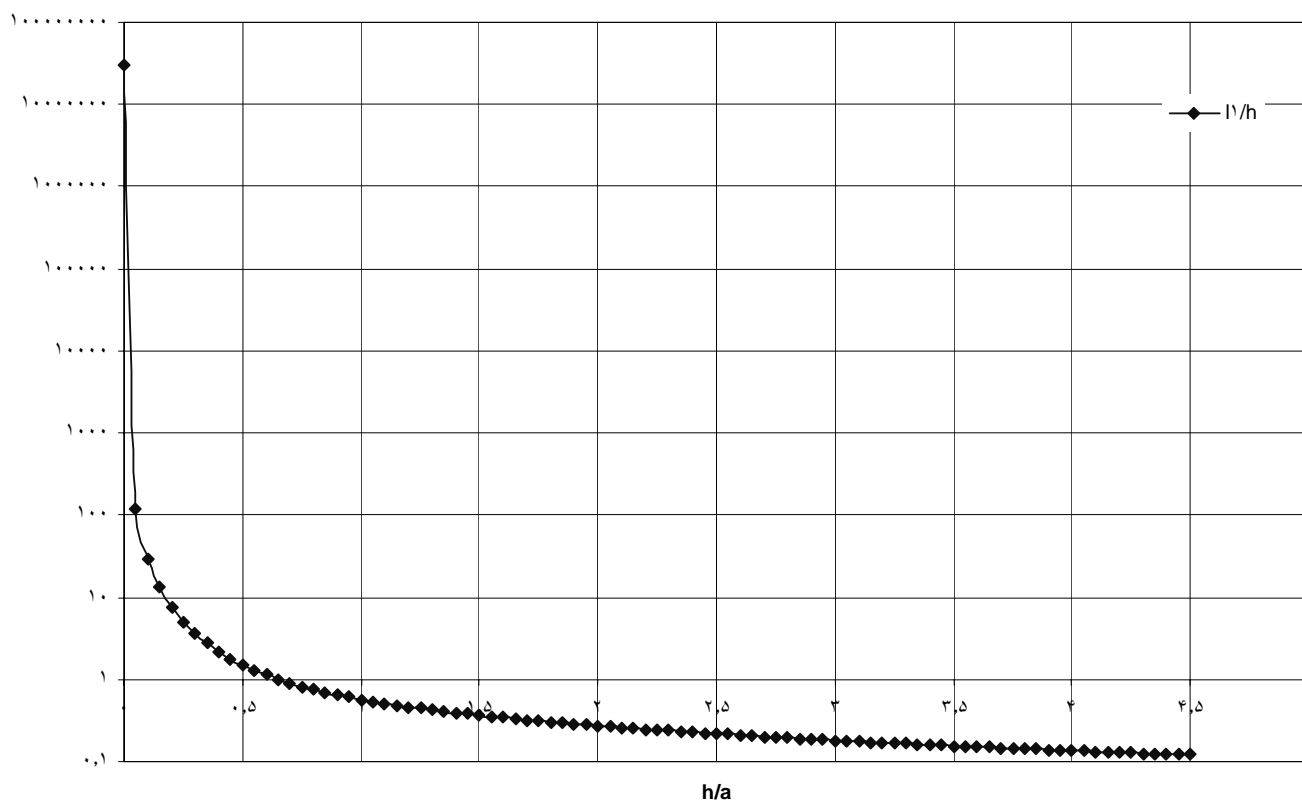


نمودار (۶-۶) . ضریب فنری و میرایی سیستم معادل بر حسب تغییرات ارتفاع نسبی سیال

در شکل بعدی (نمودار (۶-۷)) نسبت موقعیت قرارگیری جرم و فنر سیستم شبیه سازی شده به ارتفاع سیال بر حسب متغیر قبلی یعنی تغییر ارتفاع نسبی سیال ترسیم شده است . در شکل نمودار (۶-۸) نیز تغییر طول پاندول بر حسب همان متغیر قبلی ترسیم گردیده ، نکته قابل توجه در این نمودار آن است که محور افقی در این شکل به صورت لگاریتمی ترسیم گردیده است .



