

De Pitágoras a Einstein: uma breve história da evolução da geometria e seu uso na ciência*

Sandro Silva e Costa

Março de 2004

*Esta é uma apostila preparada apenas para uma palestra sobre relatividade. As figuras aqui presentes foram reproduzidas sem autorização dos autores e, portanto, este *não é* um produto comercializável.

1 A geometria grega

O primeiro personagem nesta pequena história da geometria é o triângulo retângulo: num triângulo retângulo, a soma dos quadrados dos catetos (de comprimentos a e b) é igual ao quadrado da hipotenusa (de comprimento c). Em linguagem matemática,

$$a^2 + b^2 = c^2.$$

Essa ‘verdade’ geométrica é ensinada no Ocidente como sendo o enunciado básico do teorema que hoje leva o nome de **Pitágoras**, matemático e filósofo grego, que viveu entre os anos de 570 a 495 antes de Cristo. Para Pitágoras e seus discípulos “o princípio de todas as coisas é o número”. Assim, para os pitagóricos “a aparência superficial das coisas era apenas aparência, ilusória, pois o conhecimento da natureza das coisas e a apreciação da ordem fundamental do mundo poderiam ser obtidos apenas pela compreensão delas em termos aritméticos” [1]. A grande descoberta matemática dos pitagóricos não foi a do teorema que hoje leva o nome de Pitágoras, pois ele já havia sido descoberto anteriormente, por outros povos, mas sim a dos números irracionais, que surgem naturalmente quando se usa, por exemplo, um triângulo retângulo com catetos de comprimentos iguais.

No entanto, foi a observação, feita *não apenas pelos gregos*, de que os números inteiros 3, 4 e 5 satisfazem a relação descrita no teorema de Pitágoras que teve maiores e mais profundas implicações filosóficas. Supondo que três é um número ligado à divindade e à perfeição¹ e que quatro é o número ligado à Terra², o cinco deve representar a ação da divindade na Terra. Combinações desses números ‘mágicos’ são valorizadas até hoje em diversas culturas: 7 (= 3 + 4) dias da semana, 12 (= 3 + 4 + 5) meses do ano, 12 tribos, etc.

As idéias filosóficas dos pitagóricos foram muito importantes, como pode se ver na provável influência que tiveram sobre as idéias de **Platão** (428-348 a.C.), filósofo grego, discípulo do filósofo Sócrates, e professor de outro filósofo im-

¹Para boa parte dos cristãos, hoje, Deus é uma trindade, mas para os hindus, *antes dos cristãos*, já havia uma trindade divina fundamental: Brahma, Shiva e Vishnu.

²Os quatro cantos da terra, ou os quatro elementos formadores, ar, terra, fogo e água, ou, ainda, no misticismo hindu as quatro castas em que as pessoas podem nascer.

portante, Aristóteles. Seja como pensador original ou como divulgador das idéias de Sócrates, Platão é um personagem fundamental na história da filosofia. “Sua obra, escrita em forma de diálogos, foi e ainda é muito influente” [1]. Seguindo provavelmente o caminho aberto pelos pitagóricos, Platão viu na matemática – que na sua época consistia principalmente da geometria – um possível caminho seguro para a condução ética dos homens. A idéia de um círculo, por exemplo, envolve uma perfeição abstrata ideal, e embora dificilmente se consiga construir um círculo totalmente perfeito, o círculo pensado, essencial, do mundo das idéias, permanece visível mesmo nos círculos imperfeitos do mundo real. A idéia de círculo seria, assim, uma entidade de existência independente do pensamento ou das opiniões humanas, servindo de guia para os círculos reais, tal como outras idéias, eternas, incorpóreas e perfeitas, existentes por si mesmas, poderiam servir de modelo para as ações humanas.

No plano a forma mais perfeita geometricamente seria o círculo, e em três dimensões a perfeição estaria associada à esfera. Entretanto, assim como pode-se construir triângulos, quadrados e outros polígonos regulares que vão cada vez mais se aproximando da esfera, pode-se construir poliedros regulares³ que se aproximam cada vez mais da esfera. No entanto, há apenas cinco destes sólidos regulares – o tetraedro (formado por quatro triângulos), o cubo (formado por seis quadrados), o octaedro (oito triângulos), o dodecaedro (doze pentágonos) e o icosaedro (vinte triângulos) – e eles são conhecidos como sólidos platônicos.

A base da geometria que hoje é ensinada nas escolas é descendente dos ensinamentos de **Euclides**, matemático grego que viveu por volta de 300 a.C. em Alexandria, sede da grande biblioteca da Antigüidade. Embora tenha sido autor de vários textos, como a *A Ótica* e *Os Dados*, Euclides é conhecido por ter compilado um dos mais famosos trabalhos no campo da matemática, *Os Elementos*, um compêndio em treze volumes que ainda constitui a base de muitos cursos de geometria. O que tornou esse seu livro famoso foi o método usado, de dedução lógica de teoremas a partir de conceitos básicos, axiomas e de outros teoremas.

