uma

Imagine que você seja aprisionado no interior de um imenso cristal. Nesse mundo translúcido, você observaria incontáveis imagens de si mesmo, o que lhe daria a impressão de habitar um espaço ilusoriamente infinito.

Algo semelhante poderia descrever a realidade física de nosso universo? Seriam parte daquilo que observamos apenas réplicas-fantasmas de fontes luminosas mais próximas, o que nos daria a impressão de viver em um universo infinito, quando, na realidade, ele teria volume finito?

Um passo fundamental para descobrir se somos ou não parte dessa miragem cósmica seria responder a uma pergunta simples: Qual a forma do universo? Esse é o tema de interesse da topologia cósmica, uma área recente do conhecimento que une a cosmologia à geometria.

Evelise Gausmann
Instituto de Física Teórica, Universidade Estadual Paulista
Jean-Pierre Luminet
Laboratório Universo e Teorias, Observatório de Paris-Meudon

Hoje, para a física, desvendar a forma do universo ajudaria a completar nossa descrição do universo. Mas, como atribuir uma forma a essa entidade, se sempre a imaginamos infinita, sem forma e inexplorável?

A busca de uma resposta para essa questão – que tem sido o tema de pesquisas principalmente de brasileiros, franceses e norte-americanos – só faz sentido se empregarmos uma linguagem geométrica.

Mas qual seria, então, o espaço geométrico capaz de representar o espaço físico? Basicamente, é esse o problema que pretendemos discutir aqui.

TOPOLOGIA CÓSMICA

O espaço que nos rodeia é muito bem descrito pela geometria euclidiana, da qual, em geral, extraímos nossas noções básicas de ponto, linha reta, ângulos, planos, entre outras entidades geométricas. A palavra 'euclidiana' é uma referência ao matemático grego Euclides, que viveu por volta de 300 a.C e sistematizou o conhecimento dessa área em 13 volumes dos *Elementos de geometria*.

miragem topológica?

No entanto, o espaço microscópico e o espaço cosmológico diferem profundamente do espaço ao nosso redor. Com relação à forma do espaço, a física atual nos dá respostas diferentes de acordo com a resolução que é usada para examinar a estrutura do universo.

O estudo da forma global do espaço tem problemas específicos não só com relação à curvatura – veremos mais adiante que a matéria tem a capacidade de curvar o espaço –, mas também no que diz respeito à topologia do universo.

Vale aqui, então, uma breve definição do que seja topologia. Ela é a área da matemática que estuda e classifica as formas dos espaços, através do estudo de linhas, superfícies, volumes etc. No entanto, a relatividade geral – teoria publicada em 1916 pelo físico alemão Albert Einstein (1879-1955) e que inclui, como caso particular, a teoria da gravitação do inglês Isaac Newton (1642-1727) – nada tem a dizer sobre a topologia (ou forma global) do universo.

Assim, da aplicação das surpreendentes descobertas matemáticas feitas recentemente no domínio da topologia aos modelos cosmológicos relativísticos, nasceu uma nova área de estudo: a topologia cósmica.

CURVATURA E DENSIDADE

A cosmologia procura as soluções das equações da relatividade geral que são aptas a descrever a estrutura do universo em larga escala. Essas soluções devem ser compatíveis com as observações.

Dados observacionais indicam uma distribuição de matéria quase uniforme através do espaço. Segundo a relatividade geral, essa matéria provoca uma curvatura espacial em larga escala que é constante de um ponto a outro do espaço. Os primeiros modelos cosmológicos dinâmicos que tratam o espaço como dotado de uma curvatura constante foram idealizados, entre 1922 e 1927, por dois cosmólogos, o russo Alexandre Friedmann (1888-1925) e o belga Georges Lemaître (1894-1966). Esses modelos distinguem-se por sua curvatura, dinâmica e topologia.

Quanto à curvatura – que na matemática se denomina com a letra K –, consideramos três possibilidades, como mostra a primeira coluna da figura 1:
a) o espaço euclidiano, que possui curvatura nula;
b) o espaço esférico, que possui curvatura positiva;
c) o espaço hiperbólico, que possui curvatura negativa.