نمودار (۶-۷). موقعیت قرار گیری جرمهای سیستم معادل بر حسب تغییرات ارتفاع نسبی سیال



نمودار (۶-۸). موقعیت قرار گیری جرم پاندول در سیستم معادل بر حسب تغییرات ارتفاع نسبی سیال

## مدل آزمایشی

در این بخش محاسبات مربوط به ساخت نمونه آزمایشی مخزن مورد نظر را برای شرایط مطلوب مساله انجام می دهیم. فرض می کنیم برای مدل سازی به جای سیال موجود در مخزن (نفت سفید) از متیلن کلراید<sup>۳</sup> با جرم حجمی ۱۳۳۶ کیلوگرم بر متر مکعب و لزجت ۰,۰۰۵ استفاده گردد. طبیعی است که در انجام آزمایشها بر روی زمین ناچار به تحریک میدان در شتاب گرانشی زمین، یعنی ۱ G هستیم، بنابراین باید مشخصات آزمایش را به گونه ای تعیین کرد تا در این میدان شتاب بتوان شرایط شتابی دیگر را بررسی نمود.

با استفاده از جدول (۱-۶) و روابط ارائه شده در فصل پنج، رابطه (۱-۵)، برای مشخصه

شتاب ۱ G قطر مخزن به شکل زیر محاسبه می گردد:

$$d_r = (1)^{1/2} \cdot (1/8,65)^{2/3} = 1/4,21$$

$$d_m = d_p d_r = 2,7/4,21 = 0,64 \text{ m}$$

برای اندازه های دیگر مدل اصلی (الگو) تحت شتاب های دیگر مقدار فوق بر جذر نسبت شتاب تقسیم می گردد، لذا:

$$(d_m)_G = 0,64 / (1/5)^{1/2} = 1,44 \text{ m}$$

پس می توان مخزن شامل نفت سفید، با قطر ۲,۷ متر و شتابی در محدوده یک تا پنج برابر میدان گرانشی زمین را با مدلهایی به صورت سری اندازه های ۰,۶۴ تا ۱,۴۴ متر که شامل متیلن کلراید هستند آزمایش نموده، از پاسخ آن برای بررسی نتایج مدل واقعی استفاده کرد.

در چنین مدل هایی نسبت فرکانس تحریک به شکل زیر به دست می آید:

$$\omega_r = 1/\tau_r = (a_r/d_r)^{1/2} = 2,502 \sim 0,701$$

تنها نکته ای که در استفاده از متیلن کلراید باید در نظر داشت آن است که این ماده، نسبت به بسیاری از پلاستیک ها حساس بوده، خورنده آنها محسوب می گردد لذا در ساخت مدل با استفاده از این ماده نمی توان از مدل های شفاف یا پلکسی گلاس استفاده کرد.

---

<sup>۳</sup> methylene chloride

## نمونه ای از بارهای نوسانی

همان طور که قبلاً اشاره شد ، بارهای مختلفی می تواند بر مخزن حاوی سیال وارد شود . در این قسمت نمونه ای از این بارها را که در اثر برخورد سیال گذرنده روی مخزن -در راستای عمود بر محور عمودی مخزن استوانه ای- به آن وارد می شود را بررسی می کنیم . طبق قضیه فون کارمن ، وقتی سیالی به صورت یک جریان موازی با سطحی استوانه ای شکل برخورد می کند ، در پشت آن گردابه هایی ایجاد می گردد ، این گردابه ها مانند غلتک های آیرودینامیکی ، که جریانهای اصلی روی آنها جریان دارند عمل می کنند ، در طی جریان گردابه ها یکی یکی از بین رفته ، در فرودست در اثر عبور جریان محو می شوند ، پس از آن گرداب دیگری در جای آن شروع به رشد می کند . نکته قابل توجه درباره این گردابه ها آن است که این گردابه ها به شکلی مرتب و به صورت تناوبی ، حرکتی ساعتگرد و پاد ساعتگرد دارند . در اثر این پدیده نیرویی نوسانی به جسم مورد نظر در راستای عمود بر محور جریان وارد می گردد ، فرکانس تحریک چنین پدیده ای به طور تجربی از رابطه (۶-۲) به دست می آید [۵۹] :

