



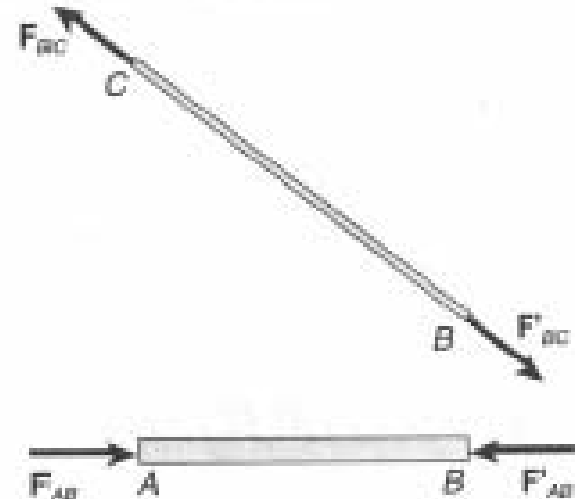
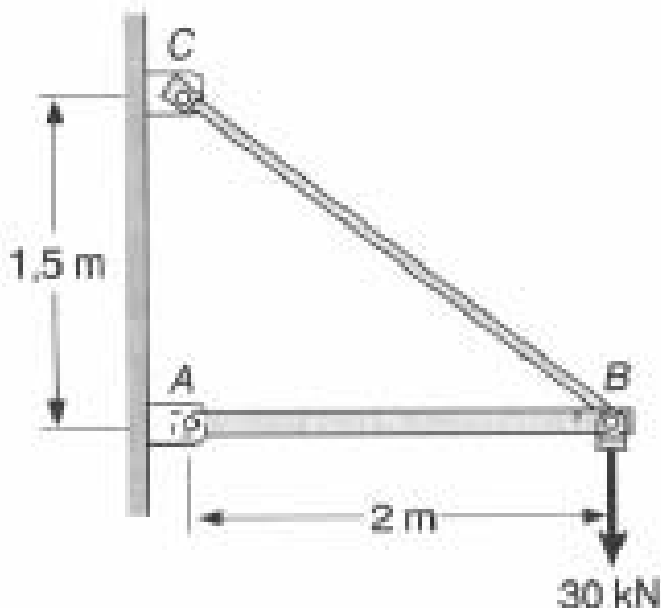
Resistência dos Materiais

Notas de Aula

Innocencio H D'Amato, prof

1. Conceito de Tensão

- 1.1 – Introdução
- 1.2 – Força e Tensão
 - Consideremos a estrutura abaixo:



As barras estão sujeitas a cargas axiais

1. Conceito de Tensão

■ 1.2 – Força e Tensão

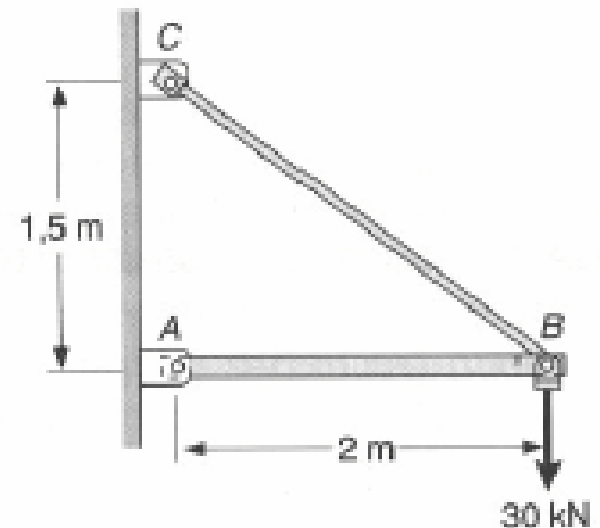
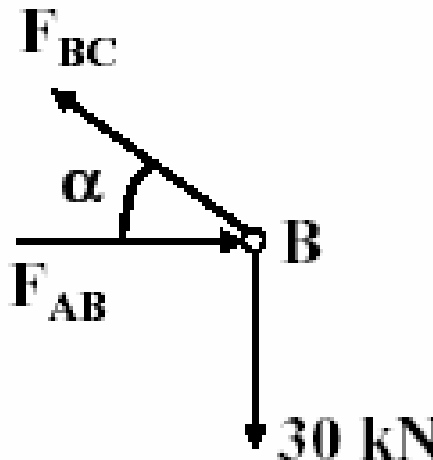
- Fazendo o Diagrama de Corpo Livre do pino B:

$$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$$

$$\therefore \overline{BC} = 2,5$$

$$\text{sen } \alpha = \frac{1,5}{2,5} = 0,60$$

$$\text{cos } \alpha = \frac{2,0}{2,5} = 0,80$$



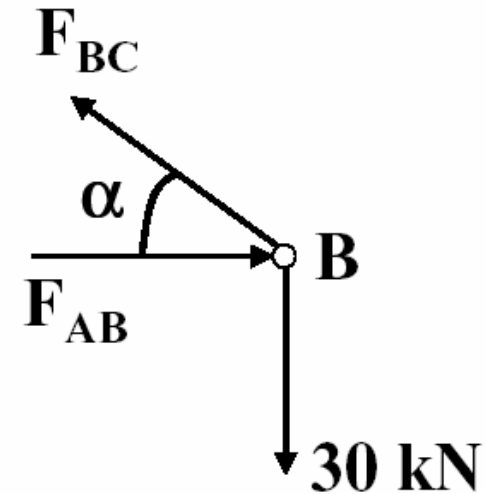
1. Conceito de Tensão

- 1.2 – Força e Tensão
 - Para o equilíbrio temos:

$$+ \Sigma F_{vert} = 0$$

$$F_{BC} \cdot \text{sen} \alpha - 30 = 0$$

$$F_{BC} = 50 \text{ kN}$$



$$+ \Sigma F_{hor} = 0$$

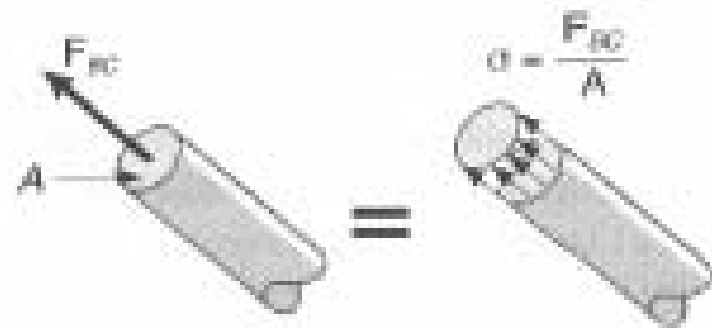
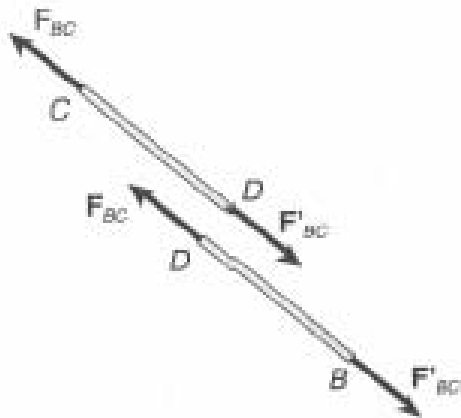
$$F_{AB} - 50 \cdot \cos \alpha = 0$$

$$F_{AB} = 40 \text{ kN}$$

1. Conceito de Tensão

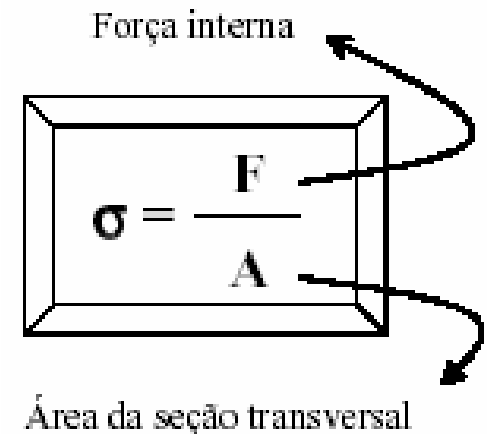
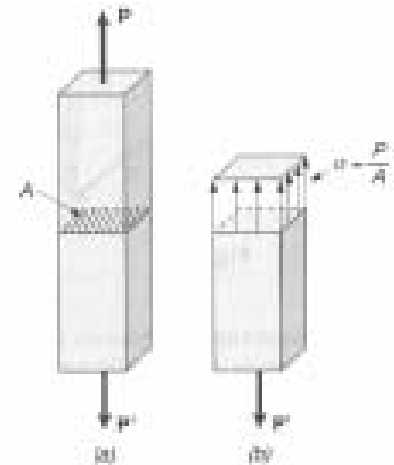
■ 1.2 – Força e Tensão