³Um poliedro regular é um sólido com faces regulares, que possuem o mesmo número de lados, e com o mesmo número de lados se encontrando em cada vértice.

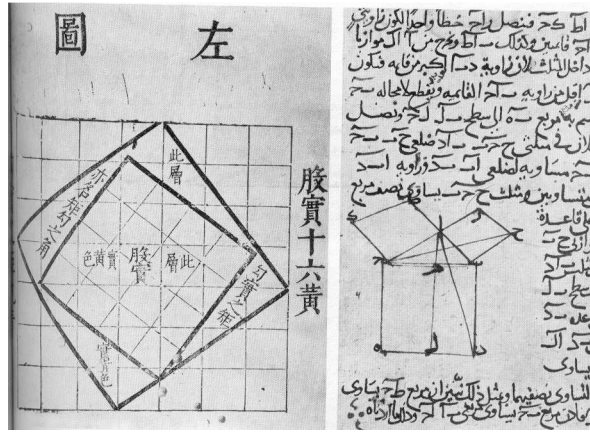


Figura 1: Imagens de demonstrações do teorema de Pitágoras em chinês e árabe.

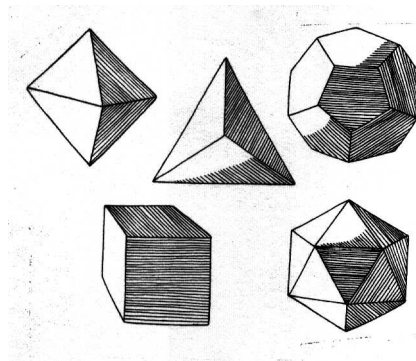


Figura 2: Os cinco poliedros regulares chamados de sólidos platônicos, formados apenas por figuras geométricas planas regulares.



Figura 3: Representação do grego Euclides, que reuniu o conhecimento geométrico de sua época.

Os cinco postulados ou axiomas básicos de Euclides são:

- I.** uma reta pode ser desenhada de um ponto a outro ponto qualquer;
- II.** uma linha finita pode ser estendida continuamente numa reta;
- III.** um círculo pode ser descrito com qualquer centro e qualquer raio;
- IV.** todos os ângulos retos são iguais;
- V.** se uma reta encontra outras duas retas de modo que a soma dos dois ângulos internos em um mesmo lado dessa reta seja menor que a soma de dois ângulos retos, as outras retas, se estendidas infinitamente, irão se encontrar.

O que impressiona quem lê *Os Elementos* de Euclides é que se possa deduzir tanta coisa destes aparentemente simples cinco postulados. O quinto postulado, por sua vez, que é uma definição de paralelismo entre retas, é o mais complexo deles e levou séculos para ser devidamente analisado em profundidade.

Na Antigüidade, o maior feito unindo a geometria com a descrição do mundo talvez tenha sido realizado pelo grego **Eratóstenes**, que também viveu em Alexandria, no século III a.C. Observando as sombras geradas pelos raios do Sol em duas cidades diferentes num mesmo dia – o dia do solstício de verão – Eratóstenes concluiu que a Terra era redonda e estimou, com um erro de menos de 10 %, o raio da Terra, usando apenas a geometria básica⁴.

O ápice do uso da geometria grega para a explicação teórica do universo foi alcançado com **Ptolomeu** (Claudio Ptolomeu, 127-145 d.C.), astrônomo e geógrafo grego que trabalhou em Alexandria. Sua principal obra, conhecida por seu título árabe, o *Almagesto*, consistia em um manual completo de astronomia, baseado no sistema geocêntrico de outro grego, Hiparco. Como matemático, Ptolomeu realizou trabalhos importantes em geometria e publicou cinco livros sobre ótica. Os ensinamentos de Ptolomeu, em especial seu sistema de movimentos circulares tendo a Terra como centro, tiveram enorme influência sobre o pensamento medieval: a visão geocêntrica do cosmos foi adotada como doutrina da Igreja Católica até o final do Renascimento, ou seja, por quase 1500 anos. Um bom motivo para a aceitação da visão geocêntrica do universo pode ser encontrado em qualquer Bíblia, no livro de Josué, capítulo 10, versículos 12 e 13:

“ Então Josué falou ao Senhor, no dia em que o Senhor deu os amorreus na mão dos filhos de Israel, e disse aos olhos dos israelitas: Sol detem-te em Gibeão, e tu, lua, no vale de Aijalom. E o sol se deteve, e a lua parou, até que o povo se vingou de seus inimigos. Isto não está escrito no livro do Reto? O sol, pois, se deteve no meio do céu, e não se apressou a pôr-se, quase um dia inteiro.”

Se a palavra de Deus diz que o sol e a lua pararam é porque eles se movem ao redor da Terra...

