

KDD E MINERAÇÃO DE DADOS

Noções Introdutórias em Lógica Nebulosa

Prof. Ronaldo R. Goldschmidt

rribeiro@univercidade.br

ronaldo_goldschmidt@yahoo.com.br

LÓGICA NEBULOSA

O que é ?

Técnica inteligente que tem como **objetivo modelar** o **modo aproximado de raciocínio**, imitando a habilidade humana de tomar decisões em um ambiente de **incerteza e imprecisão**.

Possibilita a construção de **sistemas de apoio à decisão** que **reúnem conhecimentos** acerca de **áreas específicas** e que são capazes de **simular o comportamento humano** diante de situações a eles apresentadas.

Também referenciada por: **Lógica Fuzzy** ou **Fuzzy Logic**

LÓGICA NEBULOSA

Conceitos Básicos

Permite que **sistemas inteligentes** de *controle e suporte à decisão* lidem com *informações imprecisas* ou *nebulosas* ou ainda *subjetivas*.

Exemplos:

- Investimento de alto risco
- Pressão média
- Fluxo muito intenso
- Alta temperatura
- Muito jovem

São **expressões lingüísticas** cuja **interpretação** pode **variar** de um indivíduo para outro.

LÓGICA NEBULOSA

Exemplos de Aplicações Industriais e Comerciais

- Aparelhos de Refrigeração
- Filmadoras
- Freios Antiderrapantes
- Sistema de Análise de Crédito
- Detecção de Fraude em Seguradoras
- Sistema de Análise de Investimentos
- Planejamento da Produção
- Previsão do Consumo de Energia
- Avaliação de Risco em Seguros
- Avaliação de Risco no Mercado de Ações
- Dentre muitos outros...

LÓGICA NEBULOSA

Conceitos Básicos – Representação de Conjuntos

- **Representação Explícita**

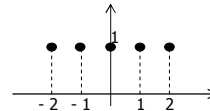
Ex: $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

- **Representação Implícita**

Ex: $A = \{X \in \mathbb{Z} / |x| \leq 2\}$

- **Representação pela Função Característica**

$$X_A : U \rightarrow \{0,1\} \quad X_A(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } X \notin A \\ 1, & \text{se } X \in A \end{cases}$$



LÓGICA NEBULOSA

Conceitos Básicos – Regras e Conjuntos Rígidos



Transição abrupta de conceitos

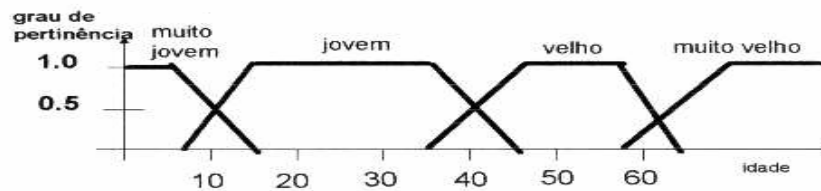
LÓGICA NEBULOSA

Conceitos Básicos – Função de Pertinência

Função de pertinência ao conjunto A: $\mu_A: x \rightarrow [0,1]$

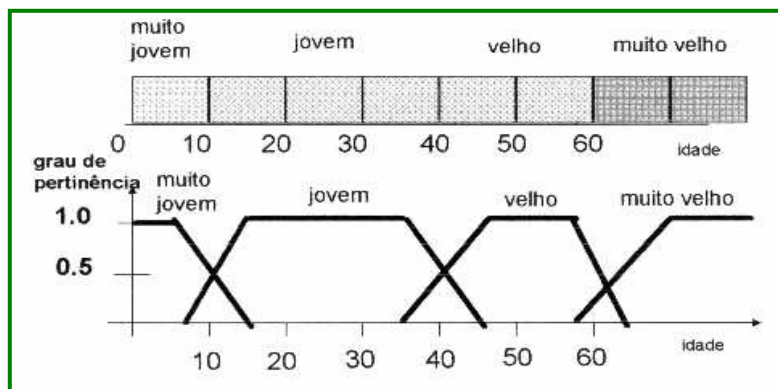
$\mu_A(x_0)$ expressa o quanto x_0 é **compatível** com o **conceito** associado ao conjunto A.

$\mu_A(x_0)$ é o **grau de pertinência** de x_0 ao conjunto A.