- Cortando a barra BC por uma seção transversal D qualquer:
 - Se a barra está em equilíbrio, um trecho dela também estará
- A barra BC suportará a força interna aplicada?
 - Depende: do material e da área da seção transversal da barra



1. Conceito de Tensão

- 1.2 – Força e Tensão
 - A força por unidade de área ou intensidade das forças distribuídas em uma seção transversal é o que chamamos de tensão atuante (σ):
 - Unidade de tensão no SI:
 - $1 \text{ N/m}^2 = 1 \text{ Pascal} = 1 \text{ Pa}$
 - $10^3 \text{ N/m}^2 = 10^3 \text{ Pascal} = 1 \text{ kPa}$
 - $10^6 \text{ N/m}^2 = 10^6 \text{ Pascal} = 1 \text{ MPa}$
 - $10^9 \text{ N/m}^2 = 10^9 \text{ Pascal} = 1 \text{ GPa}$





1. Conceito de Tensão

■ 1.2 – Força e Tensão

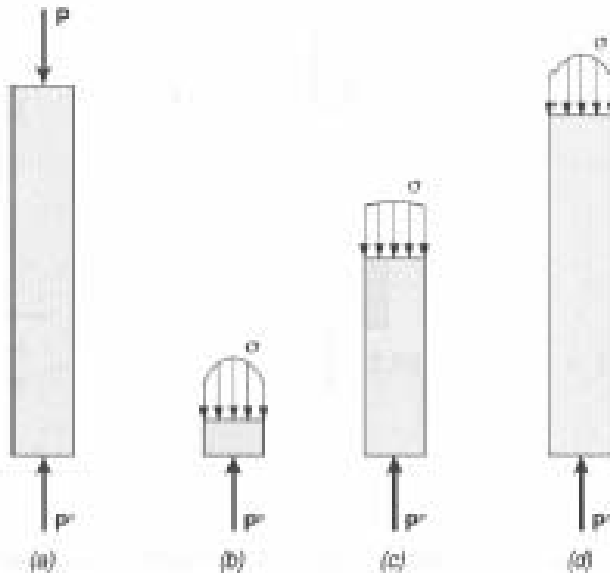
- Considerando que a barra BC é de aço e tem 20 mm de diâmetro:

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{50 \cdot 10^3 \text{ kN}}{\pi \left(\frac{20 \text{ mm}}{2} \right)^2} = \frac{50 \cdot 10^3 \text{ N}}{\pi \left(10 \cdot 10^{-3} \text{ m} \right)^2} = 159 \text{ MPa}$$

- Deve-se comparar a tensão atuante com a tensão admissível do material.
- Verificar também a barra AB, os pinos de ligação, os suportes e as deformações.

1. Conceito de Tensão

- 1.3 – Forças Axiais; Tensões Normais
 - Sempre que as forças internas forem perpendiculares à seção transversal da barra teremos a origem de tensões normais
 - A expressão abaixo, fornece o valor médio da tensão normal atuante na seção transversal