$$\frac{f \cdot d}{V} = 0.22 \quad (6-2)$$

که  $f$  فرکانس تحریک ،  $V$  سرعت جریان یا سیال برخوردنده با بدنه استوانه (سطح مقطع دایره ای) و  $d$  قطر مخزن استوانه ای می باشد . عدد  $0.22$  مقداری بدون بعد بوده ، به واحدهای انتخابی بستگی ندارد و به صورت تجربی به دست می آید . این مقدار عدد استروهال<sup>۴</sup> نامیده می شود . مقدار نیروی متناوب ایجاد شده در اثر این پدیده نیز از رابطه (۶-۳) به دست می آید :

$$F = \left(\frac{C_k}{\gamma}\right) \rho \cdot V^2 \cdot A \cdot \sin \omega t \quad (6-3)$$

---

<sup>۴</sup> Strouhal

در این رابطه  $A$  سطح جانبی استوانه ،  $\rho$  جرم مخصوص (دانسیته) سیال و  $C_k$  ضریب نیروی کارمن (مقداری بی بعد) است ، ضریب کارمن به مشخصات سیال و جریان بستگی داشته ، مقدار دقیق این ضریب مشخص نمی باشد ، اما در محدوده وسیعی از جریان ها ( $10^2 < Re < 10^5$ )<sup>۵</sup> مقدار این ضریب برابر یک می باشد .

برای مساله مورد نظر فرکانس تحریک در اثر چنین پدیده ای برابر است با :

$$f = 0,22V/d = 0,22(50/2,7) = 4,07 \text{ Hz}$$

نیروی ماکزیمم اعمالی بر چنین مخزنی<sup>۶</sup> عبارت است از :

$$F = 0,5(1,2)(50)^2(2,7\pi)(6,67) = 84,865 \text{ kN} \cong 85 \text{ kN}$$

می باشد . که هر چند در مقایسه با نیروهای محاسبه شده در طراحی مخزن بسیار ناچیز است ، لیکن در مباحث کنترلی به خصوص در وسایل پرنده اهمیت قابل توجهی پیدا می کند .

---

<sup>۵</sup> عدد رینولدز می باشد .

<sup>۶</sup> در اینجا سیال برخورد کننده با مخزن استوانه ای ، هوا با دانسیته ۱,۲ کیلوگرم بر متر مکعب فرض شده است .

## ضمایم

### ضمیمه ۱

مزایا و معایب روشهای عددی به ویژه CFD به شرح زیر می باشند :

در این روش می توان هر مخزن با هر هندسه پیچیده ای را به سادگی مورد بررسی قرار داد . هر ارتفاع سیالی در مخزن با هر نوع تحریکی ، به عبارت دیگر هر شکلی از مخزن با ارتفاع مختلف سیال با تحریک عمومی در این روش قابل مدلسازی و تحلیل می باشد . با استفاده از این شیوه می توان نمایش بسیار خوبی از رفتار و جریان سیال در طول رویداد تلاطم ارایه نمود . جدایش جریان حول سازه داخلی را می توان به کمک کد RANSE<sup>۱</sup> شبیه سازی کرد .

