

IDENTIFICAÇÃO DE ERROS GROSSEIROS UTILIZANDO TESTE QUI- QUADRADO E TESTE TAU

RÔMULO PARMA GONÇALVES
ANTÔNIO SIMÕES SILVA
GIULIANO SANT'ANNA MAROTTA
RAFAEL JOSÉ DE OLIVEIRA ANDRADE
LEONARDO CAMPOS DE ASSIS

Universidade Federal de Viçosa - UFV
Pos Graduação em Engenharia Civil – Informações Espaciais
Departamento de Engenharia Civil, Viçosa - MG
{romuloparma, giumarotta, rafaeljoaufv, assis_leonardo}@yahoo.com.br, asimoies@ufv.br

RESUMO – Devido o grande avanço tecnológico dos últimos anos, muitos equipamentos de medida de posicionamento de alta qualidade tem tornado a tarefa de observar em campo muito mais fácil. Isto gera um grande número de observações capturadas e processadas automaticamente sem que o engenheiro a manipule na sua forma bruta. A proposta deste trabalho é através de testes estatísticos como Qui-quadrado e Teste Tau, verificar se há a presença de erros grosseiros nas observações de campo e tomar as devidas precauções para que o ajustamento dessas observações não forneça resultados comprometedores. Neste trabalho verificou-se a presença de erros grosseiros nas observações, sendo estas então eliminadas. Com isso, foi possível comparar os resultados gerados pelo ajustamento através do método paramétrico com e sem eliminação de observações que contêm erros grosseiros.

ABSTRACT – Due the great technological progress of the last years, many equipments of measure of positioning of high quality have turning the surveying much easier. This generates a large number of observations that are captured and processed automatically without being managed in raw form. The proposal of this work is through statistical tests as Qui-square and Test Tau, to verify if there is the presence of outliers in the field observations and to take the due precautions so that the adjustment of those observations lead to a good result. In this paper the presence of outliers was verified in the observations, being these then eliminated. With that, it was possible to compare the results generated by the adjustment through the parametric method with and without elimination of observations that contain outliers.

1 INTRODUÇÃO

Com a difusão do avanço tecnológico, nota-se que a facilidade de se fazer observações de campo tornou-se menos laboriosa.

Isto se deve à competitividade gerada entre fabricantes de equipamentos, que estão sempre em busca de melhorar seus produtos e conquistar novos clientes. Mesmo assim torna-se muito difícil a determinação da verdadeira grandeza posicional. Pode-se renunciar à pretensão de que ao utilizarem-se instrumentos e técnicas sofisticadas, se estará livre de erros posicionais.

Como os erros de medidas são inevitáveis, estes podem ser divididos e atribuídos a três fontes, Gemael (1994), sendo elas:

A falibilidade humana: onde apesar de cuidados tomados em qualquer observação, somente pelo fato de estar sendo conduzido por um humano, as chances de falhas desta natureza não podem ser desconsideradas.

A imperfeição do equipamento: mesmo com aparelhos bastante modernos, não se pode julgá-lo como perfeito e sem margem de erros.

A influência das condições ambientais: ao se levar em conta a influência causada sobre uma observação, pode-se afirmar que é muito difícil obter condições ambientais altamente perfeitas e livres de qualquer erro.

Pode-se também, classificar além das fontes de erros, os tipos desses erros, como por exemplo: erros sistemáticos, erros acidentais e erros grosseiros.

Os erros sistemáticos geralmente são de causa conhecida, podendo ser corrigidos através de técnicas especiais de observação ou também corrigidos através de cálculos matemáticos. Caracterizam-se por ocorrer sempre em um mesmo sentido e conservarem em medições sucessivas, o mesmo valor. Decorrem das deficiências do observador, do instrumento e do método utilizado.