Deixando de lado as interpretações religiosas, deve-se ressaltar que o modelo geocêntrico não era ruim. Um dos problemas explicados por esse modelo era o do movimento dos planetas, que é diferente do das estrelas. A própria palavra

⁴Além disso, Eratóstenes também criou um método de se encontrar números primos, conhecido hoje como crivo de Eratóstenes.

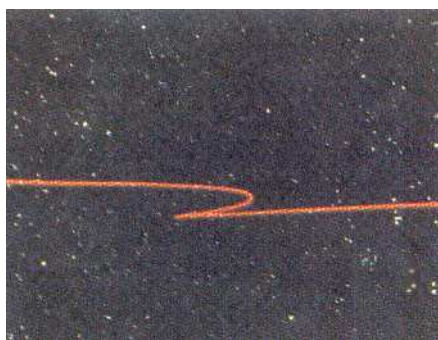


Figura 4: O movimento aparente de Marte no céu.

planeta indica isso, pois vem do grego, onde significa errante, já que os planetas parecem, às vezes, estrelas desgarradas, fora de seu caminho correto, que deveria ser com as outras estrelas. No sistema de Ptolomeu, esse mau-comportamento era explicado supondo-se que os planetas se moviam em círculos presos a esferas que giravam ao redor da Terra.

A idéia de um universo ordenado, formado por movimentos perfeitos e, portanto, circulares parecia – e ainda parece – bom aos olhos de muita gente. Na Idade Média (cerca de 700 a.C. a 1553 d.C.), época dominada por uma religiosidade baseada na autoridade, pensava-se que o Universo era um lugar finito e ordenado, onde cada coisa tinha seu lugar natural: Deus e os anjos pertenciam ao céu, os homens à Terra, as esposas a seus maridos e os escravos a seus donos, e a verdade pertencia a Deus e, por conseqüência, a seus legítimos representantes na Terra, os sacerdotes cristãos. Em retrospecto, viu-se que tal tipo de atitude conservadora foi pouco produtiva, de modo que a Idade Média passou a ser alcunhada de “Idade das Trevas”.

2 O Renascimento

Renascimento é o nome aplicado ao movimento de renovação intelectual e artística iniciado na Itália, no século XIV, e que atingiu seu apogeu no século XVI, influenciando várias outras regiões da Europa. A noção de renascimento diz res-

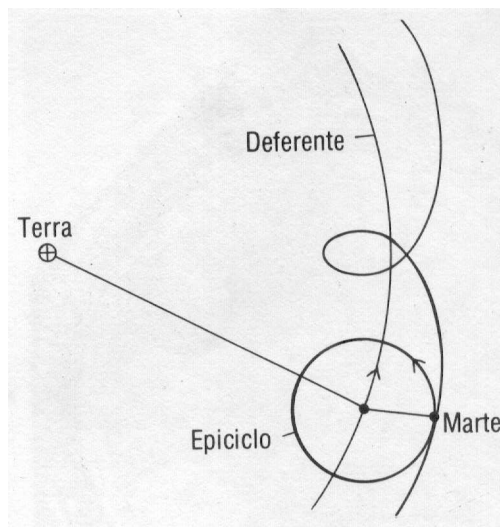


Figura 5: A explicação do movimento de Marte feita no sistema geocêntrico de Ptolomeu, usando apenas movimentos circulares.

peito à restauração dos valores do mundo clássico, grego e romano. Nessa época, as línguas européias passaram a substituir o latim, tanto na poesia quanto na prosa. A invenção da imprensa contribuiu para a disseminação das idéias, entre as quais estava uma nova abordagem centrada no homem, e não mais em Deus ou na autoridade divina ou sacerdotal. A invenção da perspectiva significou a possibilidade de uma pintura mais realista da natureza. O novo espírito de investigação estendeu-se à geografia e à cartografia, e o impulso de investigar o mundo levou ao descobrimento e colonização do Novo Mundo.

Um exemplo claro da mudança ocorrida no Renascimento pode ser visto no contraste entre a arte gótica, predominante na Idade Média, que se caracterizava por apresentar figuras delgadas, padronizadas, sem uso de uma perspectiva tridimensional (o mesmo pode ser visto nas figuras egípcias), e a arte de Leonardo da Vinci, por exemplo. Uma famosa tapeçaria medieval, a Tapeçaria de Bayeux⁵, que conta a conquista da Inglaterra pelos normandos, embora seja bem mais realista que a média da arte de sua época, mostra personagens humanos rasos, o que

⁵Bayeux é uma pequena cidade no norte da França, na região da Normandia, próxima do litoral.



Figura 6: Pequeno detalhe da Tapeçaria de Bayeux.

pode ser visto como significando que só Deus era profundo e completo. Já durante a Renascença, os pintores passaram a usar a terceira dimensão, e as pinturas, como *A Última Ceia*, de Leonardo da Vinci, passaram a ser feitas com perspectiva, mostrando cenas a partir do ponto de vista de um único olho humano, não do ponto de vista superior de Deus.