معایب استفاده از این روشها در آن است که آنها زمانگیر می باشند چرا که تخمینهای آماری از مقادیر پاسخ مخزن ایجاد می کنند که دشوار است . برخی از روشها به اندازه کافی قدرتمند نیستند . به طور مثال روش المان مرزی<sup>۲</sup> که بر اساس روش ترکیبی لاگرانژین - اویلرین<sup>۳</sup> می باشد در هنگامی که یک موج واژگون با سطح آزاد برخورد می کند ، کارایی ندارد . مشکلات عددی ممکن است در یک BEM در تقاطع بین سطح آزاد و مرز مخزن افزایش یابد . مرجع [۴۱] مسایل و مشکلات روشهای عددی که بر اساس BEM می باشند را برای تلاطم شرح می دهد . اگر چنانچه دقت کافی در استفاده از برخی روشهای عددی اعمال نگردد ، این روشها ممکن است به طور عددی ناپایدار شده ، در مقیاس زمانی بزرگی توده ای از سیال ایجاد نمایند . بنابر این بالاترین پیروید نوسانی یا پایین ترین فرکانس طبیعی حرکت سیال به شدت به جرم سیال وابستگی می یابد که این نتیجه منجر به شبیه سازی غیر فیزیکی (غیر واقعی) می گردد این مساله را سولاس<sup>۴</sup> [۴۲]

---

<sup>۱</sup> Reynolds Average Navier Stockes equation

<sup>۲</sup> Boundary Element Method

<sup>۳</sup> Mixed Eulerian -Lagrgian Method

<sup>۴</sup> Solas

با استفاده از یک کد چند منظوره تجاری برای سیال سه بعدی نشان داده است. این شیوه با ترکیبی از یک لم اختلاف محدود برای حل معادلات ناویر استوکس و از روش  $VOF^5$  به منظور تعقیب سطح آزاد سیال استفاده می کند. کیم<sup>6</sup> روش CFD ارایه داد که نگهداری جرم سیال را ارضا می کند. مقدار سیال درون مخزن در هر پله زمانی به وسیله جابجایی کمی در سطح آزاد اصلاح می گردد این اصلاح آن قدر کوچک است که بر حرکت کلی تاثیری ندارد.

به طور کلی به نظر می رسد به کاربرد CFD مشکلات متعددی در پیش بینی نیروهای برخورد کننده دارد [44]. که این مطلب در جمع بندی نتایج کمیته بارگذاری سیزدهمین کنفرانس ISSC در سال 1997 نیز مطرح گردیده است. در این کنفرانس برآوردی از کارهای انجام شده در زمینه استفاده عمومی از روشهای CFD برای مدلسازی تلاطم انجام شده است. این مساله که بایستی در دامنه ای زمانی با شرایط مرزی سطح آزاد و وجود شرایط غیر خطی موجود حل گردد، عموماً با استفاده از روش معادلات ناویر استوکس در رینولدز میانگین (RANSE) حل می شود. در این موارد اغلب معادلات اویلر یا جریان پتانسیل برای جریان غیر قابل تراکم به کار می-روند. مطالعات دو بعدی بسیار معمولتر هستند. معادلات به صورت عددی با یکی از روشهای اختلاف محدود (FDM)، حجم محدود (FVM) یا المان محدود (FEM) حل می شود. استفاده از روش المان مرزی (BEM) بر اساس ارضای پتانسیل سرعت که معادلات لاپلاس را اضا می کند می باشد. معادلاتی که بر اساس گسسته سازی عمل می کنند قادر به اعمال حرکت غیر خطی سطح آزاد به وسیله روش ها یی نظیر حجم سیال می باشند.

به تازگی نیز روشهای بدون شبکه ای برای در نظر گرفتن تغییرات شکل بزرگ و قسمت بندی کردن سطح آزاد توسعه یافته است [43].

مشکل اصلی در روشهای عددی برای مدل نمودن پدیده تلاطم در آنها، تغییرات سریع در زمان و فضا برای زوایای نسبتاً بزرگ بین سطح آزاد با بدنه جسم صلب می باشد [44].

