

KUIS BERSAMA 1
MA1201 KALKULUS 2A (STEI)

Waktu: 45 menit

Jawablah pertanyaan berikut dengan jelas.

1. a. Cari integral tak tentu: $\int (\ln x) \frac{1}{x^2} dx$.
- b. Cari $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-\ln x - 1}{x}$.
- c. Periksa kekonvergenan integral tak wajar: $\int_1^{\infty} (\ln x) \frac{1}{x^2} dx$.

Jawab:

- a. Misalkan $u = \ln x$ dan $dv = \frac{1}{x^2} dx$, maka $du = \frac{1}{x} dx$ dan pilih $v = -\frac{1}{x}$. Dengan menggunakan integral parsial didapat:

$$\int (\ln x) \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} \ln x - \int \frac{1}{x} \left(-\frac{1}{x} \right) dx = \frac{-\ln x - 1}{x}$$

- b. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-\ln x - 1}{x}$ mempunyai bentuk $\frac{\infty}{\infty}$. Dengan menggunakan aturan L'Hospital didapat:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-\ln x - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-\frac{1}{x}}{1} = 0$$

- c. $\lim_{b \rightarrow \infty} \int_1^b (\ln x) \frac{1}{x^2} dx = \lim_{b \rightarrow \infty} \left[\frac{-\ln x - 1}{x} \right]_1^b = \lim_{b \rightarrow \infty} \left(\frac{-\ln b - 1}{b} + 1 \right) = 1$.

Jadi $\int_1^{\infty} (\ln x) \frac{1}{x^2} dx = 1$ konvergen.

2. a. Periksa apakah deret $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1}$ konvergen.
- b. Periksa apakah deret $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n-1}$ konvergen.
- c. Cari daerah kekonvergenan dari deret $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2n-1}$.

Jawab:

a. karena $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1/2n-1}{1/n} = \frac{1}{2} > 0$ dan deret $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ divergen, maka deret $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1}$ divergen.

b. Karena untuk bilangan asli n berlaku $\frac{1}{2(n+1)-1} < \frac{1}{2n-1}$ dan $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2n-1} = 0$, maka deret ganti tanda $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n-1}$ konvergen.

c.
$$\rho = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{x^{n+1}/2(n+1)-1}{x^n/2n-1} \right| = |x|.$$

Jika $\rho = |x| < 1$, maka deret konvergen. Dan jika $\rho = |x| > 1$, maka deret divergen.

Untuk $x = 1$ deret menjadi: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1}$ yang divergen (dari soal a).

Untuk $x = -1$ deret menjadi: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n-1}$ yang konvergen (dari soal b).

Jadi deret $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2n-1}$ konvergen pada selang $[-1, 1)$.