Os erros acidentais são aqueles que surgem por causas desconhecidas a priori, e geralmente incontroláveis. Caracterizam-se por ocorrerem ao acaso quaisquer que sejam os observadores, os instrumentos e os métodos. Em geral são erros pequenos, porém inevitáveis e encontrados em todas as observações causando discrepâncias que a princípio se apresentam sem qualquer conformidade matemática. A sua influência sobre as observações é aleatória, não permitindo outro tratamento se não baseado na teoria da probabilidade.

A possibilidade de haver erros grosseiros (*outliers*) num conjunto de observações cresce proporcionalmente à quantidade dessas observações e inversamente proporcional à qualidade dos equipamentos e técnicas utilizadas.

Observações inerentes de erros grosseiros às vezes se constituem em problema, pois a detecção dos mesmos é fácil em certos casos, como por exemplo, erros grandes, e pode tornar-se difícil em outros. Muitas vezes somente um teste estatístico pode justificar ou não a rejeição de uma observação suspeita de abrigar um erro grosseiro, Gemael (1994).

Segundo Cross (1983), há duas possíveis causas principais para ocorrer erros grosseiros. São elas: erros grosseiros nas medidas e erros grosseiros causado por modelo matemático equivocado.

Quando estamos tratando de erros posicionais, podemos também pensar se nossas observações são precisas ou acuradas, já que segundo Gemael (1994), o termo "precisão" está relacionado apenas a efeitos aleatórios (à dispersão das observações) enquanto "acurácia" vincula-se a ambos, efeitos sistemáticos e aleatórios. Já o termo exatidão, não se aplica às observações de grandeza posicional, já que nunca se conhecerá essa verdadeira grandeza.

2 OBJETIVO

O objetivo deste trabalho é analisar o ajustamento quanto a sua confiabilidade. Para isto será feito inicialmente o teste global que se apóia no sigma zero a posteriori (variância unidade ou variância de referência). Caso o ajustamento não passe no teste global, também chamado de qui-quadrado, usa-se o teste Tau, para verificar se há erros grosseiros. Para tanto será aplicado o procedimento usado em Silva (1997), que é a comparação entre a estatística T_i e o valor tabelado de Tau.

3 METODOLOGIA E RESULTADOS

A metodologia abordada neste trabalho é semelhante a um simples trabalho de ajustamento de observações até os cálculos dos parâmetros ajustados e suas precisões.

Com os dados de observação disponíveis, após ter feito o ajustamento pelos mínimos quadrados utilizando o método paramétrico, estima-se as coordenadas dos vértices 1, 2, 3, 4 e 5 referentes a um estudo de caso assim

como suas precisões. Calculam-se as elipses de erros absolutas, e por fim representa-se o levantamento com suas elipses de erros.

Daí em diante, aplica-se testes estatísticos como Qui-quadrado e teste Tau para verificar se há ou não a presença de erros grosseiros nas observações, e caso haja essa ocorrência, deve-se tomar algumas providências que serão vistas no decorrer do trabalho.

Para mostrar o método, foi utilizada uma triangulação topográfica em que se usaram todas as reiterações. Isto no método clássico não é usual. No entanto pode-se muito bem ser usado até para que as observações rejeitadas atendam a um critério estatístico (no caso a distribuição Tau) e não sejam rejeitadas no clássico critério que era imperativo antes da introdução do método de Pope, aqui chamado de teste Tau. O método clássico a que nos referimos é o tradicional método que preconiza que se faça média das posições das séries e estipule-se um valor, no exemplo seria 5" (IBGE,1983), para rejeitar as posições discordantes.

O teste Tau introduzido por Pope, aplica a distribuição Tau pra verificar se uma observação é ou não *outlier* (Silva,1997). Essa técnica de exclusão tem sido largamente recomendada. Para isso também pode-se usar o *data snooping* ou método de Baarda, como sugerido em Monico (2003) e Silva (1997).

Como uma solução a ser tomada para o problema de ocorrência de erros grosseiros será a eliminação da pior observação, já que todas as observações têm pesos iguais, então julga-se necessário que estas sejam apresentadas em sua integridade, como na tabela 1.