---

<sup>5</sup> Volume of Fluid

<sup>6</sup> Kim

## ضمیمه ۲

تخمینی از توزیع فشار طی تلاطم سیال در مود اول تلاطم آن در مخزن استوانه ای در فرکانس

طولی  $\omega_1$  برابر است با :

$$P_{Max} = P. + \rho g \left[ z + \eta \frac{J_1[3.83 r/a]}{J_1(3.83)} \cdot \text{Sin } \omega_1 t \right]$$

که برای ارتفاع سیال معادل یا بیشتر از شعاع مخزن ، همچنین با فرض  $\eta = g/\omega_1$  فشار بیشینه

(ماکزیمم) می شود :

$$P_{Max} = P. + \rho g \left[ z + \frac{a}{3.83} \frac{J_1[3.83 r/a]}{J_1(3.83)} \cdot e^{-3.83 za^{-1}} \right]$$

تاثیر الاستیک بودن کف مخزن در آن است که فرکانسهای طبیعی تلاطم سطح سیال را از مقدر

آن در مخزن صلب کمی پایینتر می آورد .

- [۱] Abramson , H.N. , “The Dynamic Behavior of Liquid in Moving Containers “, ۱۹۶۶ , NASA Sp-۱۰۶ , Southwest Research Institute for the National Aeronautics and Administration .
- [۲] Lawrence, H.R., Wang, C.J. and Reddy, R.B.,” Variational Solution of Fuel Sloshing Modes” , Jet Propultion , vol ۲۸ , no ۱۱ , Nov. ۱۹۵۸ , PP.۷۲۹-۷۳۶ .
- [۳] Riley , D. , Janes , And Trembatu , N.W.,” Sloshing of Liquid in Spherical Tanks“, J. of Aerospace Sci. vol. ۲۸ , no. ۳ , Mar. ۱۹۶۱ , PP. ۲۴۵-۲۴۶ .
- [۴] Doxuchaev,L.V.,” On the Solution of a Boundary Value problem on the Sloshing of a Liquid in a Conical Cavities “, PMM , vo.۲۸ , no. ۱ , ۱۹۶۴ , PP.۱۵۱-۱۵۴ .
- [۵] Rattayya, V., Jasti ,” Sloshing of Liquid in Axisymmetric Ellipsoidal Tanks “, AIAA Paper no. ۶۵-۱۱۴ .
- [۶] Troech, B.A.,” Free Oscillations of a Fluid in a Container “, Univ. of Wisconsin Press , ۱۹۶۰ .
- [۷] Moiseyev, N.N., and Rumyatsev, V.V.,” Dynamic Stability of Bodies Containing Fluid”, Springer Pub., New York, ۱۹۶۸.
- [۸] Ehrlich, L.W., Riley, J.D., and Troech, B.A.,” Finite Difference Techniques for a Boundary Problem with an Eigenvalue in a Boundary Condition “, J. Soc. Industr. Appl. Math., vol. ۹, no.۱,Mar. ۱۹۶۱ , pp. ۱۴۹-۱۶۴
- [۹] Moiseyev, H.R.; and Petrov, A.A.;” The Calculation of Free Oscilations of a Liquid in a Motionless Container.” Advances in Applied Mechanics, vol. IX, pp.۹۱-۱۵۴. Academic Presss, In, ۱۹۶۶.
- [۱۰] Dodge, F.T.; and Kana, D.D. ;” Moment of Inertia and Damping of Liquids in Baffled Cylindrical Tanks.” J. Spacecraft Rockets, vol. ۳, no. ۱, jan ۱۹۶۶,pp.۱۵۳-۱۵۵.
- [۱۱] Lamb , H.;” Hydrodynamics”. Sixth ed., dover Publ. ۱۹۴۵.
- [۱۳] Buzhinskii, V.A., and Stolbetsov, V.I.,” Determination of the Hydrodynamic Characteristic of a Partially Filled Cavity Containing a Pendulium”, Izv. Akad. Nauk SSSR, Mkh. Zhidk. Gaza, no. ۶, Nov.-Dec. ۱۹۸۷, pp. ۹۱-۹۸.
- [۱۴] Bauer, Helmut F.;” Fluid Oscillation in the Containers of a Space Vehicle and Their Influence Upon Stability.” NASA TR R-۱۸۷,۱۹۶۴.
- [۱۵] Abrmson, H.N.; And Ransleben, Guido E., Jr.;” Some Comparisons of Sloshing Behavior in Cylindrical Tanks With Flat and Conical Bottoms.” ARS J., vol. ۳۰,no. ۴, Apr ۱۹۶۱, pp. ۵۴۲-۵۴۴.