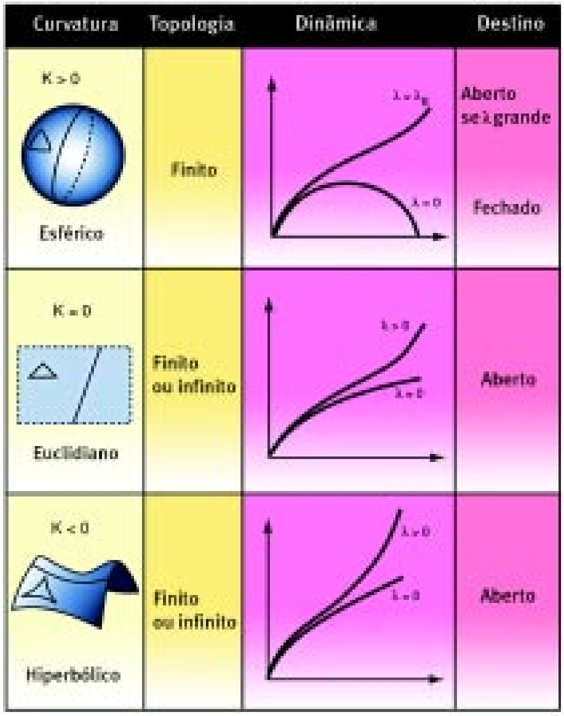


Figura 1. Aberto ou fechado? A curvatura do espaço não determina a evolução temporal do universo – a menos que a constante cosmológica seja nula –, nem se o universo é finito ou infinito –a menos que consideremos que a topologia seja simplesmente conexa. A tabela resume os modelos de *Big Bang*. A primeira coluna apresenta a curvatura espacial; a segunda, as possibilidades de topologias finitas ou infinitas; a terceira, o comportamento temporal de acordo com a constante cosmológica (λ); a quarta, cada modelo como aberto ou fechado

A relatividade geral permite-nos calcular a curvatura do espaço. O valor dessa curvatura depende da densidade média de energia no universo – ou densidade média de matéria, pois o próprio Einstein, em 1905, mostrou, através de sua famosa fórmula $E=mc^2$, que essas grandezas são equivalentes. Essa densidade média de energia é a soma da densidade de matéria (visível e escura) e da chamada constante cosmológica – esta última é interpretada como a energia do vácuo e age como um tipo de força antigravitacional, ou seja, de repulsão. Já a matéria escura tem esse nome por não refletir luz e, assim, só poder ser detectada pela ação gravitacional que exerce sobre a matéria visível.

Segundo a relatividade geral, a curvatura do espaço nos modelos de Friedmann-Lemaître será determinada pela chamada densidade crítica, que equivale a aproximadamente 10^{-29} g/cm^3. Abaixo desse valor, o espaço é hiperbólico; acima dele, o espaço é esférico; e se o valor for exatamente o crítico, o espaço é dito euclidiano, como pode ser visto também na primeira coluna da figura 1.

É essa relação entre curvatura e densidade de matéria que nos permite determinar observacionalmente a geometria macroscópica do espaço.

TENDÊNCIA AO ESFÉRICO

Ligada à curvatura, a dinâmica do universo – ou como ele evoluiu com o tempo – apresenta-se em dois cenários possíveis:

a) partindo de sua origem – um evento popularmente denominado *Big Bang* –, o universo vai se expandir até um volume máximo e, depois, passará a um movimento inverso, de contração e reaquecimento, colapsando novamente no chamado *Big Crunch* (algo como 'Grande Esmagamento');

b) contrariamente ao cenário apresentado acima, a expansão atual pode se manter indefinidamente, diluindo e resfriando o universo. Nesse caso, ou a expansão desacelera sem nunca parar, ou, ao contrário, se acelera.

A dinâmica do universo depende da densidade média de matéria e da constante cosmológica, que, por sua vez, pode acelerar a taxa de expansão, de modo que mesmo um espaço esférico poderá se expandir para sempre se sua constante cosmológica for suficientemente grande.

Pesquisas recentes com base em observações de supernovas (explosões estelares), bem como da radiação cósmica de fundo, indicam um parâmetro de densidade (razão entre a densidade média e a densidade crítica) entre 0,98 e 1,23, na qual a contribuição da matéria (visível e escura) é de aproximadamente 1/3 e a da constante cosmológica cerca de 2/3 do valor da densidade.

Nesse cenário, teremos um universo aproximadamente plano que, por causa da predominância da constante cosmológica, irá se expandir para sempre, acelerando-se no decorrer do tempo. Entretanto, esse fato não exclui a possibilidade de um universo esférico ou hiperbólico. Na realidade, existe inclusive uma certa tendência dos dados observacionais que favorece um universo esférico.

LIGADOS, MAS DISTINTOS

Quando o assunto é a forma global do universo, ou seja, sua topologia, uma das primeiras questões em que pensamos é se o universo é finito ou infinito.

Como já dissemos, a relatividade geral não fixa a estrutura global do espaço. Ela nos diz simplesmente que um universo com curvatura positiva ($K>0$) tem um volume finito e que, se o universo tiver curvatura negativa (K<0) ou nula (K=0), serão admitidas tanto topologias finitas quanto infinitas, como pode ser visto na segunda coluna da figura 1.

Por muito tempo, desconsiderou-se a possibilidade de universos com curvatura nula e curvatura negativa terem topologias finitas – vale ressaltar que as topologias finitas admitem diversas formas com volume finito. A tendência era considerar apenas a topologia infinita, que é a mais simples e admite somente um espaço infinito, com volume infinito. Por exemplo, o espaço euclidiano infinito é o espaço com curvatura nula e de topologia mais simples.

As várias possibilidades topológicas para uma dada curvatura foram negligenciadas pela cosmologia. E, assim, a questão da finitude do universo foi associada somente ao conhecimento da curvatura. Isso gerou uma confusão com relação aos conceitos de dois modelos de universo, ou seja, o de universo 'aberto' e o de 'fechado', que exemplificam sua dinâmica, ou seja, como ele evoluiu temporalmente. No modelo aberto, o universo expande-se para sempre; no fechado, ele expande-se até um certo momento e passa a se contrair.