Tabela 1: Observações brutas

Em	de	para	Ângulo		Desvio Padrão
1	5	4	29°	15' 51"	1,0"
1	5	4	29°	15' 53"	1,0"
1	5	4	29°	15' 54"	1,0"
1	5	4	29°	15' 40"	1,0"
1	4	3	14°	9' 46"	1,0"
1	4	3	14°	9' 49"	1,0"
1	4	3	14°	9' 47"	1,0"
1	4	3	14°	9' 42"	1,0"
1	3	2	67°	20' 23"	1,0"
1	3	2	67°	20' 27"	1,0"
1	3	2	67°	20' 21"	1,0"
2	1	5	32°	32' 37"	1,0"
2	1	5	32°	32' 36"	1,0"
2	1	5	32°	32' 38"	1,0"
2	1	5	32°	32' 31"	1,0"
2	5	4	52°	56' 16"	1,0"
2	5	4	52°	56' 14"	1,0"
2	5	4	52°	56' 17"	1,0"
2	5	4	52°	56' 19"	1,0"
2	4	3	3°	37' 30"	1,0"
2	4	3	3°	37' 29"	1,0"
2	4	3	3°	37' 32"	1,0"
2	4	3	3°	37' 28"	1,0"
3	2	1	23°	33' 30"	1,0"
3	2	1	23°	33' 32"	1,0"
3	2	1	23°	33' 31"	1,0"
3	2	1	23°	33' 28"	1,0"
3	1	5	18°	30' 38"	1,0"
3	1	5	18°	30' 33"	1,0"
3	1	5	18°	30' 31"	1,0"
3	1	5	18°	30' 39"	1,0"
3	5	4	130°	17' 26"	1,0"
3	5	4	130°	17' 60"	1,0"
3	5	4	130°	17' 57"	1,0"
3	5	4	130°	17' 56"	1,0"
5	3	2	81°	21' 56"	1,0"
5	3	2	81°	21' 54"	1,0"
5	3	2	81°	21' 57"	1,0"
5	3	2	81°	21' 58"	1,0"
5	2	1	36°	41' 59"	1,0"
5	2	1	36°	41' 55"	1,0"
5	2	1	36°	41' 55"	1,0"
5	2	1	36°	41' 60"	1,0"
Distância ₁₂ =			432,565	m	0,7 mm
Azimute ₁₂ =			49°	59' 42"	0,0"
NI =			395,880	m	0,036 mm
EI =			2105,114	m	0,036 mm

Para um melhor entendimento da situação gráfica das observações e dos parâmetros a serem utilizados, é apresentado o croqui da poligonal na figura 1.

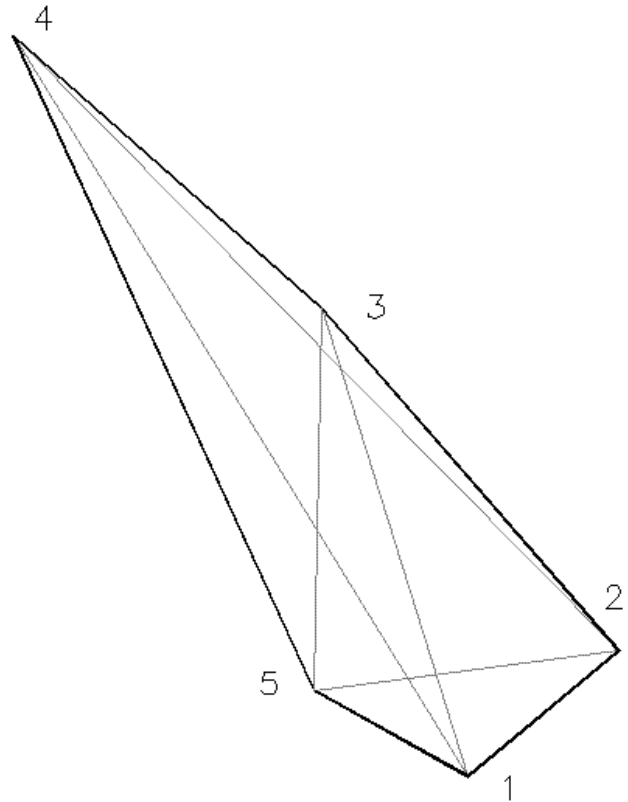


Figura 1 – Croqui da Poligonal

Procede-se então com a modelagem matemática das equações a fim de satisfazer a seguinte condição apresentada na equação 1:

$$L_a = F(X_a) \quad (1)$$

Na equação 1 encontra-se a modelagem matemática do Método das Equações de Observação ou Método Paramétrico. Quer dizer que para cada conjunto de observações l_i está associada um conjunto de equações $F(X_a)$ em relação aos parâmetros.

No ajustamento pelo método dos mínimos quadrados, foram estabelecidas 47 equações de observação, sendo 43 (quarenta e três) equações angulares segundo modelo da equação (2), 1 (uma) equação de distância segundo modelo da equação (3), 1 (uma) equação de azimute conforme equação (4) e 2 (duas) equações de coordenadas na forma das equações (5) e (6).

$$\alpha_1 = \arctan\left(\frac{E_3 - E_2}{N_3 - N_2}\right) - \arctan\left(\frac{E_1 - E_2}{N_1 - N_2}\right) \quad (2)$$

$$d_{12} = \sqrt{(E_2 - E_1)^2 + (N_2 - N_1)^2} \quad (3)$$

$$Az_{12} = \arctan\left(\frac{E_2 - E_1}{N_2 - N_1}\right) \quad (4)$$

$$N_1 = N_1 \quad (5)$$

$$E_1 = E_1 \quad (6)$$

A título de comparação, serão então apresentadas as coordenadas ajustadas obtidas dos cinco vértices da poligonal em questão, pois após todo o processo de detecção de *outliers* e eliminação das observações consideradas não satisfatórias, poderão ser observadas as novas coordenadas ajustadas dos vértices da poligonal, tendo-se assim a possibilidade de se verificar a validade do trabalho.

Portanto, são apresentadas as coordenadas ajustadas dos vértices 1, 2, 3, 4 e 5, sem a eliminação de possíveis *outliers*.

N ₁ =	395,880 m
E ₁ =	2105,114 m
N ₂ =	673,956 m
E ₂ =	2436,454 m
N ₃ =	1428,820 m
E ₃ =	1782,557 m
N ₄ =	2027,426 m
E ₄ =	1105,168 m
N ₅ =	586,030 m
E ₅ =	1765,354 m

Como se está trabalhando com experimentos aleatórios, podemos então por teorias probabilísticas, tentar estimar o melhor resultado, já que é possível conhecer-se o conjunto desses resultados possíveis.

Para se aplicar então o primeiro teste estatístico, nesse caso o Teste Qui-quadrado (χ^2), no intuito de verificar se há alguma inconsistência no modelo matemático ou talvez nas estimativas dos pesos das observações, deve-se então primeiramente, calcular o sigma zero a posteriori ($\hat{\sigma}_0^2$) ou também conhecido como variância da unidade de peso a posteriori, através da equação 7.

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{V^T P V}{gl} \quad (7)$$

Onde V é o vetor dos resíduos e gl é o valor do grau de liberdade obtido através da diferença entre o número de observações e de parâmetros.

Como o valor do sigma zero a posteriori obtido foi $\hat{\sigma}_0^2 = 58,10$, então se aplica o Teste χ^2 .

Neste trabalho, optou-se por utilizar o valor de sigma zero a priori ou também conhecido como variância unidade de peso, sendo $\sigma_0^2 = 1,00$ e um nível de confiança para o teste de 95%, ou seja, $\alpha = 5\%$.

Nota-se que o valor do sigma zero a posteriori é bem maior que a unidade, o que leva a crer que há

resíduos altos indicando que há observações que devem estar fora do esperado para o modelo matemático adotado.