- [16] Bauer, Helmut F.;" Theory of Liquid Sloshing in Compartmented Cylindrical Tanks Due To Bending Excitation.", MTP-AERO-62-61, NASA-MSFC, July 1962.
- [17] Bauer, Helmut F.;" Theory of Liquid Sloshing in Compartmented Cylindrical Tanks Due To Bending Excitation.", AIAA J., vol. 1, no. 7, July 1963, pp. 1590-1596.
- [18] Bauer, Helmut F.;" Theory of Liquid Sloshing in a 90° Sector Compartmented Cylindrical Tank.", AIAA J., vol. 2, no. 4, Apr 1964, pp. 768-770.
- [19] Abramson, H.N., Garza Luis R., and Kana Daniel D.;" Liquid Sloshing in Compartmented Cylindrical Tanks.", ARS J., vol. 32, no. 6, June 1962, pp. 978-980.
- [20] Abramson, H.N., Chu, Wen-Hwa, Garza Luis R.;" Liquid Sloshing in 90° Compartmented Cylindrical Tanks.", TR No.3, Contr.Nas 8-1555, Southwest Research Institute, Nov. 1962.
- [21] Abramson, H.N., Garza Luis R.;" Some Measurement of Liquid Frequencies and Damping in Compartmented Cylindrical Tanks.", AIAA J., Spacecraft Rockets, vol. 2, no. 3, June 1965, pp. 453-455.
- [22] Peterson, L.D., Crawley, E.F., and Hansman R.J.;" Nonlinear Fluid SLOSH Coupled to the Dynamic of a Spacecraft", AIAA J., vol. 27, no. 9, Sep. 1989.
- [23] Anon.;" Propellant SLOSH Loads", NASA Space Vehicle Design Criteria (Structures), NASA SP-8009, 1968.
- [24] Aquaro, Matthew;" Stability Analysis of Partially Filled Tanker Trucks Using a Finite Element Modeling Approach", Master Thesis, Morgantown, West Virginia, 1999.
- [25].Grandelius, Mattias;"Motion Control of Open Containers With SLOSH Constraints", B.Sc. Thesis, Dep. Of Automatic Control Lund Institute of Technology, 1998.
- [26] Miles, J.W.;" On the Sloshing of Liquid in a Cylindrical Tank", Rept. AM 6-8, GM-TR-18, The Ramo-Wooldridge Corp. (now TRW, Inc.), pp. 172-184.
- [27] Case, K.M., and Parkinso, W.C.;" Damping of Surface Waves in an Incompressible Liquid", J. Fluid Mech., vol. 2, pt. 2, March 1957, pp. 172-184.
- [28] Mikishev, G.N., and Dorozhkin, N.Ya.;" An Experimental Investigation of Free Oscillations of a Liquid in Containers (in Russian).", Izv. Akad. Nauk SSSR, Otd. Tekh, Nauk, Mekh. i Mashinostr, no. 4, July/Aug. 1961, pp.48-83. Transl. By D. Kana, Southwest Research Institute, June 30, 1963.

