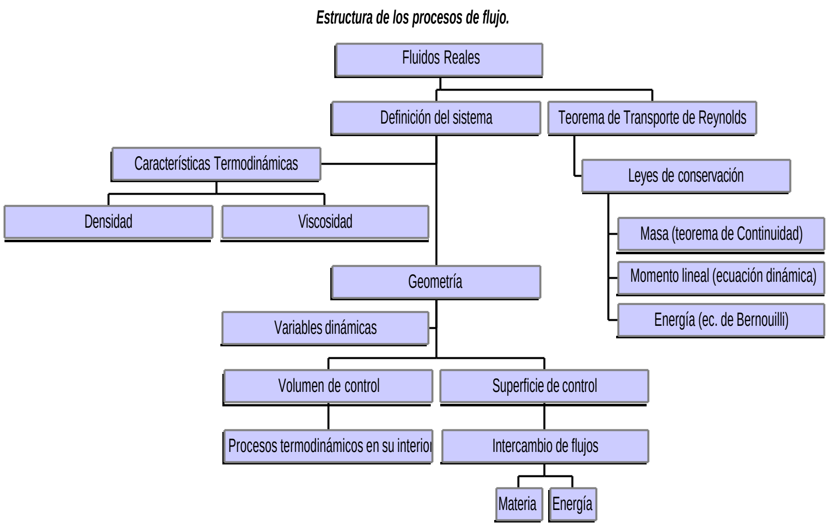
Fluidos reales: Leyes de conservación.

Física Ambiental. Tema 5.

<u>Tema 5</u>.- "Fluidos reales: Leyes de conservación"

- Volumen de control.
- Teorema de Transporte de Reynolds (TTR) unidimensional para flujos estacionarios.
- Conservación de la masa: ecuación de continuidad.
- Conservación del momento.
- Conservación de la energía .
- Caso singular: ecuación de Bernouilli.
- Aplicaciones.

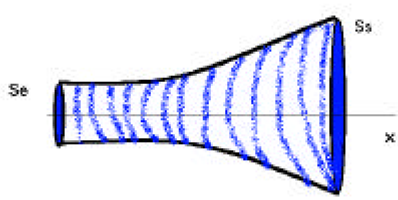
Fluidos reales: Leyes de conservación.



Volumen de Control.

El estudio de un fluido en movimiento pasa por la definición del sistema en estudio, para ello se define la región del espacio que está ocupada por el fluido. En este espacio se definen las características termodinámicas, dinámicas y energéticas del fluido.

El volumen de control está limitado por una superficie cerrada, superficie de control, a través de la cual se realizan los procesos de intercambio de energía y masa con el entorno.



El volumen de control está formado por un tubo de corriente cerrado por dos superficies laterales.

Volumen de Control.

Una vez seleccionados el volumen y la superficie de control para nuestro sistema, se analizan en ellos las siguientes características:

<u>Volumen de Control:</u>

- Propiedades termodinámicas del fluido en su interior:

- Energía interna.

- Temperatura.

- Entalpía.

- Presión.

<u>Superficie de control:</u>

- Intercambio de flujos:

-Energía Q y W.

- Caudales de entrada y salida.

- Distribución de velocidades.

Teorema de Transporte de Reynolds (TTR)

El TTR, es una herramienta que nos permite relacionar las fuerzas que provocan el movimiento del fluido con los parámetros que definen este movimiento.

TTR.

La evolución temporal de un parámetro arbitrario del fluido, evaluado en el interior de un volumen de control (VC) con una superficie de control (SC), está definido por la siguiente expresión:

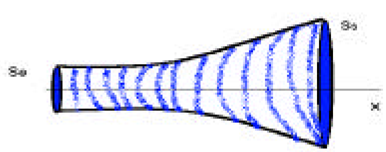
$$\frac{D\Phi_S}{Dt} = \iiint_{VC} \frac{\partial}{\partial t}[r\, j\,]dV + \iint_{SC} r\, j\,[\bar{v}.\bar{n}]dS$$

ϕ- Parámetro del fluido.

φ- Parámetro específico(ϕ/M).

ρ- Densidad.

$\bar{v}$- Velocidad del fluido.



Teorema de Transporte de Reynolds (TTR). Régimen estacionario.