É conveniente ressaltar que o teste Qui-quadrado por si só não é um bom indicador para verificar a presença de *outliers*. Na composição do sigma zero a posteriori entra-se também o peso, conforme equação 7. E uma má atribuição dos pesos pode nos levar a uma falsa conclusão que há observações com resíduos altos quando na verdade o valor alto do sigma zero pode ser decorrência de uma variância não adequada.

Deve-se também, para todo teste estatístico a se realizar, determinar quais serão a hipótese nula (H_0) e a hipótese alternativa (H_a). Para esse estudo de caso, as hipóteses são apresentadas nas equações (8) e (9).

$$H_o \Rightarrow \hat{\sigma}_0^2 = \sigma_0^2 \quad (8)$$

$$H_a \Rightarrow \hat{\sigma}_0^2 \neq \sigma_0^2 \quad (9)$$

Utilizando a tabela de χ^2 , pode-se observar na equação (10) que o valor de $\hat{\sigma}_0^2$ encontra-se fora do intervalo dos valores tabelados para o nível de confiança considerado.

$$\frac{\chi^2_{gl, \frac{\alpha}{2}}}{gl} < \hat{\sigma}_0^2 < \frac{\chi^2_{gl, 1-\frac{\alpha}{2}}}{gl} \quad \therefore \quad \frac{22,11}{37} < 58,10 < \frac{55,65}{37} \quad (10)$$

Isso indica que para esse nível de confiança de 95%, a hipótese nula H_0 foi rejeitada, portanto vale a hipótese alternativa H_a . Pode-se supor também que, os pesos dados às observações estão superestimados ou há alguma observação ruim no conjunto, indicando um típico erro grosseiro.

Deve-se então verificar se há a presença desses erros grosseiros através de um novo teste estatístico, o teste Tau. Através deste teste, deve-se calcular um Tau para cada observação e estes devem ser comparados a um valor Tau tabelado, onde o calculado deve ser menor que o tabelado para que as especificações para o teste sejam atendidas. De acordo com a equação (11), pode-se calcular o valor de Tau (τ_i).

$$\tau_i = \frac{v_i}{\sigma_{v_i}} < \tau_{tabelado} \quad (11)$$

onde v_i é o valor do resíduo para a observação i

e σ_{v_i} é o desvio-padrão do resíduo para a observação i .

Da tabela do Teste Tau tabelado para o grau de liberdade 37 (47 observações – 10 parâmetros) tem-se o valor de 3,412.

Na 32ª (trigésima segunda) observação o valor de Tau calculado foi 28,26. Esse foi o maior valor encontrado ($28,26 > 3,41$) podendo ser considerado o de pior qualidade. Também foi observado que essa

observação foi a que gerou o maior valor de resíduo, onde $v = 25,20''$ e que em todas as retiradas, a que teve o maior resíduo também foi a pior observação. Isso não deve ser encarado como uma regra. Nem sempre a observação de maior resíduo será aquela que terá o maior valor de Tau. Note que o valor de Tau depende da variância do resíduo. Assim se uma observação tem alto resíduo mas no entanto esse resíduo tem uma variância alta também, estaremos diante de um Tau pequeno o que pode caracterizar um valor não rejeitável. Faz-se então a retirada desta observação que é referente à observação angular em que o operador está na estação 3, ré em 5 e vante em 4, com um ângulo observado de ($130^{\circ}17'26''$).

Ressalta-se que depois de retirada cada observação, são refeitos todos os cálculos referentes ao ajustamento das observações, a fim de obter novas coordenadas ajustadas e novos valores de resíduos e das variâncias dos resíduos, possibilitando-se assim, excluir uma de cada vez, as observações que forem rejeitadas pelo Teste Tau.