Os modelos de universo aberto foram associados unicamente a um universo infinito, e o modelo fechado ao conceito de finito. Na realidade, somente se considerarmos a topologia mais simples e uma constante cosmológica nula, esses casos coincidem. Assim, não devemos confundir os conceitos de dinâmica temporal, de curvatura espacial e de topologia, que, apesar de ligados, são distintos. A figura 1 apresenta um resumo desses conceitos para os modelos de Friedmann-Lemaître.

CURVATURA E TOPOLOGIA

Já dissemos que a cosmologia relativística não nos dá uma descrição completa da forma do espaço em grande escala, tenha ele curvatura nula (espaço euclidiano), positiva (espaço esférico) ou negativa (espaço hiperbólico). Portanto, para responder a questões como 'Qual, então, a forma global do espaço?', 'Ele é finito ou não?', a cosmologia relativística deve buscar a ajuda da topologia.

Um espaço euclidiano não é necessariamente tão simples quanto tendemos a imaginar. Consideremos um exemplo em duas dimensões para facilitar nossa intuição: uma superfície com curvatura nula não precisa ser necessariamente o plano euclidiano infinito. Se cortarmos uma faixa do plano infinito e colarmos suas extremidades, teremos um cilindro. A geometria euclidiana é preservada, ou seja, o cilindro é uma superfície euclidiana de curvatura nula, como o plano infinito.

O plano e o cilindro, no entanto, são fundamentalmente diferentes – o cilindro é finito em uma das direções e em outra se mantém infinito como o plano. Esse tipo de propriedade vem da topologia, não da curvatura. Cortando o plano e colando suas extremidades, nós não mudamos sua forma local (sua curvatura), mas mudamos radicalmente sua forma global (sua topologia).

E se, agora, decidirmos cortar nosso cilindro em sua direção infinita e colar as extremidades circulares do tubo de comprimento finito que se forma? Formaremos algo que chamamos toro plano, uma superfície euclidiana com curvatura nula, mas finita em todas as direções (figura 2). Um ser andando sobre uma superfície como essa não notará a diferença entre o toro plano e o próprio plano, a menos que ele ande sobre toda a superfície e perceba que está passando por lugares por onde já havia passado

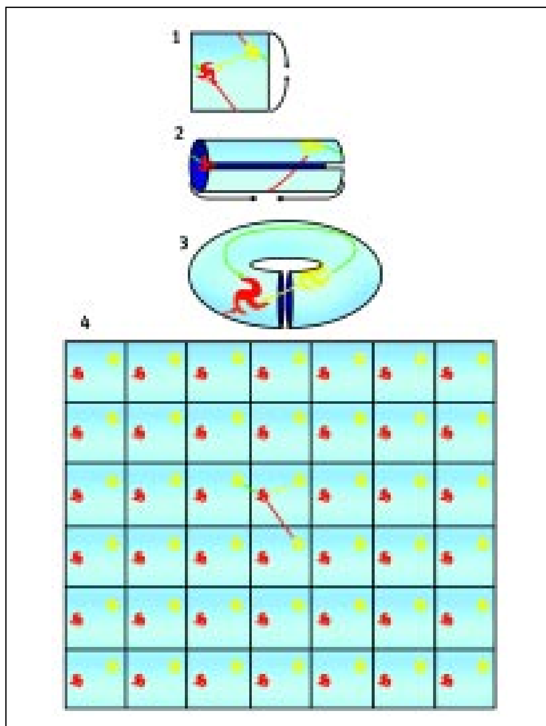


Figura 2. Jogo cósmico. Em um universo bidimensional, podemos ilustrar como um observador na galáxia A (vermelha) verá imagens múltiplas da galáxia B (amarela). Um universo como esse, um toro (3), é construído a partir de um quadrado (1), onde colamos os lados opostos (2). Isso significa que algo que sai por um lado reaparece imediatamente no lado oposto. A luz da galáxia B chegará até a galáxia A por vários trajetos (geodésicas), de tal forma que o observador na galáxia A verá imagens da galáxia B em diversas direções do espaço. O toro é um espaço finito. No entanto, se vivêssemos nesse espaço, teríamos a ilusão de estarmos em um universo muito maior do que o real. Esse espaço terá o aspecto de uma rede (4) construída a partir de uma célula fundamental que repetirá indefinidamente todos os objetos nela contidos

anteriormente. Note que partimos de uma superfície infinita – isto é, do plano euclidiano infinito – e construímos um espaço também com geometria euclidiana, mas finito em todas as direções, ou seja, o toro plano.

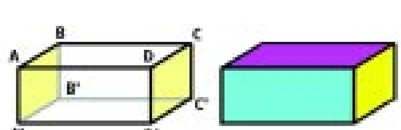
O mesmo ocorrerá em três dimensões se colarmos as faces opostas de um paralelepípedo no espaço euclidiano. Formaremos o chamado hipertoro, que ainda é um espaço euclidiano com curvatura nula, mas com volume finito. Assim como o hipertoro, existem diversas topologias diferentes para o espaço euclidiano em três dimensões. Da mesma forma, existe um número infinito de topologias compatíveis com os espaços hiperbólicos e esféricos. Podemos construir soluções cosmológicas combinando curvatura e topologia – e essa última pode ser descrita pelas mais diversas formas.

