

Probabilidad de Error, $P(e)$ y Tasa de Error de Bit, BER

Elaborado por: M. en C. Rosa Virgen Sánchez Maya

Diferencia

- $P(e)$ es una expectativa teórica (matemática) de la tasa de error de bit (BER) para un sistema determinado.
- BER es un registro empírico (histórico) del verdadero rendimiento de error de bit de un sistema.

Ejemplo

- Para una P(e) de

$$10^{-6} = \frac{1}{10^6} = \frac{1}{1\ 000\ 000}$$

se puede esperar que ocurra un error de bit en cada millón de bits transmitidos.

Una tasa de error de bit:

- Se mide,
- Se compara con la $P(e)$ esperada y
- Se evalúa el rendimiento de un sistema.

INTRODUCCIÓN

Probabilidad de Error, $P(e)$ es una función de la relación de potencia de la portadora, C , a Ruido, N .

$$\frac{C}{N}$$

ó bien:

Promedio de la relación de densidad de potencia

de energía por bit de ruido con relación al número de posibles condiciones de codificación utilizadas M -ario.

- La relación de potencia de la portadora, C , a ruido, N , es:

$$\frac{C}{N}$$

la relación de la potencia promedio de la portadora (la potencia combinada de la portadora y sus bandas laterales asociadas) a la potencia de ruido térmico.

Potencia de Portadora

En dBm:

$$C \text{ (dBm)} = 10 \log \frac{C \text{ (Watts)}}{0.001}$$

donde: C = Potencia de la portadora

Potencia de ruido térmico

$$N = KTB \text{ (Watts)}$$

- Indicado en dBm:

$$N(\text{dBm}) = 10 \log \frac{KTB}{0.001}$$

N= Potencia de Ruido Térmico (W)

K=Cte. de proporcionalidad de Boltzman
($1.38 \times 10^{-23} \text{ J / } ^\circ\text{K}$)

T= Temperatura (en $^\circ\text{K}$) ($0^\circ \text{ K} = -273^\circ \text{ C}$)

B= Ancho de banda (Hz)

Relación de Potencia de la Portadora a Ruido

Relación sin unidades: $\frac{C}{N} = \frac{C}{KTB}$

Indicado en dBm:

$$\frac{C}{N} (dB) = 10 \log \frac{C}{N} = C(dBm) - N(dBm)$$

C = Potencia de la Portadora (W)

N = Potencia de Ruido (W)

Energía por bit

- Es la energía de un solo bit de información.

$$E_b = Ct_b \text{ (J / bit)}$$

Indicado en dBJ:

$$E_b \text{ (dBJ)} = 10 \log E_b$$

E_b = Energía de un solo bit (J/bit)

t_b = tiempo de un solo bit (s)

C = Potencia de la Portadora (W)

Energía por bit

- Puesto que:

$$t_b = \frac{1}{f_b}$$

donde: f_b es la tasa de bit en bits por segundo (bps)

- Entonces:

$$E_b = \frac{C}{f_b} \text{ (J / bit)}$$

- En dBJ:

$$E_b \text{ (dBJ)} = 10 \log \frac{C}{f_b} = 10 \log C - 10 \log f_b$$

Densidad de Potencia de Ruido

- Es la potencia de ruido térmico normalizada a un ancho de banda de 1 Hz ó potencia de ruido presente en un ancho de banda de 1 Hz.

$$N_0 = \frac{N}{B} \text{ (W / Hz)}$$

N_0 = Densidad de potencia de ruido (W/Hz)

N = Potencia de ruido térmico (W)

B = Ancho de Banda (Hz)

Densidad de Potencia de Ruido

- Indicado en dBm:

$$N_0(dBm) = 10 \log \frac{N}{0.001} - 10 \log B = N(dBm) - 10 \log B$$

- Combinando las ecuaciones:

$$N_0 = \frac{KTB}{B} = KT \text{ (W / Hz)}$$

- Entonces en dBm:

$$N_0(dBm) = 10 \log \frac{K}{0.001} + 10 \log T$$

Relación de la densidad de potencia de energía por bit a ruido

$$\frac{E_b}{N_0}$$

- Se utiliza para comparar dos o más sistemas de modulación digital que utilizan diferentes tasas o velocidades de transmisión (bps) , esquemas de modulación (FSK, PSK, QAM) o técnicas de codificación (M-ario).

Relación de la densidad de potencia de energía por bit a ruido

- **Definición:**

Relación de la energía de un solo bit a la potencia de ruido presente en 1 Hz de ancho de banda.

- Normaliza todos los esquemas de modulación multifase a un ancho de banda común de ruido, permitiendo una comparación más sencilla y precisa de su rendimiento de error.

Relación de la densidad de potencia de energía por bit a ruido

- Matemáticamente:

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{\frac{C}{f_b}}{\frac{N}{B}} = \frac{CB}{Nf_b}$$

- Reacomodando:

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{C}{N} \times \frac{B}{f_b}$$

Relación de la densidad de potencia de energía por bit a ruido

- En donde:

$\frac{E_b}{N_0}$ = relación de la densidad de potencia de energía por bit.