Como as observações retiradas a fim de possibilitar novas reiterações são observações angulares, então segue abaixo um esquema apresentando cada retirada de observação e os valores tabelados para Tau em cada situação. Para isto, foram excluídas as seguintes observações:

Tabela 2: Observações brutas eliminadas

Seqüência	Em	de	para	Ângulo
1ª	3	5	4	$130^{\circ}17'26''$
2ª	1	3	2	$67^{\circ}20'27''$
3ª	1	3	2	$67^{\circ}20'23''$
4ª	1	3	2	$67^{\circ}20'21''$
5ª	3	1	5	$18^{\circ}30'31''$
6ª	1	5	4	$29^{\circ}15'54''$
7ª	1	5	4	$29^{\circ}15'53''$
8ª	1	5	4	$29^{\circ}15'51''$
9ª	3	1	5	$18^{\circ}30'33''$

Pode-se notar que todas as observações referentes ao ângulo com vértice em 1, ré em 3 e vante em 2 foram excluídas do ajustamento. Isso se deve à justificativa de sempre eliminar a observação que apresentar o maior valor de Tau calculado.

As observações excluídas foram segundo os cálculos a seguir.

Após a primeira retirada de observação, pode-se chegar aos resultados apresentados na equação 12.

$$\frac{21,34}{36} < \hat{\sigma}_0^2 = 37,53 < \frac{54,43}{36} \quad (12)$$

Como novamente a hipótese H_0 foi rejeitada, houve a necessidade de refazer o Teste Tau e obtiveram-se os seguintes valores apresentados na equação 13.

$$\tau_{tab} = 3,406 < \tau_{calculado} = 11,096 \quad (13)$$

Depois de retirada a observação angular em que o operador está na estação 1, ré em 3 e vante em 2, com um ângulo observado de ($67^{\circ}20'27''$), pode-se chegar aos resultados apresentados na equação 14.

$$\frac{20,57}{35} < \hat{\sigma}_0^2 = 32,59 < \frac{53,20}{35} \quad (14)$$

Como novamente a hipótese H_0 foi rejeitada, houve a necessidade de refazer o Teste Tau e obtiveram-se os seguintes valores apresentados na equação 15.

$$\tau_{tab} = 3,400 < \tau_{calculado} = 9,411 \quad (15)$$

Após retirada da observação angular em que o operador está na estação 1, ré em 3 e vante em 2, com um ângulo observado de ($67^{\circ}20'23''$), pode-se chegar aos resultados apresentados na equação 16.

$$\frac{19,81}{34} < \hat{\sigma}_0^2 = 28,72 < \frac{51,96}{34} \quad (16)$$

Como novamente a hipótese H_0 foi rejeitada, houve a necessidade de refazer o Teste Tau e obtiveram-se os seguintes valores apresentados na equação 17.

$$\tau_{tab} = 3,394 < \tau_{calculado} = 10,270 \quad (17)$$

Após retirada da observação angular em que o operador está na estação 1, ré em 3 e vante em 2, com um ângulo observado de ($67^{\circ}20'21''$), pode-se chegar aos resultados apresentados na equação 18.

$$\frac{19,06}{33} < \hat{\sigma}_0^2 = 23,94 < \frac{50,71}{33} \quad (18)$$

Como novamente a hipótese H_0 foi rejeitada, houve a necessidade de refazer o Teste Tau e obtiveram-se os seguintes valores apresentados na equação 19.

$$\tau_{tab} = 3,388 < \tau_{calculado} = 6,887 \quad (19)$$

Após retirada da observação angular em que o operador está na estação 3, ré em 1 e vante em 5, com um ângulo observado de ($18^{\circ}30'31''$), pode-se chegar aos resultados apresentados na equação 20.

$$\frac{18,30}{32} < \hat{\sigma}_0^2 = 21,38 < \frac{49,47}{32} \quad (20)$$

Como novamente a hipótese H_0 foi rejeitada, houve a necessidade de refazer o Teste Tau e obtiveram-se os seguintes valores apresentados na equação 21.

$$\tau_{tab} = 3,382 < \tau_{calculado} = 6,823 \quad (21)$$

Após retirada da observação angular em que o operador está na estação 1, ré em 5 e vante em 4, com um ângulo observado de (29°15'54"), pode-se chegar aos resultados apresentados a seguir. Para fim de simplificação, as próximas iterações serão apresentadas em tabelas como a seguir.