EM 3D

A maior parte dos espaços tridimensionais são representados sob a forma de poliedros convexos de faces e vértices associados aos pares. Vale lembrar que um poliedro é um sólido geométrico constituído de faces poligonais, onde os lados comuns formam as arestas do poliedro e seus pontos comuns os vértices. Um exemplo simples de poliedro é o cubo, cujas faces são formadas por seis polígonos iguais (quadrados).

Podemos construir um espaço hiperbólico ($K<0$) de volume finito associando aos pares as faces de um poliedro. O espaço resultante terá curvatura negativa em cada ponto, mas seu volume será finito, da mesma forma que o hipertoro no espaço euclidiano.

Já os espaços com curvatura positiva são todos de volume finito. O espaço esférico foi utilizado por Einstein e Friedmann em seus primeiros modelos cosmológicos. O espaço esférico já é um espaço fechado – não estamos nos referindo ao modelo de universo fechado, mas sim a um espaço fechado ou de volume finito –, sem borda e descoberto pelo matemático alemão Bernhard Riemann (1826-1866).



Face AA'B'B associada ou 'colada' à face DD'C'C
Face A'B'C'D' associada ou 'colada' à face ABCD
Face AA'D'D associada ou 'colada' à face BB'C'C

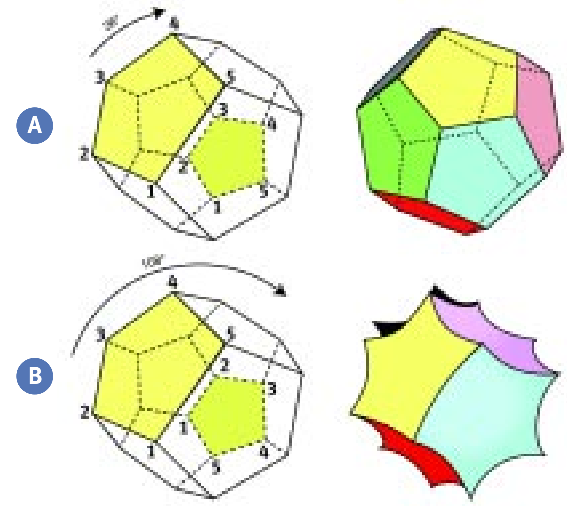


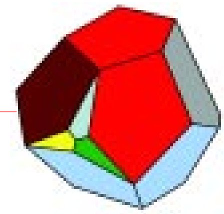
Figura 3. Dois espaços dodecaédricos. Em A, espaço esférico de Poincaré. Cada face do dodecaedro é colada à sua face oposta após uma rotação de 36°. O espaço resultante é o espaço esférico de Poincaré, uma variante da hiperesfera que tem um volume 120 vezes menor. Em B, espaço hiperbólico de Seifert-Weber. Cada face do dodecaedro é colada à sua face oposta após uma rotação de 108°. O espaço resultante é o espaço hiperbólico de Seifert-Weber, uma variante do hiperbolóide H^3, que tem volume finito. Essa colagem só pode ser realizada porque utilizamos um dodecaedro com curvatura negativa – em um espaço hiperbólico, a soma dos ângulos de um triângulo, por exemplo, é menor que 180°

Recentemente, os espaços esféricos foram reclassificados – os espaços esféricos foram, todos eles, primeiramente classificados pelos matemáticos alemães William Threlfall (1888-1949) e Herbert Seifert (1907-1996) na década de 1930; no entanto, a classificação não foi feita de maneira a poder ser aplicada à topologia cósmica – de uma maneira prática, possibilitando aprofundar o estudo da topologia cósmica para eles. Os espaços euclidianos também estão todos classificados. Mas a classificação dos espaços hiperbólicos não está completa, fazendo deles temas de grande interesse.

Há um grande número de exemplos de espaços hiperbólicos. Um deles é o espaço de Seifert-Weber, formado a partir do dodecaedro, um poliedro regular de 12 faces pentagonais (figura 3b). Muitas das propriedades desses espaços estão ainda em estudo. Não se sabe ao certo qual o menor desses espaços, em unidades do raio de curvatura.

IMPORTÂNCIA DO VOLUME

Para as aplicações em cosmologia, o volume do espaço é de grande importância. Podemos obter espaços euclidianos (curvatura nula) com o volume que desejarmos.



Espaço de Weeks: faces de mesma cor são associadas ou 'coladas' aos pares

Vale relembrar que o espaço euclidiano é infinito, e uma das possibilidades topológicas para um universo com curvatura nula é considerar o próprio espaço euclidiano infinito, portanto de volume infinito. Outra possibilidade é construirmos espaços de volume finito, mas com a mesma geometria do espaço euclidiano, como, por exemplo, o hipertoro.

O hipertoro nada mais é que um paralelepípedo com todas as suas faces opostas coladas. Mas o que significa colar as faces opostas de um paralelepípedo? Significa que, ao atravessarmos de suas faces, não sairemos dele, mas, sim, entraremos em sua face oposta.