LÓGICA NEBULOSA

Conceitos Básicos – Conjuntos Nebulosos

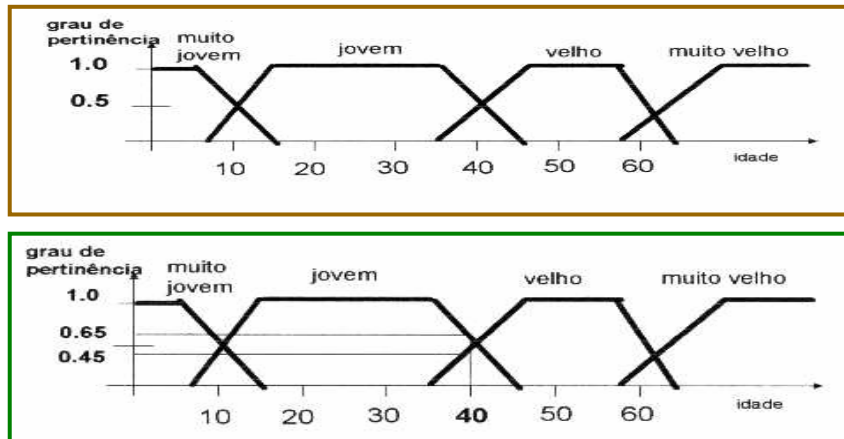


Transição suave entre conceitos

LÓGICA NEBULOSA

Conceitos Básicos – Conjuntos Nebulosos

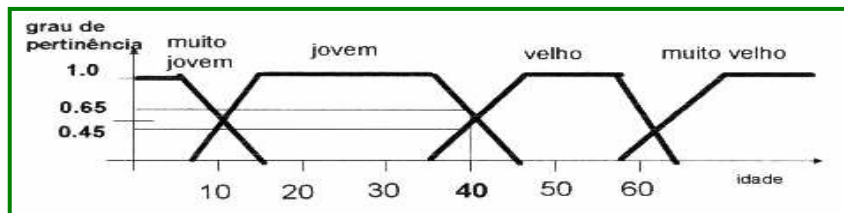
Ex. Aplicação: Pedro tem 40 anos. Ele é jovem ou velho?



LÓGICA NEBULOSA

Conceitos Básicos – Conjuntos Nebulosos

Ex. Aplicação: Pedro tem 40 anos. Ele é jovem ou velho?

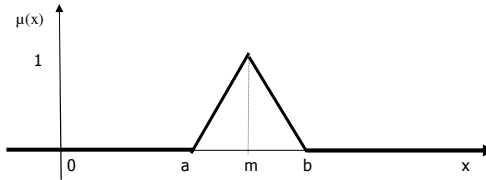


- Pedro é **jovem E velho**, ao mesmo tempo (com **graus de pertinência diferentes**).
- Os graus de pertinência demonstram que Pedro **não é nem tão jovem, nem tão velho**.

LÓGICA NEBULOSA

Conceitos Básicos – Formatos de Conjuntos Nebulosos

Triangular

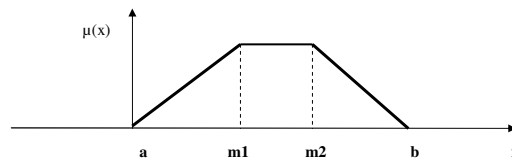


$$\mu(x) = \begin{cases} 0, \text{se } x \leq a \\ (x-a)/(m-a), \text{se } x \in]a, m[\\ (b-x)/(b-m), \text{se } x \in]m, b[\\ 0, \text{se } x \geq b \end{cases}$$

LÓGICA NEBULOSA

Conceitos Básicos – Formatos de Conjuntos Nebulosos

Trapezoidal



$$\mu(x) = \begin{cases} 0, \text{se } x \leq a \\ (x-a)/(m_1-a), \text{se } x \in]a, m_1[\\ 1, \text{se } x \in [m_1, m_2] \\ (b-x)/(b-m_2), \text{se } x \in]m_2, b[\\ 0, \text{se } x \geq b \end{cases}$$

LÓGICA NEBULOSA

Conceitos Básicos – Variável Lingüística

Uma **variável lingüística** é um objeto utilizado para **representar** de modo impreciso um **conceito** em um determinado problema.

Seus **valores são expressões lingüísticas subjetivas** tais como quente, alto, jovem.