No campo científico uma figura muito importante para o Renascimento foi o astrônomo polonês Nicolau **Copérnico** (1473-1543). Em 1543, ele publicou, em seu livro *De Revolutionibus Orbium Coelestium* (Sobre a Revolução das Órbitas Celestes⁶), um modelo heliocêntrico do sistema solar, conhecido a partir de então como sistema copernicano, cujo centro ficava próximo do Sol, e não da Terra. O prefácio do livro, que não foi escrito por Copérnico, sugere que o sistema seja tratado meramente como um artifício matemático simples, mas Copérnico parecia acreditar que fosse verdadeiro. A teoria heliocêntrica, ao retirar a Terra do centro do palco celeste, despertou uma oposição religiosa feroz.

O teste de veracidade pelo qual o sistema copernicano precisava passar foi

⁶Desde o aparecimento deste livro a palavra revolução ganhou um novo significado.

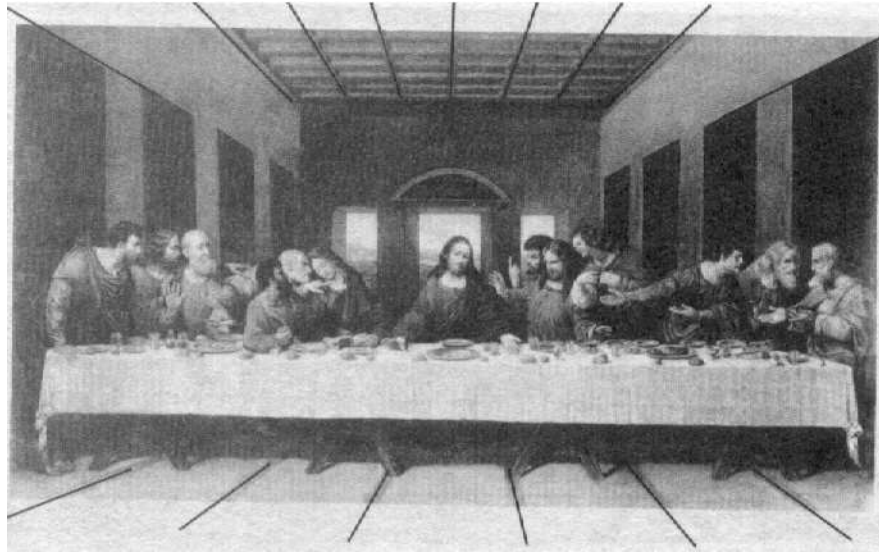


Figura 7: *A Última Ceia*, de Leonardo da Vinci.

feito por Johannes **Kepler** (1571-1630), astrônomo alemão que foi o primeiro a descrever precisamente as órbitas elípticas da Terra e dos planetas em torno do Sol. Kepler trabalhou com Tycho Brahe no observatório de Tycho nos arredores de Praga e assumiu o observatório quando ele morreu, em 1601. Tycho deixou para Kepler suas tabelas das posições estelares e planetárias. Com essas tabelas, depois de um grande esforço de análise, tentando um modelo matemático após o outro, Kepler deduziu o que são agora conhecidas como as leis de Kepler, mas a explicação física dessas leis teve que esperar pela lei da gravitação universal de Newton. Kepler também fez descobertas em óptica, física geral e geometria. Segundo as idéias iniciais de Kepler, não era por acaso que haviam apenas cinco planetas (Mercúrio, Vênus, Marte, Júpiter e Saturno, que são os únicos visíveis a olho nu) e cinco sólidos platônicos perfeitos: o universo tinha uma harmonia perfeita...

As três leis de Kepler são:

- os planetas se movem em elipses com o Sol num dos focos;
- ao se movimentar, nas elipses, os planetas variam suas velocidades, var-



Figura 8: Representação de Nicolau Copérnico.

rendo áreas iguais ao redor do Sol em tempos iguais;

- o tempo que um planeta leva para dar uma volta completa ao redor do Sol é tal que seu quadrado é proporcional ao cubo do raio médio da órbita.

Embora Kepler possa ter se decepcionado com a descoberta das órbitas elípticas, pois elas iam contra sua idéia de harmonia, ele as aceitou como sendo verdadeiras, pois haviam sido deduzidas da observação. Tal tipo de pensamento já prenunciava o pleno advento da ciência moderna.

3 O início da física clássica

Galileu **Galilei** (1564-1642), considerado um dos maiores cientistas de todos os tempos, nasceu em Pisa, na Itália. Observando candelabros oscilando na catedral local, descobriu como um pêndulo pode ser usado para medir intervalos de tempo. Propôs que todos os objetos, pesados ou leves, caem ao chão com a mesma velocidade (abstraindo-se os efeitos da resistência do ar). No campo da ótica Galileu aperfeiçoou o telescópio de refração, com o qual descobriu quatro luas de Júpiter em 1610. Também deduziu corretamente que o brilho da Lua deve-se à reflexão da luz solar. Já idoso, foi preso pela inquisição por apoiar a teoria de Copérnico, isto é, a idéia de que o Sol (e não a Terra) constitui o centro do nosso sistema planetário.