Para universos com curvatura negativa, uma das possibilidades topológicas é o espaço hiperbólico, que é infinito e que, portanto, tem volume infinito. Outra é construirmos espaços de volume finito com a mesma geometria do espaço hiperbólico (figura 3b) – da mesma forma como é feito para espaços euclidianos.

A diferença nos universos com curvatura positiva é que todas as possibilidades topológicas são finitas, sendo a mais simples o próprio espaço esférico. Outro exemplo é o mostrado na figura 3a.

O espaço esférico (curvatura positiva), para um raio de curvatura R, possui um volume máximo de $2\pi^2 R^3$, que é o volume da hiperesfera. Todos os outros espaços esféricos têm volumes iguais a uma fração do volume do espaço esférico, o qual poderá ser tão pequeno quanto quisermos, de acordo com algumas regras que permitem a identificação entre faces opostas de um poliedro nesses espaços.

Os espaços hiperbólicos de volume finito possuem, cada um, um volume específico proporcional ao raio de curvatura R. Em unidades de R e diferentemente dos espaços esféricos, eles não podem ser tão pequenos quanto desejarmos. O menor deles conhecido até hoje foi descoberto em 1985 pelo matemático norte-americano Jeffrey Weeks e tem volume igual a 0,94272.

No endereço http://www.geometrygames.org/, Weeks apresenta diversos e interessantes exemplos de espaços hiperbólicos e euclidianos de volume finito de uma maneira simples e didática.

EFEITO TOPOLÓGICO

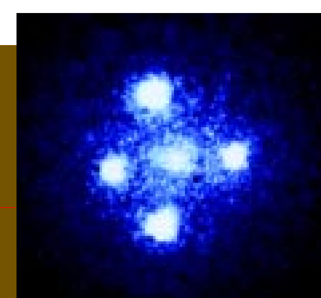
Para a topologia, o plano euclidiano infinito, por exemplo, é dito ser simplesmente conexo, pois quaisquer dois pontos são unidos por uma única geodésica. A geodésica é a menor curva que une dois pontos em um espaço plano, o que equivale a uma linha reta. Já o cilindro e o toro em duas dimensões, assim como o hipertoro em três dimensões, são ditos multiplamente conexos, pois neles dois pontos são ligados por mais de uma geodésica – a figura 2 apresenta a trajetória de um raio de luz, que é uma geodésica.

Essa propriedade traz importantes conseqüências para a cosmologia, uma vez que a trajetória de um raio de luz é uma geodésica. Ao observarmos uma galáxia longínqua, primeiramente pensamos estar vendo essa galáxia unicamente em uma dada direção e distância. Isso ocorrerá somente se o espaço for simplesmente conexo. Ao contrário, se o espaço for multiplamente conexo, um importante e interessante efeito ocorrerá. A galáxia será vista em várias direções e distâncias diferentes, uma vez que a luz emitida por ela chegará até nós (observadores) percorrendo diversas trajetórias.

Os raios de luz provenientes de fontes luminosas que chegam até nós é o que nos possibilita 'ver' o universo. Assim, veremos diversas imagens de uma mesma fonte cósmica, dando-nos a impressão de observarmos uma quantidade muito maior delas do que aquela que realmente existe.

Porém, esse efeito topológico não deve ser confundido com outro, causado pela curvatura do espaço nas proximidades de um corpo de grande massa (ver 'Lentes gravitacionais').

LENTES GRAVITACIONAIS



Na lente gravitacional, a curvatura do espaço nas vizinhanças de um corpo massivo, situado na linha de visão de uma fonte cósmica mais longínqua, multiplica os raios luminosos dela provenientes. Percebemos, então, imagens múltiplas, agrupadas, na direção do corpo intermediário, que será chamado lente. Essas imagens são conseqüência da curvatura local do espaço em torno da lente.

As imagens múltiplas estão todas aproximadamente à mesma distância. Como conseqüência, o intervalo temporal entre elas não passa de alguns meses. Ao contrário da lente gravitacional, o efeito topológico faz com que as imagens múltiplas de uma mesma fonte sejam espalhadas em todas as direções do espaço e em todas as fases do passado. Assim, o efeito topológico é global, e o intervalo temporal, nesse caso, pode ser bastante grande, causando efeitos significativos de evolução entre duas imagens.

IMERSOS EM UM CRISTAL

Se vivêssemos no interior de um espaço multiplamente conexo, poderíamos habitar um universo menor do que aquele que pensamos. Teríamos a impressão de um universo infinito, quando, na realidade, nosso universo teria volume finito. Estaríamos imersos em um 'imenso cristal' que se multiplica em todas as direções a partir de uma célula de base.

Essa célula, chamada poliedro fundamental, seria nosso universo físico (real). Todos os objetos reais – incluindo nós mesmos – estariam no interior desse poliedro fundamental, e tudo que veríamos além desse poliedro seriam réplicas fantasmas das fontes luminosas mais próximas (figura 4).