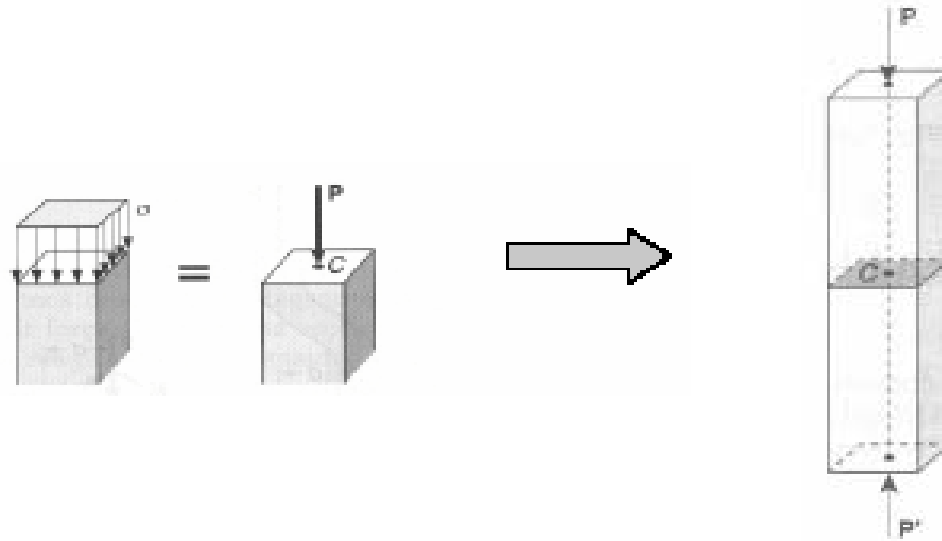


$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{P}{A}$$

tensão normal média

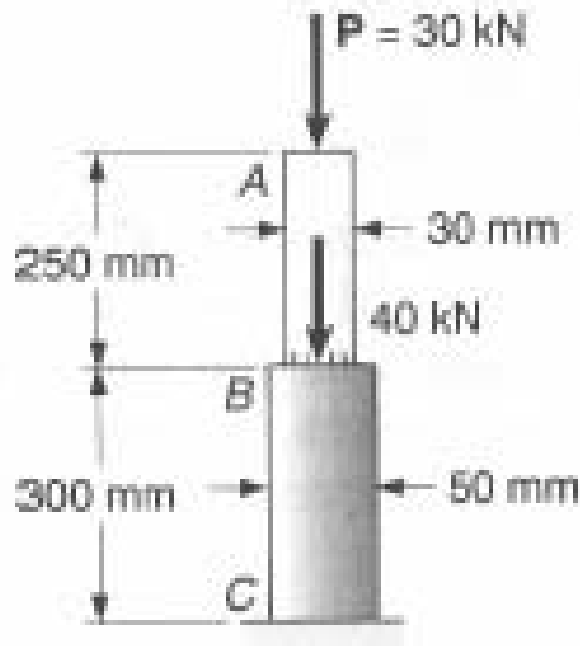
1. Conceito de Tensão

- 1.3 – Forças Axiais; Tensões Normais
 - Distribuição de tensões uniforme só é possível se a linha de ação da carga externa passar pelo centróide da seção transversal



1. Conceito de Tensão

- 1.3 – Forças Axiais; Tensões Normais
 - Exercício 1.2 – página 20
 - Determine a tensão normal média em cada uma das duas barras soldadas em B.
 - Determine o valor da carga P para que a tensão normal seja a mesma nas duas barras.



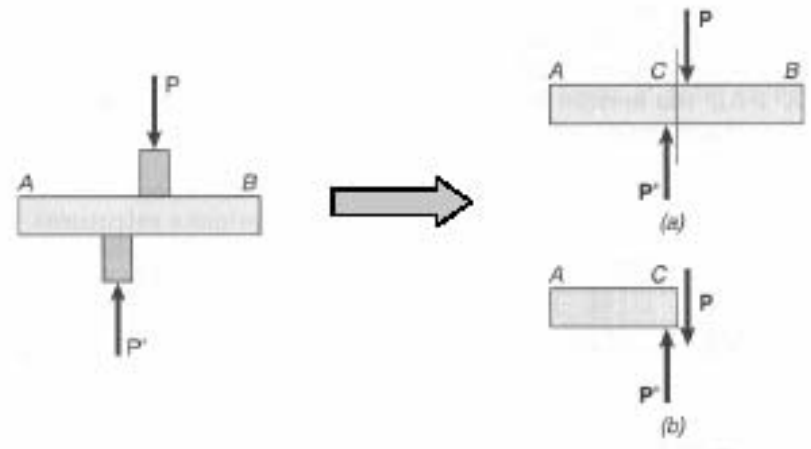
1. Conceito de Tensão

- 1.4 – Tensões de Cisalhamento
 - Válida somente para barras curtas (pinos, parafusos, rebites, etc).
 - A tensão de cisalhamento média atuante na seção transversal é dada por:

$$\tau = \frac{F}{A} = \frac{P}{A}$$

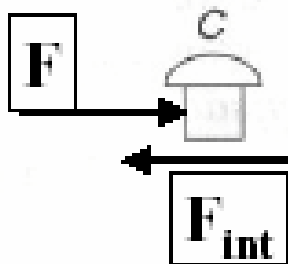
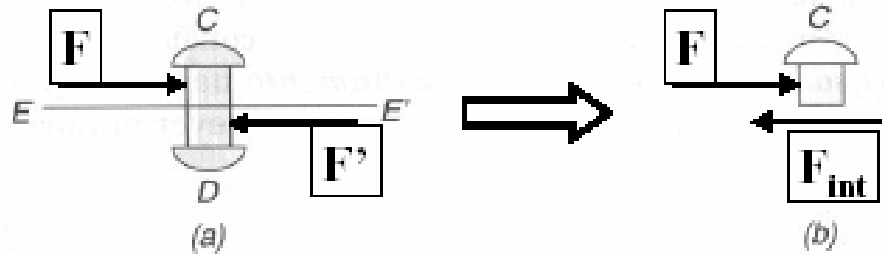
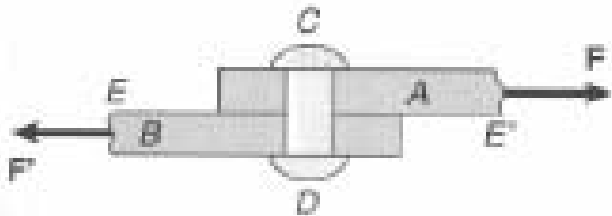
$F \rightarrow$ força tangencial

$A \rightarrow$ área da seção transversal



1. Conceito de Tensão

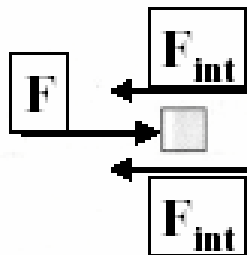
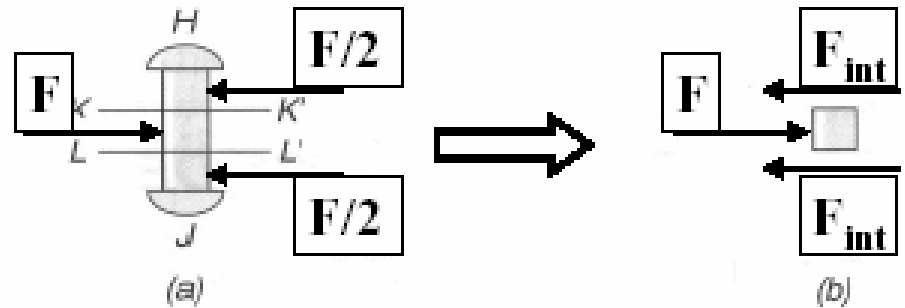
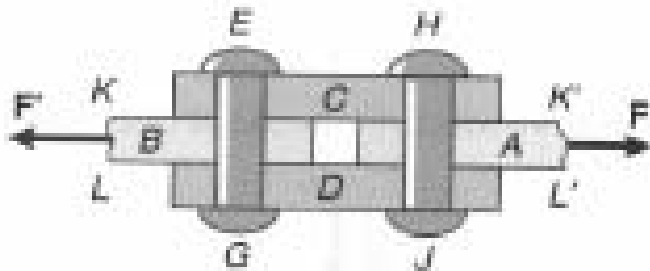
- 1.4 – Tensões de Cisalhamento
 - Corte Simples
 - Diagrama de Corpo Livre (DCL), no pino CD
 - Tensão de cisalhamento no pino:



$$\tau = \frac{F_{int}}{A} = \frac{F}{A}$$

1. Conceito de Tensão

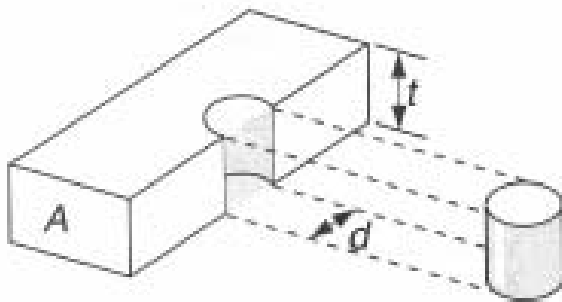
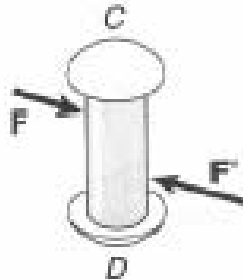
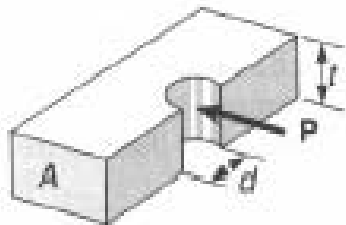
- 1.4 – Tensões de Cisalhamento
 - Corte Duplo
 - Diagrama de Corpo Livre (DCL), no pino HJ
 - Tensão de cisalhamento no pino:



$$\tau = \frac{F_{int}}{A} = \frac{F/2}{A} = \frac{F}{2A}$$

1. Conceito de Tensão

■ 1.5 – Tensões de Esmagamento



$$\sigma_{esm} = \frac{F}{A} = \frac{F}{t.d}$$

tensão de esmagamento

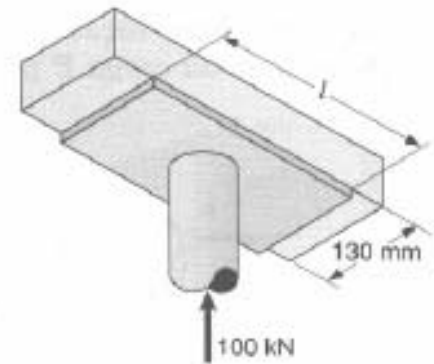
(tensão de compressão localizada)

1. Conceito de Tensão

■ 1.5 – Tensões de Esmagamento

■ Problema 1-5

- Determine o comprimento L da placa de apoio para que a tensão de esmagamento média na viga de madeira seja de 2,8 MPa.

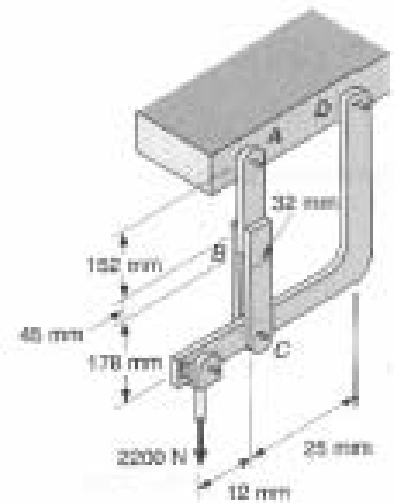


■ Problema Resolvido 1-1

- A haste ABC possui espessura de 9mm na parte superior e 6mm de cada lado da parte inferior.

Pinos A e C tem 9mm e 6mm de diâmetro, respectivamente.

- Determine: (a) tensão no pino A; (b) tensão no pino c; (c) maior tensão normal na haste ABC, (d) tensão média de cisalhamento na superfície colada em B; (e) a tensão de esmagamento na haste em C.



1. Conceito de Tensão

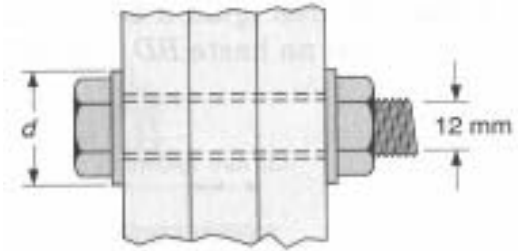
■ Problemas Propostos

■ Problema 1-6

■ Dados:

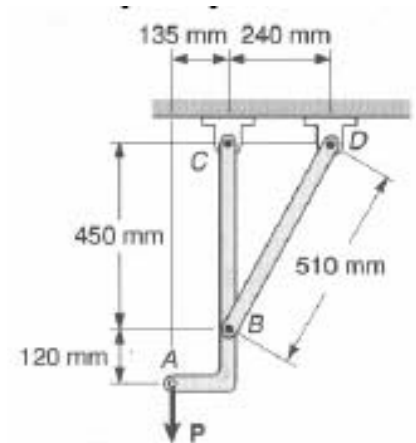
- Parafuso: $D_{\text{par}} = 12\text{mm}$;
- Arruela: $D_{\text{ext}} = 30\text{mm}$; $D_{\text{int}} = 15\text{mm}$;
- Tensão esmagamento Paraf/Arruela = 5 MPa

■ Qual a máxima tensão normal no parafuso?



■ Problema 1-9

- Haste BD → 800mm^2 seção transversal
- Qual o valor de P para que $\tau_{\text{BD}} = 50\text{ MPa}$?
- Qual o diâmetro do pinos B e C, se $\tau = 30\text{ MPa}$?