É sempre bom lembrar o que Galileu pensava sobre o conhecimento, chamado por ele de filosofia, tal como descrito em seu livro *O Ensaaiador*:

“A filosofia encontra-se escrita neste grande livro que continuamente se abre perante nossos olhos (isto é, o universo), que não se pode compreender antes de entender a língua e conhecer os caracteres com que está escrito. Ele está escrito em língua matemática, os caracteres são triângulos, circunferências e outras figuras geométricas, sem cujos meios é impossível entender humanamente as palavras; sem eles nós vagamos perdidos dentro de um obscuro labirinto.”

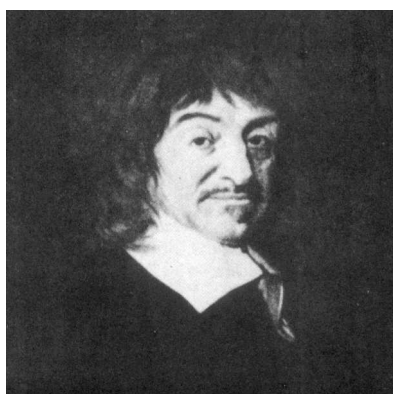


Figura 9: Retrato de René Descartes.

A importância de Galileu para a ciência é tão grande que às vezes, em visões resumidas da história, seus contemporâneos são quase esquecidos. Um destes é René **Descartes** (1596-1650), filósofo e matemático francês. Descartes inventou as coordenadas cartesianas (assim chamadas em sua homenagem), que permitiram a representação numérica de propriedades geométricas, possibilitando assim o que hoje se conhece como geometria analítica. Na história da filosofia, por outro lado, Descartes é geralmente reconhecido como um dos fundadores do racionalismo. Ele procurou delinear as bases da certeza acerca da natureza do conhecimento, recorrendo para isso ao seu “Método da Dúvida”, cujo objetivo é alcançar uma opinião ou crença que não esteja sujeita à dúvida e construir todo o conhecimento a partir desse fundamento. A frase que se tornou o símbolo do pensamento de Descartes é “*cogito ergo sum*” (penso, logo existo), ou seja, na visão de mundo cartesiana pensar é a mais importante propriedade da existência humana.

Descartes é bastante negligenciado não apenas por causa de Galileu, mas também por causa do aparecimento de Isaac **Newton** (1642 - 1727), que foi um excelente físico e matemático, disciplina em que se consagrou em cálculo infinitesimal⁷. Também foi descobridor de várias leis da física, entre elas a lei da gravidade. Para ele, a função da ciência era descobrir leis universais e enunciá-las de forma precisa e racional. Por causa da peste, em 1666, Newton deixou Londres e foi

⁷Além disso Newton foi químico – o que geralmente não se comenta.

para sua fazenda. Neste ano de retiro, conhecido hoje como *annus mirabilis* (ano maravilhoso), construiu quatro de suas principais descobertas: o teorema binomial, o cálculo, a lei da gravitação e a teoria sobre a natureza das cores. Suas principais contribuições foram a lei da gravitação universal e a conceituação precisa de massa, momento, inércia, força e aceleração. Newton construiu o primeiro telescópio de reflexão, e foi quem primeiro estudou a decomposição da luz solar por um prisma. Sua principal obra, a publicação *Philosophiae naturalis principia mathematica*, trazia o enunciado da lei da gravitação universal, generalizando e ampliando as constatações de Kepler, e resumia suas descobertas, principalmente o cálculo, tratando essencialmente sobre física, astronomia e mecânica (leis dos movimentos, movimentos de corpos em meios resistentes, vibrações isotérmicas, velocidade do som, densidade do ar, queda dos corpos na atmosfera, pressão atmosférica, etc), tudo usando matemática pura.

Tão importante quanto os resultados obtidos a partir do trabalho matemático de Newton foram as idéias filosóficas em que esse trabalho repousava. De grande relevância são os conceitos de espaço e tempo de Newton, expressos por ele nos *Principia*:

I "O tempo absoluto, verdadeiro e matemático flui sempre igual por si mesmo e por sua natureza, sem relação com qualquer coisa externa (...)

II O espaço absoluto, por sua natureza, sem nenhuma relação com algo externo, permanece sempre semelhante e imóvel (...)

Assim como a ordem das partes do tempo é imutável, também o é a ordem das partes do espaço."

Tal idealização do tempo e do espaço como sendo absolutos perduraria algumas centenas de anos.