Essa possibilidade nos daria condições de observar uma galáxia, por exemplo, em todas as suas orientações e fases de sua evolução. Isso porque, quanto mais longe a galáxia é observada, mais longa é a trajetória percorrida pela luz emitida por ela até nós. E, como conseqüência, estaríamos vendo essa galáxia mais jovem. É como se víssemos uma foto da galáxia tirada há vários anos e pudéssemos compará-la com sua idade atual.

É provável que, no caso de vivermos em tal universo, ele tenha dimensões razoavelmente grandes – aproximadamente 3 bilhões de anos-luz. Caso contrário, já teríamos percebido alguma imagem múltipla de, por exemplo, nossa própria galáxia, pois a luz que ela emitiu no passado teria tido tempo de dar uma volta no universo.

Os testes observacionais se baseiam no efeito de imagens múltiplas, seja estudando a distribuição de fontes discretas (aglomerados de galáxias), seja estudando flutuações da radiação cósmica de fundo – como veremos mais adiante, essa radiação é um tipo de 'eco' deixado pelo *Big Bang*.

Podemos encontrar sinais da topologia utilizando um dado objeto cósmico – uma galáxia, por exemplo – e procurando outras imagens desse objeto. Uma das dificuldades dessa abordagem é que iremos ver esse objeto em diferentes épocas de sua evolução, dificultando sua identificação. Como se tivéssemos que comparar uma foto de criança e outra de adulto de uma mesma pessoa.

Outra maneira seria estudarmos a distribuição de um certo objeto cósmico – como aglomerados de galáxias –, colocando em evidência as correlações existentes entre eles, como, por exemplo, o método de cristalografia cósmica descrito a seguir.

TESTES OBSERVACIONAIS

Nos últimos anos, com os avanços nas pesquisas em topologia cósmica, têm sido desenvolvidos métodos observacionais visando detectar imagens múltiplas provenientes de efeitos topológicos.

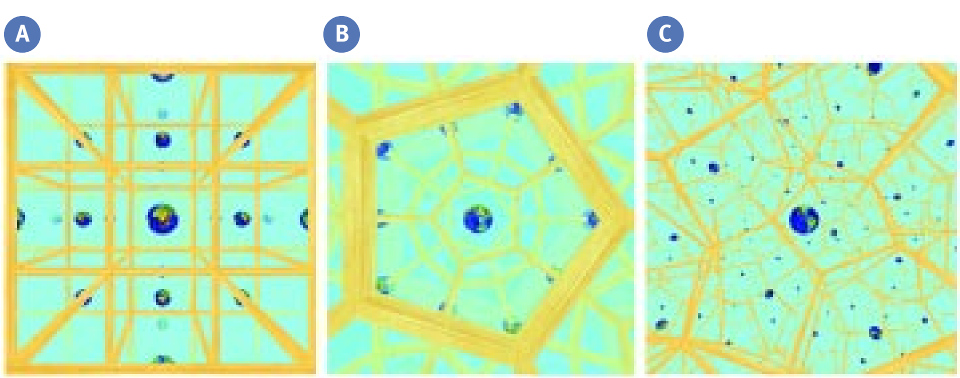


Figura 4. Cristal cósmico. Em um universo com topologia multiplamente conexa, podemos associar o espaço real a um poliedro onde cada imagem é multiplicada, formando um mundo de aparência. A estrutura do espaço aparente pode ser representada por uma estrutura cristalina, formada a partir de um poliedro fundamental. Em A, ilustramos a estrutura aparente de um hipertoro (espaço euclidiano); em B, do espaço de Poincaré (espaço esférico mostrado na figura 3); em C, do espaço de Weeks (o menor espaço hiperbólico conhecido). Representamos a Terra no centro do poliedro fundamental, bem como suas imagens múltiplas. Observacionalmente, a Terra é um objeto muito pequeno para ser visto por nossos telescópios. Os objetos usados com o objetivo de detectar tais espaços são galáxias ou conjuntos de galáxias chamados aglomerados

CRISTALOGRAFIA CÓSMICA

O método de cristalografia cósmica correlaciona fontes localizadas através da distância entre cada par delas. Se os pares de imagens são separados por uma mesma distância, isso poderá caracterizar imagens múltiplas de uma mesma fonte e, conseqüentemente, um universo multiplamente conexo.

O método funciona da seguinte maneira:

a) observamos uma certa distribuição de objetos celestes (aglomerados de galáxias, por exemplo) dos quais conhecemos a localização e, dessa forma, podemos calcular as distâncias que os separam;

b) contamos o número de vezes que cada distância ocorre e, assim, se nosso universo for multiplamente conexo, obteremos um grande número de ocorrências de certos valores das distâncias;

c) certos valores de distâncias se sobressaem com relação aos demais, pois o número de vezes que ocorrem é bastante superior ao número de vezes que a maioria das distâncias se repetem;

d) podemos identificar a topologia pela presença de distâncias repetidas e pelo fato de que elas são proporcionais às dimensões do poliedro fundamental.

Esse método já foi aplicado aos três modelos de universo com curvatura constante. Para os espaços euclidianos e esféricos, esse método nos dá bons resultados. Nesses espaços, observamos essa repetição de distâncias entre pares de imagens, o que permite o sucesso na aplicação do método (figura 5).