Tabela 3: Sexta iteração

$$\frac{16,79}{30} < \hat{\sigma}_0^2 = 14,96 < \frac{46,98}{30} \quad (22)$$

$$\tau_{tab} = 3,376 < \tau_{calculado} = 8,084 \quad (23)$$

Observação retirada

Em	De	Para	
1	5	4	29° 15' 53"

Tabela 4: Sétima iteração

$$\frac{17,55}{31} < \hat{\sigma}_0^2 = 18,71 < \frac{48,22}{31} \quad (24)$$

$$\tau_{tab} = 3,368 < \tau_{calculado} = 8,741 \quad (25)$$

Observação retirada

Em	De	Para	
1	5	4	29° 15' 51"

Tabela 5: Oitava iteração

$$\frac{16,64}{30} < \hat{\sigma}_0^2 = 10,41 < \frac{46,73}{30} \quad (26)$$

$$\tau_{tab} = 3,362 < \tau_{calculado} = 6,540 \quad (27)$$

Observação retirada

Em	De	Para	
3	1	5	18° 30' 33"

Tabela 6: Nona iteração

$$\frac{16,49}{29} < \hat{\sigma}_0^2 = 7,28 < \frac{46,48}{29} \quad (28)$$

$$\tau_{tab} = 3,356 > \tau_{calculado} = 3,284 \quad (29)$$

Como após a nona iteração, o valor de Tau tabelado foi superior ao valor de Tau calculado, faz-se desnecessário retirar mais observações, pois se considera que as que restaram estão livres de erros grosseiros.

O passo seguinte é se fazer modificações no modelo estocástico e as iterações necessárias para convergência das correções ao nível de 1mm.

Considerando que os valores das observações ruins não estão mais presentes, pode-se inferir que, o que poderá fazer o sigma zero a posteriori discrepar da unidade seja o modelo estocástico. Adota-se então uma nova matriz variância para as observações. Para isso, usa-se dividir a matriz dos pesos pelo último valor encontrado para sigma zero a posteriori, obtendo assim a nova matriz dos pesos, como na equação 30.

$$P_2 = \frac{P_1}{\hat{\sigma}_0^2} \quad (30)$$

Com a nova *Peso*, procede-se com a repetição de toda a rotina de ajustamento novamente pelo método dos

paramétricos, até se obter as novas coordenadas ajustadas e suas respectivas precisões para os cinco vértices da poligonal, como apresentadas a seguir.

$$N_1 = 395,880 \text{ m} \pm 97,2 \text{ mm}$$

$$E_1 = 2105,114 \text{ m} \pm 98,0 \text{ mm}$$

$$N_2 = 673,956 \text{ m} \pm 97,2 \text{ mm}$$

$$E_2 = 2436,454 \text{ m} \pm 98,0 \text{ mm}$$

$$N_3 = 1428,833 \text{ m} \pm 98,0 \text{ mm}$$

$$E_3 = 1782,597 \text{ m} \pm 98,3 \text{ mm}$$

$$N_4 = 2027,672 \text{ m} \pm 105,0 \text{ mm}$$

$$E_4 = 1105,054 \text{ m} \pm 104,1 \text{ mm}$$

$$N_5 = 586,056 \text{ m} \pm 97,3 \text{ mm}$$

$$E_5 = 1765,353 \text{ m} \pm 98,1 \text{ mm}$$

De posse desses resultados, deve-se também calcular os elementos das elipses de erros absolutas de todos os vértices da poligonal, a fim de representar graficamente todas essas precisões obtidas após um rigoroso refinamento utilizando testes estatísticos para detectar *outliers* e eliminar observações ruins.

Portanto, são apresentados na tabela 6, esses elementos das elipses.