4 Superfícies, curvatura e o eletromagnetismo

Meio século após a morte de Newton, nasce Karl Friedrich **Gauss** (1777-1855), alemão que passou à história como brilhante matemático, embora tenha sido também físico e astrônomo. Gauss assentou os fundamentos da teoria dos números, escrevendo o primeiro livro importante sobre o assunto em 1801. No mesmo ano redescobriu o asteroide Ceres, usando técnicas de cálculo avançadas demais para a maioria dos astrônomos. Participou da primeira pesquisa mundial sobre o campo magnético da Terra.

Um dos assuntos com que Gauss se preocupou estava ligado ao mapeamento da Terra. Sabendo que a Terra é esférica pode-se construir mapas *planos* que representem de algum modo a curvatura da superfície terrestre. No entanto, se não se soubesse que a Terra é uma esfera, poderia-se descobrir isto apenas com medições ‘cartográficas’? Gauss descobriu que *toda* superfície bidimensional possui propriedades intrínsecas que a caracterizam, como a curvatura, e que tais propriedades podem ser verificadas com medidas feitas apenas sobre a superfície. Tal descoberta foi enunciada por Gauss num hoje famoso *Theorema egregium*, que relaciona a curvatura da superfície com medidas de distâncias nela.

Em 1829, um matemático russo, Nikolai Ivanovich **Lobachevsky** (1793-1856), apresentou uma nova geometria plana onde o quinto postulado de Euclides, o das paralelas, era desmentido. Pior que isso, a base desta nova geometria estava no uso de quantidades imaginárias, envolvendo o número complexo i , definido como sendo a raiz quadrada de -1 , ou seja, $i = \sqrt{-1}$. Apesar disso, tal geometria, conhecida hoje como geometria hiperbólica, era totalmente consistente e foi o ponto de partida para o estudo das geometrias não-euclidianas.

Quem desenvolveu grandemente o estudo das geometrias não-euclidianas foi um aluno de Gauss, o alemão **Riemann** (Georg Friedrich Bernhard Riemann, 1826-1866), que, em 1851, fundou com sua tese de doutoramento, “*Fundamentos para uma teoria geral de funções de uma única variável complexa*”, um ramo inteiro da matemática moderna cujo nome hoje é teoria das superfícies Riemannianas. Tais superfícies são uma ampla generalização das superfícies estudadas por Gauss. Em uma outra palestra sua, três anos depois, Riemann fundou outro

ramo da matemática, chamado hoje de geometria Riemanniana, e que é nada mais nada menos que uma generalização da geometria plana. Assim, Riemann formulou o primeiro modelo conhecido para o hiperespaço, um espaço de mais que três dimensões.

Ao morrer ainda jovem de tuberculose, Riemann estava preocupado em tentar unificar a eletricidade, o magnetismo e a gravitação numa única teoria, usando sua teoria geométrica. Quem quase conseguiu tal feito foi seu contemporâneo James Clerk **Maxwell** (1831-1879), físico britânico que se tornou o primeiro diretor do laboratório Cavendish, em Cambridge. Maxwell unificou a eletricidade e o magnetismo, desenvolvendo uma teoria do eletromagnetismo a partir de uma matemática de quatro dimensões que envolve entidades conhecidas como quatérnions⁸. Hoje em dia, entretanto, suas leis do eletromagnetismo são vistas usando-se vetores tridimensionais. De qualquer modo, Maxwell foi o primeiro a prever a existência da radiação eletromagnética, e a descrever a luz como uma onda eletromagnética. Além disso, Maxwell também contribuiu grandemente para a elaboração da teoria cinética da matéria e descobriu a lei que governa a distribuição de velocidade entre as moléculas de um gás⁹.

5 A relatividade: geometria em quatro dimensões

Foi pensando sobre o trabalho de Maxwell e a natureza da luz¹⁰ que o físico e matemático alemão Albert **Einstein** (1879-1955) criou a teoria da relatividade, mudando radicalmente as idéias sobre o espaço, o tempo e a natureza do universo. Em 1905, Einstein utilizou com sucesso a ainda nascente teoria quântica para explicar o efeito fotoelétrico, recebendo por isso o Prêmio Nobel de Física de 1921.

⁸O criador da teoria dos quatérnions foi o irlandês William Rowan **Hamilton** (1805-1865), que fez contribuições importantes para a ótica, a dinâmica e a álgebra. A formulação Hamiltoniana da mecânica clássica é fundamental para a construção da mecânica quântica.

⁹O eletromagnetismo de Maxwell, a mecânica de Newton e a teoria termodinâmica desenvolvida no século XIX formam um conjunto que se convencionou chamar de física clássica.

¹⁰O artigo de Einstein que expõe a teoria da relatividade pela primeira vez se chama *Sobre a eletrodinâmica de corpos em movimento*.



Figura 10: Fotografia de Albert Einstein.