Quanto aos espaços hiperbólicos, há um fator complicador, pois eles são dotados de uma característica específica que faz com que a distribuição de distâncias entre imagens permaneça aleatória – ou seja, as distâncias não se repetem, e isso impossibilita a identificação de imagens múltiplas. Nesse caso, a distribuição de distâncias se mostra indistinguível se comparada com a distribuição obtida para um universo hiperbólico com topologia trivial, isto é, um universo infinito e sem forma. No entanto, foram criadas variações do método de cristalografia que permitem contornar essa característica dos espaços hiperbólicos.

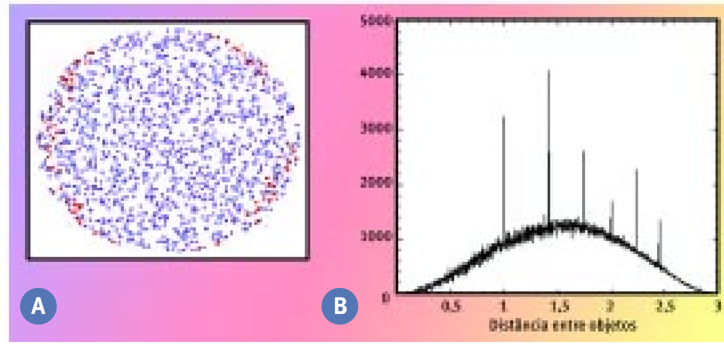


Figura 5. Cristalografia cósmica. Em A, temos a simulação de uma carta do céu em um universo euclidiano com a topologia de um hipertoro. O poliedro fundamental possui 100 fontes originais (pontos vermelhos) distribuídas em um cubo com lado igual a 60% do raio do universo observável, ou seja, 60% do que conseguimos observar do universo em uma direção. Temos, no entanto, a ilusão de observar 1.939 fontes fantasmas (pontos azuis). Em B, temos o histograma de separação de pares onde os picos em distâncias particulares caracterizam a topologia e as dimensões do poliedro fundamental

CÍRCULOS NO CÉU

Outro método baseado em pares de imagens é o chamado 'círculos no céu', que correlaciona flutuações bidimensionais da radiação cósmica de fundo. A radiação cósmica de fundo foi emitida em uma época única nos primórdios de nosso universo.

Expliquemos isso melhor. Inicialmente, o universo era tão quente que átomo algum poderia ser formado – nosso universo era um gás quente de partículas. À medida que ele se expandiu, ocorreu também um resfriamento gradual e, como conseqüência, um agrupamento das partículas. Formaram-se os primeiros átomos de hidrogênio. A formação de átomos diminuiu a quantidade de elétrons livres presentes no gás de partículas, pois os elétrons (com carga elétrica negativa) foram capturados pelos núcleos atômicos (positivos).

Os elétrons livres eram responsáveis pelo repetido espalhamento dos fótons (partículas de luz), o que impedia a trajetória desses últimos até os dias de hoje e, portanto, sua observação – espalhamento pode ser definindo aqui como o choque entre essas duas partículas. Com a diminuição dos elétrons livres, os fótons sofrem bem menos espalhamento, o que passou a permitir sua observação. É por esse motivo que a radiação cósmica de fundo nos dá a imagem mais antiga que temos de nosso universo.

Essa radiação tem uma temperatura que varia em torno de 2,7 K (-270,45°C). A imagem formada pela radiação é a da chamada superfície de último espalhamento, na qual os fótons foram espalhados pela última vez pelos elétrons livres. Essa superfície limita a região observável de nosso universo.

LONGA BUSCA COMPUTACIONAL

Se nosso universo for multiplamente conexo e se o poliedro fundamental tiver um tamanho tal que suas faces interceptem a superfície de último espalhamento, teremos uma ótima maneira de observar a topologia do universo.

A intersecção dessa superfície com a face do poliedro forma um círculo. Essa superfície é como uma 'casca' esférica centrada no observador – ou seja, nós mesmos. Essa casca é 'cortada' pela face do poliedro. É como se cortássemos uma secção reta de uma laranja e observássemos a forma de sua casca na parte onde a lâmina da faca passou, ou seja, um círculo (figura 6). A imagem da superfície de último espalhamento que chega até nós, através da radiação, é expressa por variações de temperatura – regiões mais quentes e outras mais frias. Assim, ao longo desses círculos deve existir uma certa variação de temperatura.

Cada um desses círculos corresponderá a uma face do poliedro fundamental. Como cada face é associada aos pares, podemos correlacionar pares de imagens de círculos ao longo dos quais as variações de temperatura serão as mesmas.