Variáveis lingüísticas diferem das **variáveis numéricas**, que admitem apenas **valores precisos**.

Os **valores** de uma **variável lingüística** são **conjuntos nebulosos**.

Exemplos: Variável Numérica : Temperatura = 40°
Variável Lingüística: Temperatura Alta

LÓGICA NEBULOSA

Conceitos Básicos – Regras Nebulosas

São **implicações** da forma:

Se <Lista de Predicados Nebulosos>

Então <Lista de Predicados Nebulosos>

Onde:

Lista de Predicados Nebulosos :

Predicado Nebuloso **opnebuloso** **Lista de Predicados Nebulosos**

Predicado Nebuloso : Variável Lingüística “é” Conjunto Nebuloso

Exemplo de Regra em Sistema de Seguros:

Se **idade é meia-idade** **e** **pressão é baixa** **Então** **seguro é baixo**

LÓGICA NEBULOSA

Conceitos Básicos – Operadores Nebulosos

Sejam A e B dois conjuntos nebulosos:

Exemplos de **função de pertinência** do **operador nebuloso** de **interseção (T-Norm)**:

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min \{ \mu_A(x), \mu_B(x) \} \quad (\text{Mínimo})$$

$$\mu_{A \cap B}(x) = \mu_A(x) * \mu_B(x) \quad (\text{Produto})$$

Ex: *idade é jovem e idade é velho*

$$\mu_{\text{jovem} \cap \text{velho}}(40) = \min \{ \mu_{\text{jovem}}(40), \mu_{\text{velho}}(40) \} = \min \{ 0.6, 0.4 \} = 0.4$$

LÓGICA NEBULOSA

Conceitos Básicos – Operadores Nebulosos

Sejam A e B dois conjuntos nebulosos:

Exemplos de **função de pertinência** do **operador nebuloso** de **união (T-Conorm ou S-Norm)**:

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max \{ \mu_A(x), \mu_B(x) \} \quad (\text{Máximo})$$

$$\mu_{A \cup B}(x) = \min \{ 1, \mu_A(x) + \mu_B(x) \} \quad (\text{Soma Limitada})$$

Ex: *idade é jovem ou idade é velho*

$$\mu_{\text{jovem} \cup \text{velho}}(40) = \max \{ \mu_{\text{jovem}}(40), \mu_{\text{velho}}(40) \} = \max \{ 0.6, 0.4 \} = 0.6$$

LÓGICA NEBULOSA

Conceitos Básicos – Operadores Nebulosos

Sejam A e B dois conjuntos nebulosos:

Exemplo de **função de pertinência** do **operador nebuloso** de **Complemento**:

$$\mu_{A'}(x) = 1 - \mu_A(x)$$

Ex: **idade é não jovem**

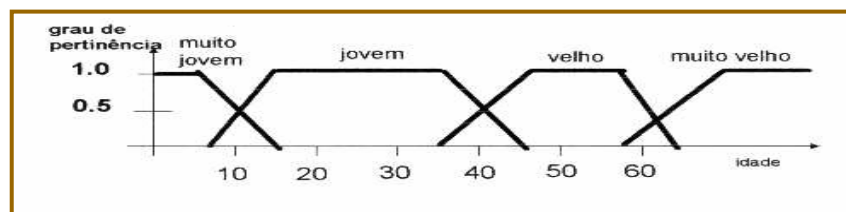
$$\mu_{\text{não jovem}}(40) = 1 - \mu_{\text{jovem}}(40) = 1 - 0.6 = 0.4$$

LÓGICA NEBULOSA

Conceitos Básicos – Partição Nebulosa de uma Variável

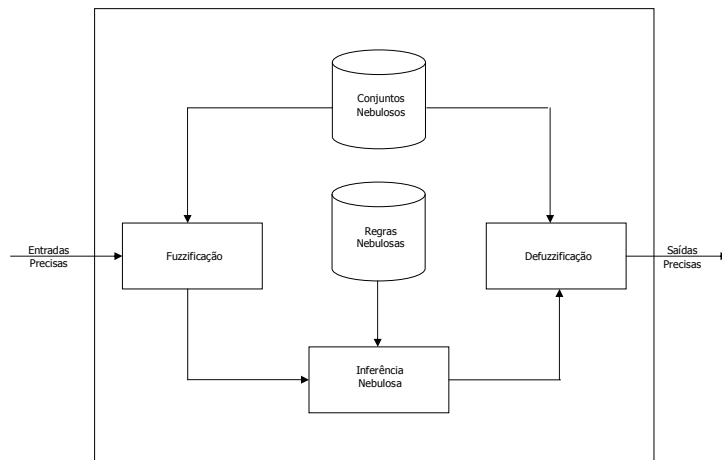
Os **valores** de uma **variável lingüística** definem uma **estrutura de conhecimento** denominada **partição nebulosa** desta **variável**.