$\frac{C}{N}$ = relación de potencia de portadora a ruido.

$\frac{B}{f_b}$ = relación del ancho de banda de ruido a la tasa de bits.

Relación de la densidad de potencia de energía por bit a ruido

- Indicado en dB:

$$\frac{E_b}{N_0} (dB) = 10 \log \frac{C}{N} + 10 \log \frac{B}{f_b}$$

- También:

$$\frac{E_b}{N_0} (dB) = 10 \log E_b - 10 \log N_0$$

Relación de la densidad de potencia de energía por bit a ruido

- Cuando el ancho de banda es igual a la tasa de bits:

$$B = f_b$$

- Entonces:

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{C}{N}$$

Relación de la densidad de potencia de energía por bit a ruido

- En general:
- La relación de la potencia de la portadora a ruido $\frac{C}{N}$ mínimo requerido para sistemas QAM es menor que el requerido sistemas PSK comparables.
- Entre más alto es el nivel de codificación utilizado (M , más alto) más alta es la relación de la portadora a ruido, $\frac{C}{N}$ mínimo.

Tabla comparativa del rendimiento
de varios esquemas digitales (BER=10E-6)

Técnica de modulación	Relación C/N (dB)	Relación Eb/No (dB)
BPSK	10.6	10.6
QPSK	13.6	10.6
4-QAM	13.6	10.6
8-QAM	17.6	10.6
8-PSK	18.5	14.0
16-PSK	24.3	18.3
16-QAM	20.5	14.5
32-QAM	24.4	17.4
64-QAM	26.6	18.8

Sistemas FSK

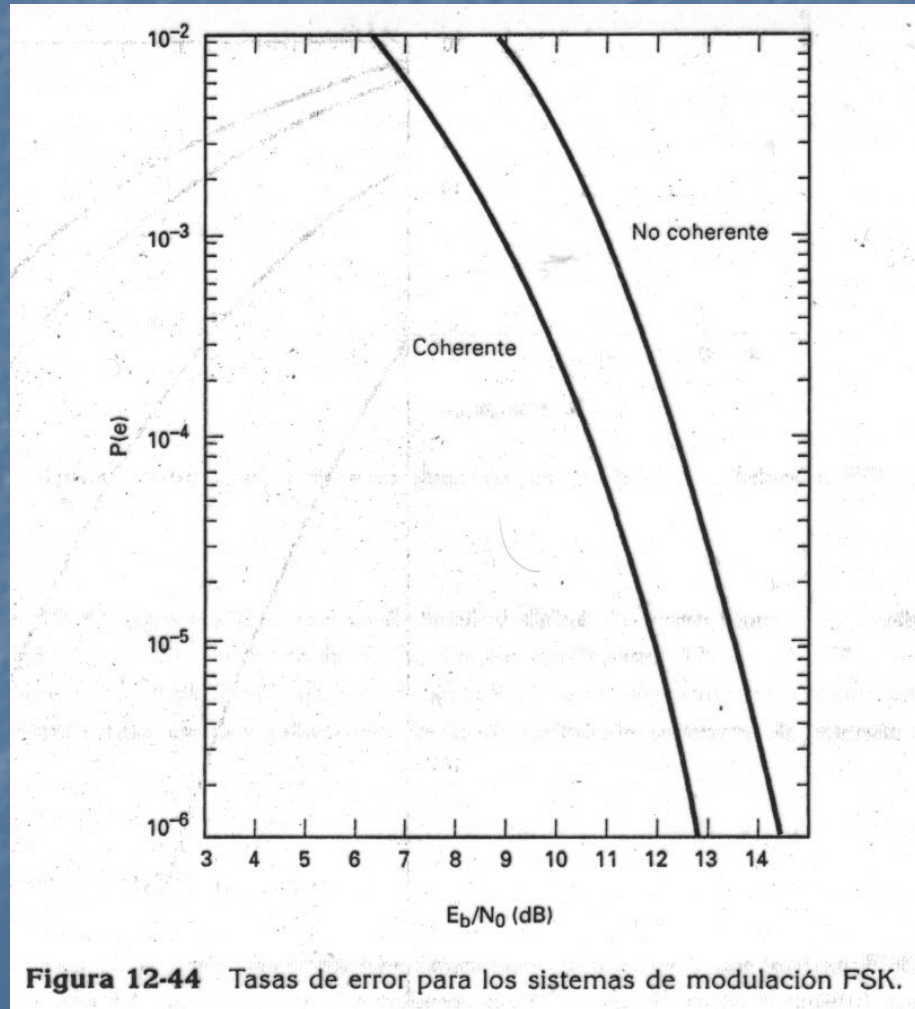
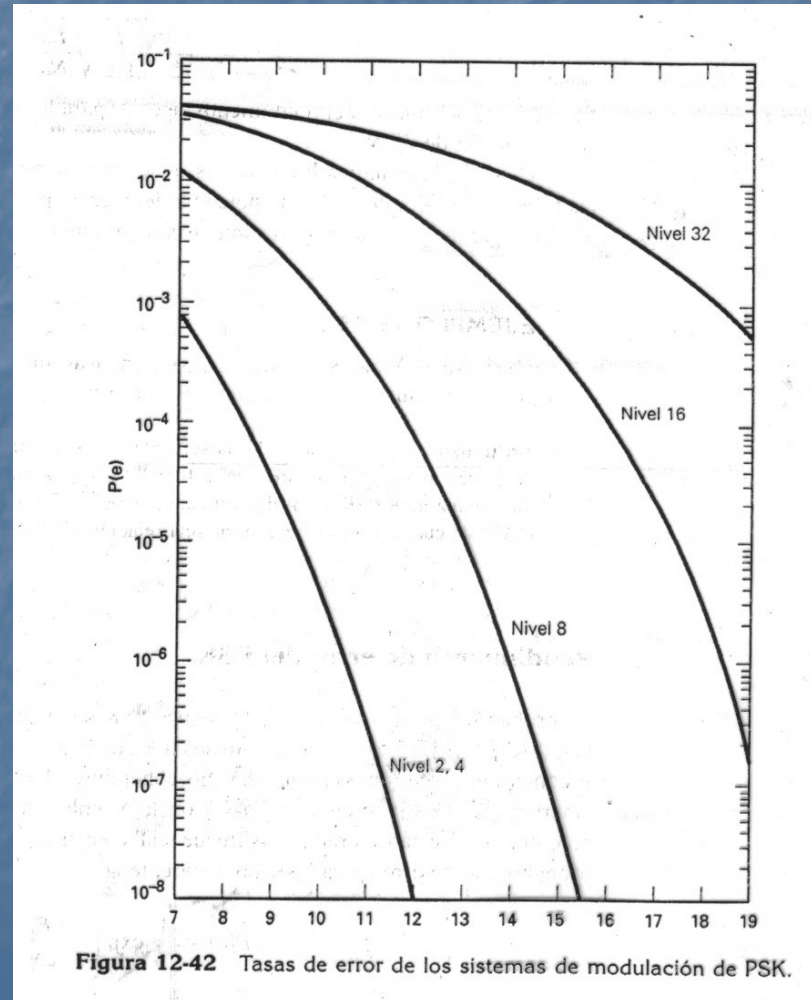