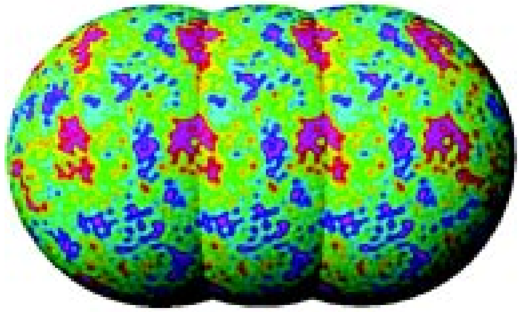


Figura 6. Círculos no céu. O método de círculos no céu se baseia na procura de pares de círculos correlacionados na distribuição da variação de temperatura da radiação cósmica de fundo. Em um universo multiplamente conexo, a superfície de último espalhamento – que origina a radiação cósmica de fundo – se auto-intercepta, formando pares de círculos. Um observador – que está necessariamente situado no centro da superfície de último espalhamento – verá a mesma região do universo em diferentes direções. Conseqüentemente, as variações de temperatura serão iguais ao longo dos pares de círculos correlacionados, como podemos ver na figura. Esse mapa da radiação cósmica de fundo foi calculado para um espaço plano e multiplamente conexo – um hipertoro com dimensões 3,17 vezes menores que o diâmetro do universo observável

MEDIDAS RECENTES

Uma conclusão provisória obtida através de dados atuais é que o universo não poderia ser menor que aproximadamente 3 bilhões de anos-luz. Esse valor deixa ainda boa margem para universos com topologias não triviais.

Medidas da radiação cósmica de fundo feitas por experimentos como Boomerang, Maxima e WMAP sugerem um universo aproximadamente euclidiano. Isso dificulta a observação de efeitos topológicos para universos hiperbólicos e esféricos, mas não os exclui necessariamente. Por exemplo, um universo com parâmetro de densidade – resultado da divisão da densidade média do universo pela densidade crítica (10^{-29} g/cm^3) – igual a 0,9 tem ainda seção espacial hiperbólica, mas os efeitos topológicos só seriam detectados em escalas maiores que o universo observável, o que torna muito difícil – se não impossível – sua observação.

Assim, levando-se em conta os últimos valores para o parâmetro de densidade, ainda há a possibilidade de detectarmos aproximadamente 500 topologias esféricas que podem descrever a estrutura global do espaço. Isso sem contar as 18 variedades euclidianas para o caso – improvável – do parâmetro de densidade ser exatamente igual a um.

Esse método está sendo aplicado aos espaços euclidianos e hiperbólicos e será aplicado aos espaços esféricos. Os resultados, porém, ainda não estão disponíveis. Eles são obtidos através de uma longa procura computacional, usando os dados da radiação cósmica de fundo.

NOS PRÓXIMOS ANOS

Testes observacionais utilizando cristalografia cósmica e detecção de pares correlacionados estão ainda em andamento. O método de cristalografia cósmica necessita uma alta amplitude e resolução das observações a grandes distâncias. Os programas observacionais 2DF, do Observatório de Siding Spring (Austrália), e SSDS, da Nasa (agência espacial norte-americana), ainda não permitem alcançar esses objetivos. É, portanto, a análise da radiação cósmica de fundo a mais cotada para nos dar as primeiras indicações sobre a topologia do universo (ver 'Medidas recentes').

Nos próximos anos, esperam-se grandes avanços em projetos observacionais. Eles nos trarão informações sobre um grande número de aglomerados de galáxias e quasares longínquos, além de medidas de alta resolução da radiação cósmica de fundo graças aos satélites WMAP e Planck. Só com esses avanços poderemos, talvez, atribuir uma forma ao universo. ■

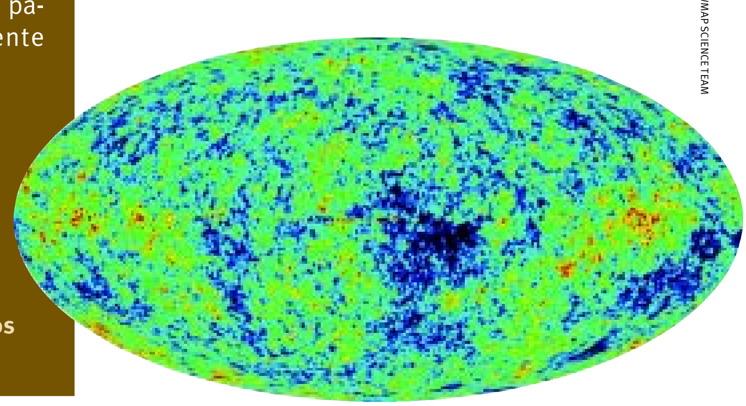
Sugestões para leitura

LUMINET, J.-P. e LACHISZE-REY, M., *A Fisica e o Infinito*, Instituto Piaget, Lisboa, 1998

LUMINET, J.-P., *L'Univers chiffonné*, Paris, Fayard, 2001.

LUMINET, J.-P., STARKMAN, G. e WEEKS, J. 'Is Space Finite?', *Scientific American*, abril 1999, pp. 90-97. E também em nova versão: 'The Once And Future Cosmos', *Scientific American*, edição especial, vol. 12, nº 2, p. 58, 2002.

Na internet: http://www.geometrygames.org/



NASA / WMAP SCIENCE TEAM

Radiação cósmica de fundo. O mapa da radiação cósmica de fundo, obtido pelo satélite WMAP, representa nosso universo há 14 bilhões de anos através das variações de temperatura em torno de -270,45°C. Os pontos avermelhados representam regiões mais quentes, enquanto os azulados regiões mais frias