- [29] Stephen, D.G., Leonard H.W., and Perry, T.W., "Investigation of the Damping of Liquids in Right-circular Cylindrical Tanks, Including the Effects of a time Variant Liquid Depth.", NASA TN D-1367, 1962.
- [30] Abramson, H.N., "Slosh Suppression", NASA Space Vehicle Design Criteria (Structures), NASA SP-8031, 1969.
- [31] Miles, J.W., "Ring Damping of Free Surface Oscillations in a Circular Tanks", J. Appl. Mech., vol. 25, no. 2, June 1958, pp. 274-276.
- [32] Silveria, M.A, Stephens, D.G., and Leonard, H.W., "An Experimental Investigation of the Damping of Liquid Oscillations in Cylindrical Tanks with Various Baffles.", NASA TN D-715, 1961.
- [33] Abramson, H.N., and Garza, L.R., "Some Measurements of the Effects of Ring Baffles in Cylindrical Tanks", J. Spacecraft Rockets, vol. 1, no. 5, Sept.-Oct. 1964, pp. 560-562.
- [34] Abramson, H.N., and Ransleben, G.E., Jr., "Simulation of Fuel Sloshing Characteristics in Missile Tanks by Use of Small Models", ARS J., vol. 30, no. 7, July 1960, pp. 603-612.
- [35] Abramson, H.N., Garza Luis R., and Kana Daniel D., "Liquid Sloshing in Compartmented Cylindrical Tanks.", ARS J., vol. 32, no. 6, June 1962, pp. 978-980.
- [36] Cole, H.A., Jr., Gabucci, B.J., "Measured Two Dimensional Damping Effectiveness of Fuel Sloshing Baffles Applied to Ring Baffles in Cylindrical Tanks", NASA TN D-694, 1961.
- [37] Sumner, I.E., "Experimental Investigation of Slosh-Suppression Effectiveness of Annular-Ring Baffles in Spherical Tanks", NASA TN D-2519, 1964.
- [38] Keulegan, G.H., and Carpenter, L.H., "Forces on Cylinders and plates in an Oscillation Fluid", J. Res. Natl. Bur. Std., vol. 60, no. 5, May 1958, pp. 423-440.
- [39] Abramson, H.N., Chu, W.H., Ransleben, G.E., "Representation of Fuel Sloshing in Cylindrical Tanks by an Equivalent Mechanical Model", ARS J. December 1961.
- [40] Landrini, M. Grytor, G., Faltinsen, O.M., "A B-Spline Base BEM for Unsteady Free-Surface Flows", J. Ship Research, vol. 13, no. 1, pp. 13-24, 1999.
- [41] Solas, F., "Analytical and Numerical Studies of Sloshing", Dr. Ing. Thesis, Dept. Marine Hydrodynamics, NTNU, Trondheim, Norway, 1995.
- [42] Monaghan, J.J., "Smoothed Particle Hydrodynamics", Annu. Rev. Astron. Astrophys, vol. 30, pp. 543-547, 1992.