Mas, mais importante, foi ainda em 1905 que Einstein apresentou a teoria especial da relatividade (também conhecida como relatividade restrita), descrevendo os efeitos do movimento nos valores observados de comprimento, massa e tempo. Uma consequência de sua teoria é que a massa, m , é equivalente à energia, E , um conceito expresso pela equação

$$E = mc^2,$$

onde c é a velocidade da luz, que vale cerca de 300.000 km/s.

Embora a teoria de Einstein receba o nome de relatividade, ela se baseia na busca de invariantes, isto é, quantidades que sejam constantes ou iguais para qualquer observador ou, em outras palavras, quantidades independentes do sistema de coordenadas escolhido para se tomarem medidas físicas. Isso fica claro num artigo em que o próprio Einstein expõe a teoria da relatividade geral, “*A base da teoria da relatividade geral*”, de 1916, onde se lê¹¹:

¹¹Nesse trecho aparece o nome de **Lorentz** (Hendrik Antoon Lorentz, 1853-1928), físico holandês que recebeu o Prêmio Nobel de 1902 por seu trabalho sobre a radiação eletromagnética. Estudando as equações de Maxwell, Lorentz descobriu que elas eram invariantes, isto

“(...) a teoria da relatividade especial não sai da mecânica clássica através do postulado da relatividade, mas através do postulado da constância da velocidade da luz *no vácuo*, de onde, em combinação com o princípio da relatividade especial, segue, do modo bem conhecido, a relatividade da simultaneidade, a transformação de Lorentz, e as leis relacionadas ao comportamento de corpos em movimento e relógios.”

Assim como a geometria de Euclides é construída a partir de alguns postulados básicos, a relatividade especial é construída logicamente a partir de dois postulados (ou princípios):

1. “as leis pelas quais os estados de sistemas físicos sofrem mudanças não são afetadas, quer essas mudanças de estado sejam referentes a um ou outro de dois sistemas de coordenadas em movimento retilíneo uniforme;
2. qualquer raio de luz se move no sistema de coordenadas estacionário com a velocidade c , quer o raio de luz seja emitido por um corpo estacionário ou em movimento.”

Desses dois postulados sai, por exemplo, que intervalos de tempo e comprimentos são relativos, isto é, dependem de quem os mede! Dois acontecimentos que podem ser simultâneos para um determinado observador, podem não ser simultâneos para outro. Outro efeito importante derivado da relatividade especial é que a massa de um corpo pode variar com a velocidade... Ou seja, a relatividade vai contra o senso comum e as noções da física clássica.

Fundamental para o posterior desenvolvimento e aceitação da relatividade restrita foi o trabalho do russo Hermann **Minkowski** (1864-1909), que foi professor de Einstein. Minkowski, ao conhecer o trabalho de Einstein, escreveu um artigo que se tornou famoso especialmente por causa de seu primeiro parágrafo:

é, não mudavam, se fossem feitas certas transformações de coordenadas, conhecidas hoje como transformações de Lorentz.

“As visões de espaço e tempo que quero deixar diante de vocês brotaram do solo da física experimental, e aí reside sua força. Elas são radicais. De agora em diante o espaço por si mesmo, e o tempo por si mesmo, estão fadados a se transformar em sombras, e apenas um tipo de união dos dois irá preservar uma realidade independente.”

O que Minkowski percebeu foi que o trabalho de Einstein poderia ser melhor compreendido usando-se uma geometria não-euclidiana, similar à de Lobachetvski, de 4-dimensões: as três dimensões do espaço mais o tempo. Tal construção geométrica ficou conhecida como o espaço de Minkowski.

Na arte, pode-se notar que o cubismo foi fortemente influenciado pela idéia de uma quarta dimensão. Por exemplo, no cubismo tentou-se ver a realidade através dos olhos de uma pessoa quadridimensional. Tal ser, olhando para uma face humana, veria todos os ângulos ao mesmo tempo. Assim, ambos os olhos seriam vistos de uma vez por um ser quadridimensional, como no quadro de Pablo Picasso *Retrato de Dora Maar*.

Incorporando o conceito de espaço-tempo criado por Minkowski, Einstein expandiu suas idéias na teoria da relatividade geral, publicada em 1915, que é centrada na gravitação e nos efeitos do movimento acelerado. O que Einstein notou foi que a força da gravidade pode ser vista como devida a uma curvatura do espaço-tempo. Assim, a gravitação nada mais é que uma consequência da geometria do universo: o espaço é curvado por influência da massa. Nessa visão, o movimento dos corpos é controlado pela curvatura e até mesmo a luz pode ser desviada pelo campo gravitacional de corpos sólidos, como se houvesse ali uma lente. A curvatura do espaço-tempo é quantificada com as ferramentas matemáticas desenvolvidas por Riemann no século XIX, através de medidas no próprio espaço-tempo, generalizando as idéias que Gauss teve sobre a medida de curvatura das superfícies. É importante notar que na teoria da relatividade geral o espaço-tempo deixa de ser uma entidade absoluta e passiva, contrariando de vez as noções de Newton.