Exemplo:



LÓGICA NEBULOSA

Arquitetura Funcional Geral de um Sistema de Inferência Nebuloso



LÓGICA NEBULOSA

Processo de Inferência em Sistemas Nebulosos

Há vários **modelos de Inferência Nebulosa**.

Utilizaremos o chamando **Modelo Mamdani**, clássico.

Forma Geral de uma Regra Nebulosa no Modelo Mamdani:

Se $X_1 = A_1$ **e** ... **e** $X_n = A_n$ **Então** $Y_1 = B_1$ **e** ... **e** $Y_m = B_m$

LÓGICA NEBULOSA

Processo de Inferência em Sistemas Nebulosos – Um Exemplo

Sistema de Inferência Nebuloso para definição do valor de apólice de seguro de vida de clientes de uma seguradora

Variáveis Linguísticas	Tipo	Conjuntos Nebulosos
Idade	Entrada	Meia Idade / Jovem
Pressão	Entrada	Alta / Baixa
Seguro	Saída	Alta / Baixa

Regra 1: SE idade é meia-idade E pressão é baixa ENTÃO seguro é baixo
Regra 2: SE idade é jovem E pressão é alta ENTÃO seguro é alto

Idade	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65
Meia-idade	0.3	0.4	0.6	0.8	0.9	1.0	0.8	0.6	0.3	0.1
Jovem	0.9	0.8	0.7	0.6	0.4	0.3	0.1	0.0	0.0	0.0

Pressão Máx.	95	100	110	120	130	140	150	160	170	175
Pressão Min.	50	55	60	65	70	75	80	85	90	100
Alta	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Baixa	1.0	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1

Seguro	300	500	700	800	900	1000	1200
Alto	0.1	0.3	0.4	0.5	0.8	0.9	1.0
Baixo	1.0	0.9	0.6	0.5	0.3	0.1	0.1

Qual o valor da apólice de seguro a ser pago pelo cliente ?

Entradas e Saídas devem ser valores precisos !

LÓGICA NEBULOSA

Processo de Inferência em Sistemas Nebulosos – Fuzzificação

Cliente com 35 anos e pressão 130 por 70 (13 por 7)

Idade	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65
Meia-idade	0.3	0.4	0.6	0.8	0.9	1.0	0.8	0.6	0.3	0.1
Jovem	0.9	0.8	0.7	0.6	0.4	0.3	0.1	0.0	0.0	0.0

Pressão Máx.	95	100	110	120	130	140	150	160	170	175
Pressão Min.	50	55	60	65	70	75	80	85	90	100
Alta	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Baixa	1.0	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1

Seguro	300	500	700	800	900	1000	1200
Alto	0.1	0.3	0.4	0.5	0.8	0.9	1.0
Baixo	1.0	0.9	0.6	0.5	0.3	0.1	0.1

Idade

$$\mu_{\text{meia idade}}(35) = 0.8$$

$$\mu_{\text{jovem}}(35) = 0.6$$

Pressão

$$\mu_{\text{alta}}(130, 70) = 0.5$$

$$\mu_{\text{baixa}}(130, 70) = 0.6$$

LÓGICA NEBULOSA

Processo de Inferência em Sistemas Nebulosos – Inferência Nebulosa

Processa as regras nebulosas existentes na base de conhecimento.