Figura 12-44 Tasas de error para los sistemas de modulación FSK.

Sistemas PSK



Sistemas QAM

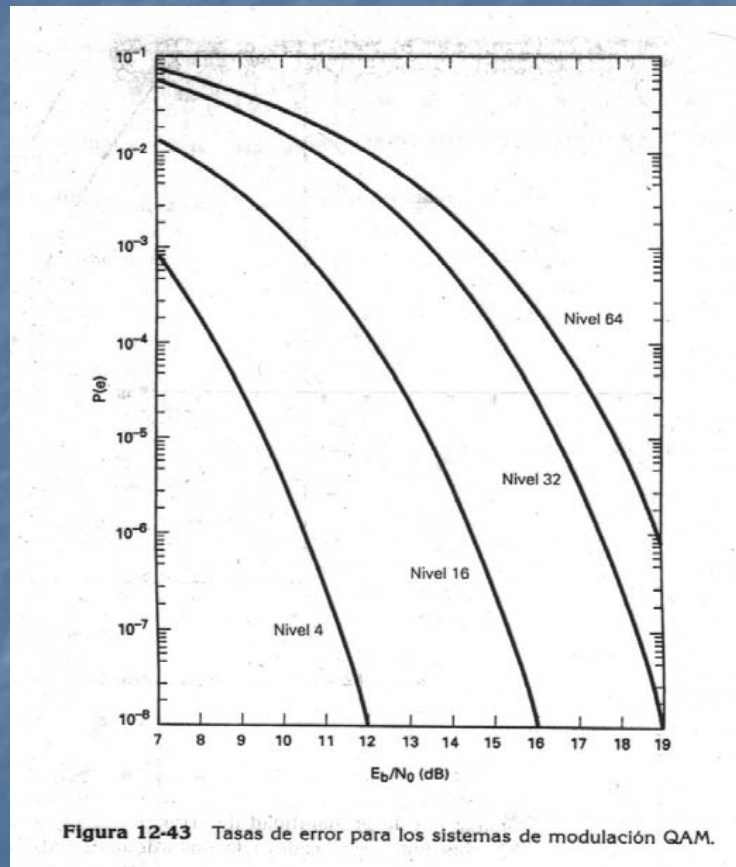


Figura 12-43 Tasas de error para los sistemas de modulación QAM.

- Bibliografía:

Tomasi, Weyne "Sistemas de Comunicaciones Electrónicas" Prentice Hall. 2da. Edición 1996. Capítulo 12: Comunicaciones Digitales.