En régimen estable, no hay dependencia temporal de las variables del fluido: $\frac{\partial}{\partial t}[r\,j]=0$

En estas condiciones el TTR tiene la expresión:

$$\frac{D\Phi_S}{Dt}=\iint_{SC} r\,j\,[\vec{v}.\vec{n}]dS$$

En el caso de fluido incompresibles, densidad constante:

$$\frac{D\Phi_S}{Dt}=r\iint_{SC} j\,[\vec{v}.\vec{n}]dS$$

Considerando valores promedios de los parámetros del fluido sobre las superficies de entrada y salida:

$$\frac{D\Phi_S}{Dt}=r\left[j_s v_s A_s - v_e A_e j_e\right]$$

$$r\,vA=\dot{m}=\frac{dm}{dt} \qquad \Longrightarrow \qquad \frac{D\Phi_S}{Dt}=[j\,\dot{m}]_s-[j\,\dot{m}]_e$$

Conservación de la masa.

Aplicación del TTR al parámetro ϕ=M, masa del sistema.

$$f=M\Rightarrow j=1 \qquad \Longrightarrow \qquad \frac{DM_{Sistema}}{Dt}=[\dot{m}]_s-[\dot{m}]_e$$

Variación total de la masa del sistema: $\frac{DM_{Sistema}}{Dt}$

Flujo de masa en la superficie de entrada : $[\dot{m}]_e$

Flujo de masa en la superficie de salida : $[\dot{m}]_s$

Flujo neto de masa a través de la superficie de control: $[\dot{m}]_s-[\dot{m}]_e$

Conservación de la masa. Ecuación de continuidad.

Si no hay generación ni pérdida de masa en el interior del volumen de control:

$$\frac{DM_{Sistema}}{Dt} = 0 \qquad \Longrightarrow \qquad [\dot{m}]_s = [\dot{m}]_e$$

La masa por unidad de tiempo que pasa por la superficie de entrada es igual a la que atraviesa la superficie de salida.

$$r v A = \dot{m} = \frac{dm}{dt} \qquad \Longrightarrow \qquad [r v_n A_n]_s = [r v_n A_n]_e \Rightarrow [v_n A_n]_s = [v_n A_n]_e$$

El caudal que atraviesa la superficie de salida de la superficie de control es igual que el que atraviesa la superficie de entrada.

Conservación del momento.

Ley de Newton de la mecánica: $\sum \vec{F}_{ext} = \frac{d}{dt}\left(M\vec{v}\right)$

Aplicando el TTR al momento lineal del fluido transportado: $f = M\vec{v} \Rightarrow j = \frac{\Phi}{M} = \vec{v}$

$$\boxed{\frac{D\left(M\vec{v}_{Sistema}\right)}{Dt} = [\dot{m}\vec{v}]_s - [\dot{m}\vec{v}]_e = \sum \vec{F}_{sistema}}$$

Momento lineal de salida del fluido

Momento lineal de entrada del fluido.

Fuerza ejercida sobre el volumen de control.

Conservación del momento: fuerzas resultantes.

<u>Fuerzas internas:</u>

debidas a campos de fuerzas, por ejemplo el gravitatorio.

$\Downarrow$

$$\boxed{\vec{F}_g = r\vec{g}V}$$

<u>Fuerzas externas:</u>

aplicadas sobre la superficie del volumen de control.

$\Downarrow$

$$\boxed{\vec{F}_{Viscosas} = \iint_{SC} t\,dA} \qquad \boxed{\vec{F}_{Pres} = \iint_{SC} (-\vec{n})P\,dA}$$

$$\boxed{\sum \vec{F}_{VC} = r\vec{g}V + \iint_{SC} (-\vec{n})P\,dA + \iint_{SC} t\,dA}$$

Conservación de la energía.

Aplicación del TTR al parámetro ϕ=E, energía del sistema.

$$f = E \Rightarrow j = \frac{E}{M} = e \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{\frac{DE_S}{Dt} = [e\dot{m}]_s - [e\dot{m}]_e}$$

Por el TTR: $\dfrac{D\Phi_S}{Dt} = r\left[j_s v_s A_s - v_e A_e j_e\right]$

A partir del primer principio de la termodinámica, desarrollamos:

$$\frac{DE_S}{Dt} = \dot{Q}_{Sitema} + \dot{W}_{Sistema} = \dot{Q}_{VC} + \dot{W}_{VC} + \dot{E}_{Sup} = \dot{Q}_{VC} + \dot{W}_{VC} + \dot{E}_{Presión} + \dot{E}_{viscosas}$$

Conservación de la energía.

La potencia debido a las fuerzas de presión viene determinada por la expresión:

$$\boxed{\dot{E}_{Pres} = \iint_{SC} (\vec{n}.\vec{v})PdA}$$

Teniendo en cuenta que el vector velocidad es perpendicular a toda la Superficie de control, excepto en aquéllas caras de entrada y salida del fluido, donde los vectores son paralelos:

En ausencia de fuerzas viscosas: $\boxed{\dot{E}_{Pr\,es} = \left[\frac{P}{r}m\right]_s - \left[\frac{P}{r}m\right]_e}$

$$\dot{Q}_{VC} + \dot{W}_{VC} - \left\{\left[\frac{P}{r}\dot{m}\right]_s - \left[\frac{P}{r}\dot{m}\right]_e\right\} = [e\dot{m}]_s - [e\dot{m}]_e$$

Intercambio de potencia por calor y trabajo.