Sendo judeu, Einstein foi perseguido pelos nazistas e em 1932 teve de deixar a Alemanha. Depois de uma rápida passagem pela Inglaterra, fixou-se nos Esta-

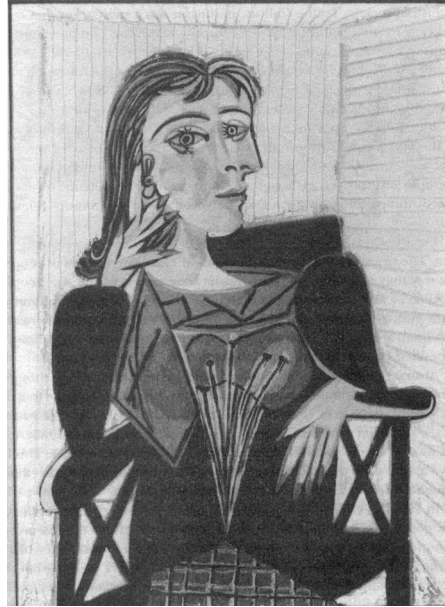


Figura 11: *Retrato de Dora Maar*, de Pablo Picasso.

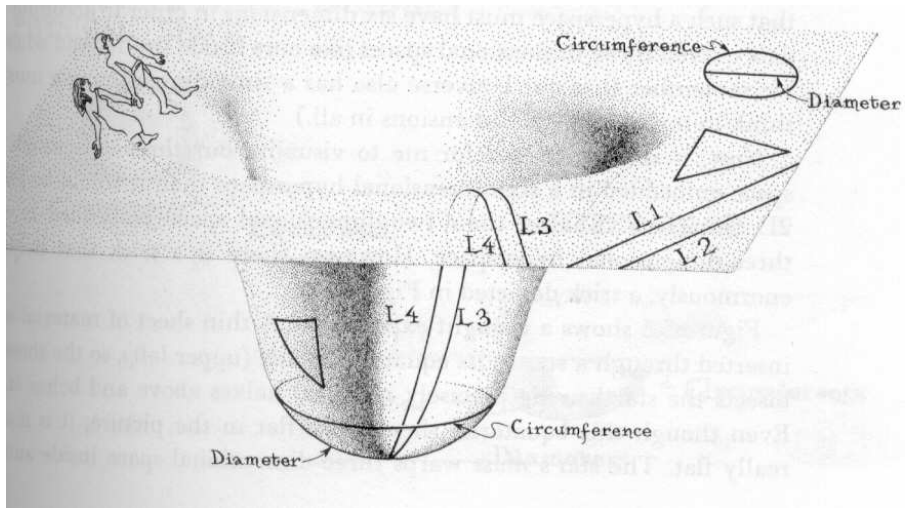


Figura 12: Figura ilustrando a idéia da curvatura do espaço-tempo.

dos Unidos e posteriormente tornou-se cidadão americano. Passou seus últimos anos tentando desenvolver uma grande teoria unificada, isto é, um único sistema matemático que incorporasse as leis da gravitação e do eletromagnetismo, algo que ele nunca conseguiu.

Além da busca de uma teoria unificada, Einstein deixou outras questões em aberto, questões que até hoje são objeto de pesquisa, como por exemplo a busca da forma do universo. Em um livro de 1916, *A Teoria da Relatividade Especial e Geral*, Einstein escreveu:

“Do que ficou dito concluímos que é possível imaginar espaços fechados que não possuem limites. Entre estes, o espaço esférico (ou o elíptico) destaca-se por sua simplicidade, já que todos os seus pontos são equivalentes. Coloca-se então, a astrônomos e físicos, a interessantíssima questão de saber se o Universo em que vivemos é infinito ou, à maneira do mundo esférico, finito. Nossa experiência nem de longe é suficiente para responder a esta pergunta. (...)”

Hoje, quase 100 anos após o aparecimento da relatividade geral, esse trecho ainda é bastante atual. A ciência ainda tem trabalho a fazer e nele certamente haverá que se usar a geometria...

Referências

- [1] “*Nova Enciclopédia Ilustrada Folha*”, Publifolha, 1996.
- [2] Sagan, Carl – “*Cosmos*”.
- [3] Bronowski, J. – “*A escalada do homem*”, Martins Fontes, 1992.
- [4] Gribbin, John; Gribbin, Mary – “*Tempo e espaço*” (série *Aventura na ciência*), Editora Globo, 1995.
- [5] Kaku, Michio – “*Hyperspace*”, Anchor Books, 1995.
- [6] Thorne, Kip S. – “*Black holes & time warps: Einstein’s outrageous legacy*”, W.W. Norton & Company, 1994.
- [7] Einstein, Albert *et al.* – “*The principle of relativity*”, Dover, 1952.
- [8] Einstein, Albert – “*A Teoria da Relatividade Especial e Geral*”, Contraponto, 1999.
- [9] <http://www.wikipedia.org>