Tabela 7: Elementos das Elipses dos Erros Absolutas

PONTO	S-E Maior	S-E Menor	Az S.E. Maior
1	98,32 mm	96,88 mm	118°
2	98,32 mm	96,9 mm	118°
3	98,77 mm	97,48 mm	129°
4	110,5 mm	98,16 mm	317°
5	98,44 mm	96,94 mm	118°

Pode-se também representar essas coordenadas ajustadas e suas devidas precisões de maneira gráfica, como apresentado na figura 2.

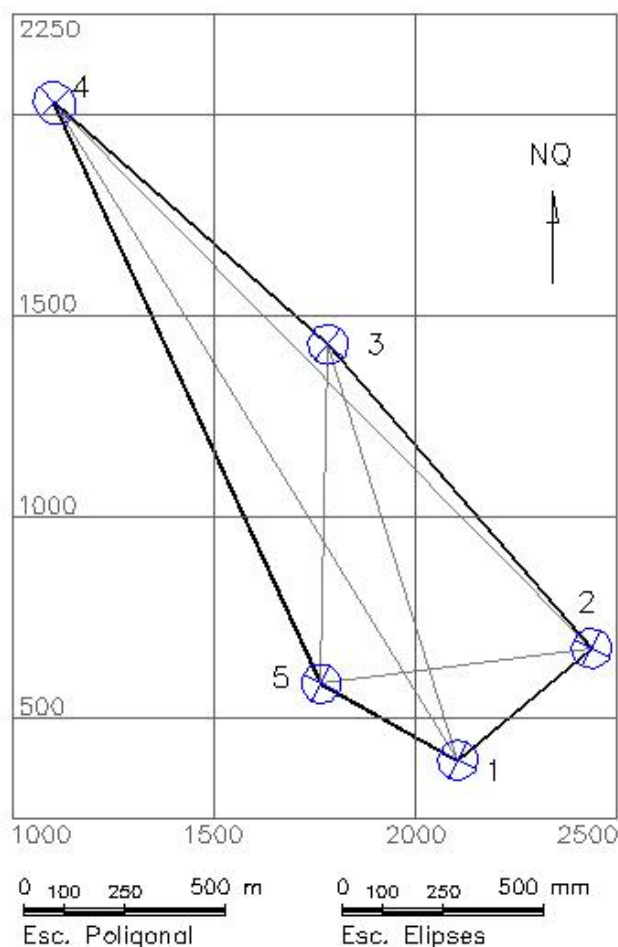


Figura 2 – Croqui da poligonal com coordenadas ajustadas e suas respectivas elipses dos erros absolutas.

4 CONCLUSÃO

Pôde-se notar que ao se aplicar o método paramétrico para ajustar todas as observações, obtiveram-se resultados diferentes daqueles obtidos após eliminar algumas observações que supostamente continham erros grosseiros, permitindo então, aplicar o mesmo método e obter resultados mais satisfatórios.

Para este estudo de caso, é possível concluir que apesar de um pouco laborioso, o trabalho de se detectar *outliers* e eliminar observações ruins é necessário, uma vez que o ajustamento de observações pelo método dos mínimos quadrados trata somente de erros aleatórios, não admitindo que se use o modelo para tratar de erros grosseiros e sistemáticos.

REFERÊNCIAS

CROSS, P. **Working Paper No. 6, Advanced Least Squares Applied to Position-Fixing**. Series Editor: A S Walker, North East London Polytechnic, Department of Land Surveying, 1983.

GEMAEL, C. **Introdução ao ajustamento de observações: aplicações geodésicas**. Curitiba: Editora da UFPR, 1994. 319p.

IBGE Resolução PR nº 22 (21/07/1983) Especificações e Normas Gerais para Levantamentos Geodésicos

MONICO, J.F.G; SILVA, E.F. **Controle de qualidade em levantamentos no contexto da Lei 10267**, In: Anais do III Colóquio Brasileiro de Ciências Geodésicas –CD ROM, , Curso de Pos Graduação em Ciências Geodésicas, Universidade federal do Paraná, Curitiba, 2003.

SILVA, A.S., **Optimisation of surveying monitoring networks** PhD Thesis Institute of Surveying and space Geodesy, University of Nottingham UK, 1997.