Intercambio de potencia por las fuerzas de presión.

Intercambio de potencia por convección.

Conservación de la energía.

La potencia total transportada a través de la superficie de control es una combinación de términos convectivos, e(dm/dt) y los debidos a las fuerzas necesarias para mantener el movimiento del fluido, (P/ρ)(dm/dt).

Término de la energía total transportada:

$$[e\dot{m}] + \left[\frac{P}{r}\dot{m}\right] = \left[e + \frac{P}{r}\right]\dot{m} = \left[h + \frac{v^2}{2} + gz\right]\dot{m}$$

$$e = u + \frac{v^2}{2} + gz \qquad h = u + \frac{P}{r}$$

La ecuación de la potencia para el volumen de control, VC:

$$\boxed{\frac{\dot{Q}_{VC}}{\dot{m}} - \frac{\dot{W}_{VC}}{\dot{m}} = \left[h + \frac{v^2}{2} + gz\right]_S - \left[h + \frac{v^2}{2} + gz\right]_e}$$

Calor másico intercambiado en el VC.

Trabajo másico intercambiado en el VC.

Energía másica del fluido de salida.

Energía másica del fluido de entrada.

Conservación de la energía: aplicaciones.

Si consideramos como fluido un gas ideal:

$$h_s - h_e = c_p (T_s - T_e)$$

$$\frac{\dot{Q}_{VC}}{\dot{m}} - \frac{\dot{W}_{VC}}{\dot{m}} = c_p (T_s - T_e) + \frac{1}{2}(v_s^2 - v_e^2) + g(z_s - z_e)$$

Si consideramos como fluido un líquido, se suele utilizar la siguiente expresión:

$$\frac{\dot{W}}{g\dot{m}} = \left[\frac{P}{rg} + \frac{v^2}{2g} + z\right]_s - \left[\frac{P}{rg} + \frac{v^2}{2g} + z\right]_e + \left[u_s - u_e - \frac{\dot{Q}}{\dot{m}}\right]\frac{1}{g}$$

Conservación de la energía.

Reordenando términos obtenemos la ecuación energética siguiente:

$$\left[\frac{P}{rg} + \frac{v^2}{2g} + z\right]_e = \left[\frac{P}{rg} + \frac{v^2}{2g} + z\right]_s + \left[u_s - u_e - \frac{\dot{Q}}{m}\right]\frac{1}{g} - \frac{\dot{W}}{g\dot{m}}$$

$$H_{Te} = H_{TS} + h_P + h_w$$

Altura de la columna correspondiente a la presión total de entrada.

Altura de la columna correspondiente a la presión total de salida.

Altura de la columna correspondiente a la presión debida a la transferencia de calor del fluido.

Altura de la columna correspondiente a la presión debida a la transferencia de trabajo en el fluido.

Tal y como están expresados los términos de la ecuación tienen unidades de longitud, correspondiente a la columna de fluido que genera la presión correspondiente.

Caso singular: ecuación de Bernouilli.

$$\boxed{\left[\frac{P}{rg}+\frac{v^2}{2g}+z\right]_e=\left[\frac{P}{rg}+\frac{v^2}{2g}+z\right]_s+\left[u_s-u_e-\frac{\dot{Q}}{m}\right]\frac{1}{g}-\frac{\dot{W}}{gm}}$$

$$\boxed{H_{Te}=H_{TS}+h_P+h_w}$$

<u>Hipótesis Generales:</u>

-Fluido incompresible.
-Régimen estacionario.
-Propiedades uniformes en las superficies de entrada y salida.

<u>Hipótesis restrictivas:</u>

-Flujo reversible y adiabático (dQ/dt)=0.
- No hay convección ni viscosidad, h_p=0.
-No hay realización de trabajo mecánico (dW/dt)=0, h_w=0.

Caso singular: ecuación de Bernouilli.

$$\boxed{h_w=h_p=0\Rightarrow H_{Te}=H_{Ts}}$$

$$\boxed{\left[\frac{P}{rg}+\frac{v^2}{2g}+z\right]_e=\left[\frac{P}{rg}+\frac{v^2}{2g}+z\right]_s}$$

Teorema de Bernouilli:

$$\boxed{P+\tfrac{1}{2}rv^2+rgz=cte.}$$