Processamento de cada regra → Cálculo da interseção entre conjuntos do antecedente da regra → Gera grau de disparo da regra

Regra 1:

SE idade é *meia-idade* (0.8) E pressão é *baixa* (0.6) $\min\{0.8, 0.6\} = 0.6$
ENTÃO seguro é *baixo* (0.6) $\mu_{baixo} = 0.6$

Regra 2:

SE idade é *jovem* (0.6) E pressão é *alta* (0.5) $\min\{0.6, 0.5\} = 0.5$
ENTÃO seguro é *alto* (0.5) $\mu_{alto} = 0.5$

LÓGICA NEBULOSA

Processo de Inferência em Sistemas Nebulosos – Defuzzificação

Combinação dos graus de disparo das regras ativadas

1º. Verifica o valor do seguro associado ao grau de disparo de cada regra

Idade	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65
Meia-Idade	0.3	0.4	0.6	0.8	0.9	1.0	0.8	0.6	0.3	0.1
Jovem	0.9	0.8	0.7	0.6	0.4	0.3	0.1	0.0	0.0	0.0

Pressão Máx.	95	100	110	120	130	140	150	160	170	175
Pressão Min.	50	55	60	65	70	75	80	85	90	100
Alta	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Baixa	1.0	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1

Seguro	300	500	700	800	900	1000	1200
Alto	0.1	0.3	0.4	0.5	0.8	0.9	1.0
Baixo	1.0	0.9	0.6	0.5	0.3	0.1	0.1

Seguro

$\mu_{alto}(X) = 0.5 \rightarrow X=800$

$\mu_{baixo}(Y) = 0.6 \rightarrow Y=700$

LÓGICA NEBULOSA

Processo de Inferência em Sistemas Nebulosos – Defuzzificação

Combinação dos graus de disparo das regras ativadas

2°. Calcula-se o centróide entre os valores obtidos (média ponderada)

$$\begin{array}{l} \text{Seguro} \\ \mu_{\text{alto}}(X) = 0.5 \rightarrow X=800 \\ \mu_{\text{baixo}}(Y) = 0.6 \rightarrow Y=700 \end{array}$$

$$\text{Seguro} = \frac{(0.5 \times 800) + (0.6 \times 700)}{0.5 + 0.6} = \frac{400 + 420}{1.1} = \frac{820}{1.1} = 745,45$$

LÓGICA NEBULOSA

Avaliação – Indicações para Aplicação

- Onde o conhecimento envolve conceitos subjetivos e intrinsecamente imprecisos;
- Onde deseja-se obter explicações sobre o resultado do problema.

LÓGICA NEBULOSA

Avaliação – Vantagens e Desvantagens de Aplicação

Vantagens

- Facilidade de lidar com dados imprecisos.
- Facilita a descrição das regras pelos especialistas.
- Menor número de regras.
- Explicação do raciocínio.

Desvantagens

- Necessidade de especificação das funções de pertinência.
- Necessidades de um especialista e/ou dados históricos.

LÓGICA NEBULOSA

Exercícios

- 1) Utilizando o exemplo de sistema nebuloso anterior, indique qual valor de seguro deverá ser pago por clientes nas seguintes características:
 - a) Cliente com 55 anos e pressão 175 por 100 (17 por 10)
 - b) Cliente com 20 anos e pressão 160 por 85 (16 por 8)
 - c) Cliente com 20 anos e pressão 95 por 50 (9 por 5)
 - d) Cliente com 45 anos e pressão 130 por 70 (13 por 7)

LÓGICA NEBULOSA

Exercícios

- 2) O truck.exe é um simulador de estacionamento de um caminhão, em marcha-ré, com velocidade constante, utilizando lógica nebulosa. O sistema possui duas variáveis de entrada: ângulo de inclinação do veículo com o eixo horizontal (ϕ) e a distância no eixo horizontal (X), uma variável de saída, ângulo da roda do veículo com seu eixo (θ). A área disponível possui origem no lado inferior esquerdo. O objetivo é estacionar o veículo nas seguintes condições: $X=50$ e $\phi=90$. Vide conjuntos nebulosos no quadro em sala de aula. Na posição inicial $X = 50$ e $\phi = 270^\circ$, o veículo não sofre alteração das condições iniciais e entra em uma rota de fuga. a) Porque isso ocorre? b) Altere o conjunto inicial de regras de modo que o veículo estacione corretamente

LÓGICA NEBULOSA

Exercícios

- 3) Faça alterações nos parâmetros de controle do problema do guindaste com o programa Fuzzy Tech e analise o resultado procurando entender o porquê das mudanças no comportamento do sistema de controle. Observe a robustez e a elasticidade do sistema em relação aos seguintes parâmetros: a) mudança na forma dos conjuntos de retas para curvas; b) mudança nos conjuntos nebulosos de entrada e saída (domínio, posição e percentual de superposição); c) mudança no banco de regras.