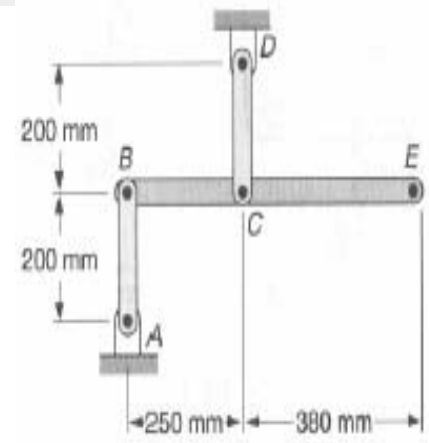


1. Conceito de Tensão

■ Problemas Propostos

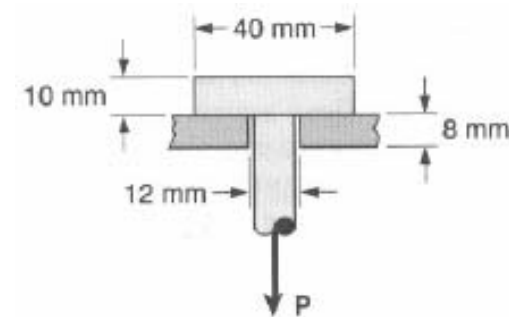
■ Problema 1-15

- Hastes AB e CD: 6,3 x 25,4 mm; Pinos ϕ 10mm
- Tensão normal máxima nas hastes: 170 MPa
- Pede-se a força vertical máxima em E se:
 - Estiver dirigida para baixo;
 - Estiver dirigida para cima.



■ Problema 1-27

- Barra cilíndrica de aço apoiada em placa de alumínio. Tensões de cisalhamento máximas 180MPa (aço) e 70MPa (alumínio).
- Qual a maior carga P que pode ser aplicada?



■ Vide demais Problemas Propostos:

- 1.1 a 1.15
- 1.24 a 1.30



1. Conceito de Tensão

■ 1.6 – Tensões Admissíveis e Tensões Últimas; Coeficiente de Segurança

- A escolha adequada do Coeficiente de segurança (CS) depende de:

- Tipo de carregamento previsto

$$CS = \frac{\textit{Carga Última}}{\textit{Carga Admissível}}$$

- Modo de ruptura do material

- Métodos de análise

$$CS = \frac{\textit{Tensão Última}}{\textit{Tensão Admissível}}$$

- Deterioração da estrutura

- Modificações nas propriedades do material

- Número de vezes que a carga é aplicada

- Importância do elemento para a integridade da estrutura

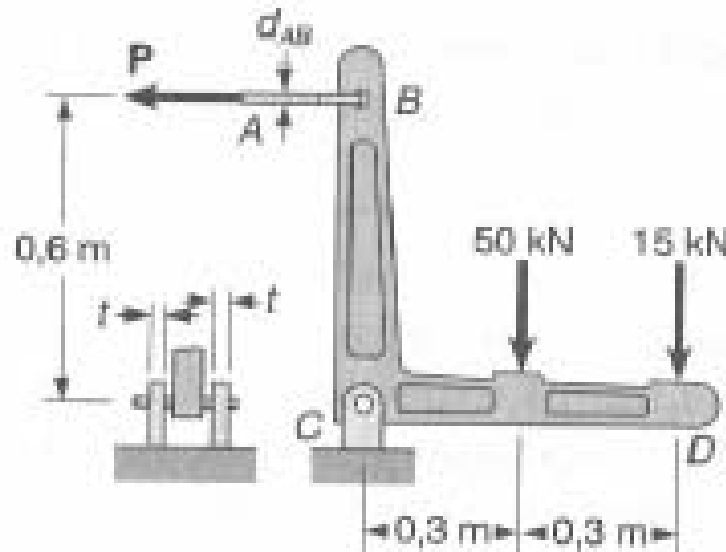
- Risco de vida e danos materiais

- CS : especificados em normas

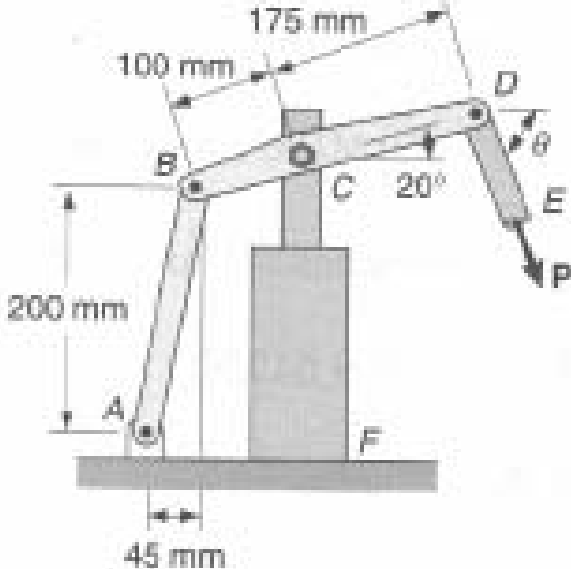
1. Conceito de Tensão

■ Problema Resolvido 1-2

- • Diâmetro da barra AB, se $\sigma_{\text{última}} = 600\text{MPa}$ e $CS = 3,3$
- • Diâmetro do pino C, se $\tau_{\text{última}} = 350\text{MPa}$ e $CS = 3,3$
- • Espessura t das placas de apoio, se $(\sigma_{\text{esm}})_{\text{adm}} = 300\text{MPa}$



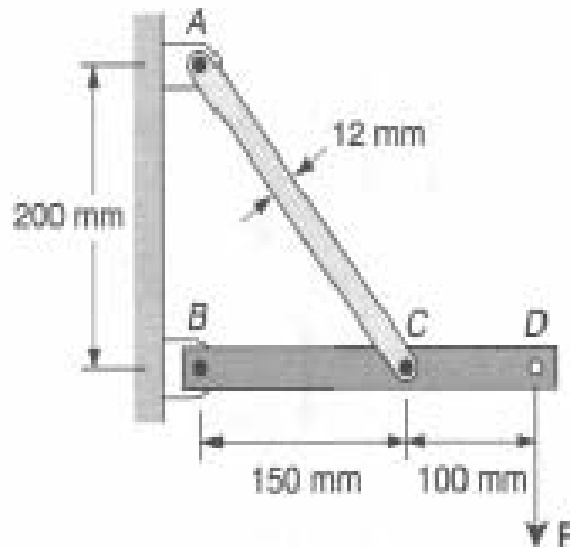
-



1. Conceito de Tensão

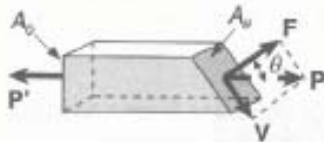
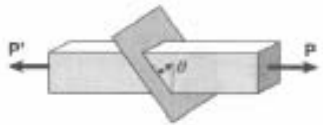
■ Problema 1-49

- Haste AC: 6 x 12 mm e $\sigma_{\text{última}} = 410 \text{ MPa}$
- Pinos A e C: $\theta \ 9,5 \text{ mm}$ e $\tau_{\text{última}} = 170 \text{ MPa}$
- Pino B: $\theta \ 8 \text{ mm}$ e $\tau_{\text{última}} = 170 \text{ MPa}$
- Se $CS = 3,25$, qual o maior valor possível da carga P ?



1. Conceito de Tensão

1.7- Tensões em um Plano Oblíquo ao Eixo



Cálculo das tensões normal e de cisalhamento:

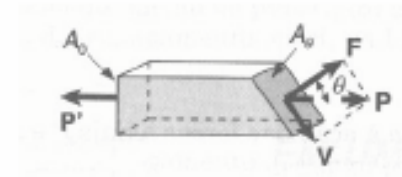
$$\sigma = \frac{F}{A_{\theta}} = \frac{P \cos \theta}{A_0 / \cos \theta} \Rightarrow \boxed{\sigma = \frac{P}{A_0} \cos^2 \theta}$$

$$\tau = \frac{V}{A_{\theta}} = \frac{P \sin \theta}{A_0 / \cos \theta} \Rightarrow \boxed{\tau = \frac{P}{A_0} \sin \theta \cos \theta}$$

Cálculo das tensões normal e de cisalhamento:

$$\sigma = \frac{F}{A_{\theta}} = \frac{P \cos \theta}{A_0 / \cos \theta} \Rightarrow \boxed{\sigma = \frac{P}{A_0} \cos^2 \theta}$$

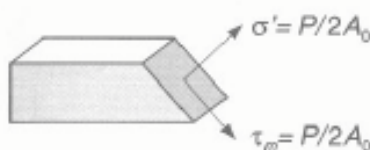
$$\tau = \frac{V}{A_{\theta}} = \frac{P \sin \theta}{A_0 / \cos \theta} \Rightarrow \boxed{\tau = \frac{P}{A_0} \sin \theta \cos \theta}$$



Exercícios Propostos:

• 1.33 a 1.38

• 1.43 a 1.53



Tensões para $\theta = 45^\circ$