- [۴۳] Zhao, R., and Faltinsen, O.M.,” Water Entry of Two-Dimensional Bodies”, J. Fluid Mech., vol. ۲۴۶, pp. ۵۹۳-۶۱۲, ۱۹۹۳.
- [۴۴] National Technical Information Service (NTIS),” Engineering Design Handbook, Liquid-Filled Projectile Design”, Apr. ۱۹۶۹.
- [۴۵] Vincenzo Armenio, and Michele La Rocca,” On the Analysis of Sloshing of Water in Rectangular Containers; Numerical Study and Experimental Validationm, Ocean Eng.”, Vol. -۲۳, no. ۸, pp. ۷۰۵-۷۳۹, ۱۹۹۶.
- [۴۶] Barron, R., and Roy Chng, S.W.,” Dynamic Analysis and Measurment of Sloshing of Fluid in Containers ”, J. of Dynamic System Measur. And Control, vol. ۱۱۱/۸۳, pp. ۸۳-۹۱. Mar. ۱۹۸۹.
- [۴۷] Bauer, H.F.,” Nonlinear Mechanical Model for the Discription of Propellant Sloshing”, AIAA J., vol. ۴. No. ۹, pp. ۱۶۶۲-۱۶۶۸, ۱۹۶۶.
- [۴۸] Unruh, J.F., Kana, D.D.,” Digital Data Analysis Techniques for Extraction of Slosh Model Parameter”, J. Spacecraft, vol. ۲-۳, no. -۲, pp. ۱۷۱-۱۷۷, Mar.-Apr. ۱۹۸۶.
- [۴۹] Lawrence, H.R., Wang, C.J., and Reddy R.B.,” Variational Solution of Fuel Sloshing Modes”, Jet Propultion, pp. ۷۲-۹-۷۳۶, Nov. ۱۹۵۸.
- [۵۰] Feddema, J.T., Dohrmann Clark R.,” Control for Slosh-Free Motion of an Open Containr”, IEEE Control Sys., pp. ۲۹-۳۷, Feb. ۱۹۹۷.
- [۵۱] Sankar, S., Ranganthan, R, Pakhja, S.,” Impact of Dynamic Fluid Slosh Loads on the directional Response of Tank Vehicles”, Vehicle Sys. Dynamics, vol. ۲۱, pp. ۳۸۵-۴۰۴, ۱۹۹۲.
- [۵۲] Soedel, S.M., and Soedel, W.,” On the Free Surface vibration of Plate Supporting a Freely sloshing Surface Liquid”, J. of Sound an Vibration, ۱۷/(۲), pp. ۱۵۹-۱۷۱, ۱۹۹۴.
- [۵۳] Graham, E.W., and Rodriguez, A.M., Santa Monica, Calif.,” The Characteristics of Fuel Motion Which Affect Airplane Dynamics”, J. Applied Mech., vol. ۱۹, pp. ۳۸۱-۳۸۸, ۱۹۵۲.
- [۵۴] Cooper, R.M.,” Dynamics of Liquids in Moving Containers”, ARS J., pp. ۷۲۵-۷۲۹, Aug. ۱۹۶۰.
- [۵۵] Amambili, M., Garziera, R., and Negri, a.,” Experimental Study On Large-Amplitude Vibrations of Water-Filled Circular Cylindrical Shells.”, J. Fluid and Structures, ۱۶(۲), pp. ۲۱۳-۲۲۷, ۲۰۰۲.

[۵۶] Nakayama, T., and Washizu, K., "Nonlinear Analysis of Liquid Motion in A Container subjected to Forced Pitching Oscillation", Intl. J. for Numeric. Methods in Eng., Vol. ۱۵, pp. ۱۲۰۷-۱۲۲۰, ۱۹۸۰.

[۵۷] El-Sayad, M.A., and Hanna, S.N., and Ibrahim, R.A., "Parametric Excitation of Nonlinear Elastic System Involving Hydrodynamic Sloshing Impact", Nonlinear Dynamics ۱۸, pp. ۲۵-۵۰, ۱۹۹۹.

[۵۸] رضایی، د.، بررسی اثر تلاطم سوخت مایع بر روی پایداری دینامیکی یک موشک بالستیک،

پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه تربیت مدرس، بهار ۱۳۸۰.

[۵۹] سررشته داری، ع.، بررسی رفتار دینامیکی جاذب ارتعاش در خطوط انتقال نیرو، پایان نامه

کارشناسی، دانشگاه علم و صنعت ایران، خرداد ۱۳۷۹.

[۶۰] سررشته داری، ع.، بررسی پدیده تلاطم مایع، سمینار کارشناسی ارشد، دانشگاه علم و صنعت

ایران، شهریور ۱۳۸۰.