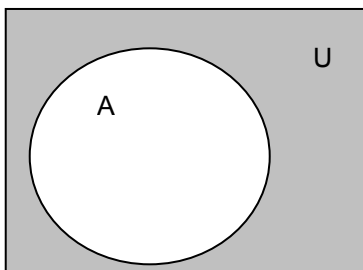


Problemas con Conjuntos

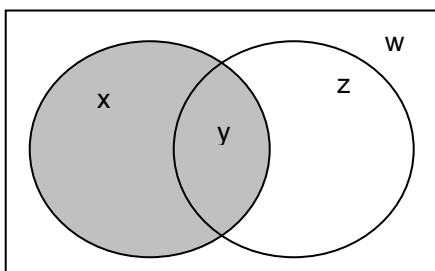
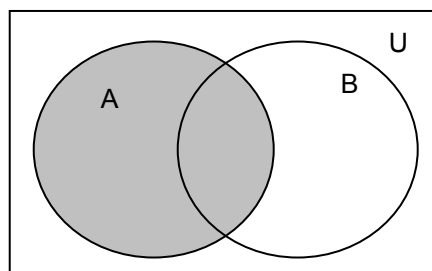
Para resolver este tipo de ejercicios lo importante es comprender los conceptos básicos y entender los procedimientos y enunciados.



Vamos a identificar los componentes de la figura mostrada: Pertenecen a A aquellos elementos que están dentro del círculo (área blanca). No pertenecen a A aquellos que están fuera del círculo pero dentro del rectángulo (área gris). La suma de ambos componentes nos dará el total de elementos (Universo).

Entendiendo esto ya podemos ir a un segundo nivel.

Ahora analizaremos el siguiente caso: dos conjuntos. Notemos que a pesar de que hay un segundo conjunto superpuesto al primero (tienen elementos comunes), siempre los elementos del conjunto A serán aquellos contenidos dentro del círculo de color gris. No debe interpretarse que es solamente aquella región ubicada a la izquierda del conjunto B, ello llevaría a errores en el desarrollo de los ejercicios.



Consideremos un elemento simbólico dentro de cada región de la figura:

x: pertenece solamente a A

x, y: pertenecen a A

y: pertenece a A y B

y, z: pertenecen a B

z: pertenece solamente a B

w: no pertenece ni a A ni a B, pero forma parte del todo

Entendiendo lo anterior podremos realizar todos los ejercicios relacionados a conjuntos.

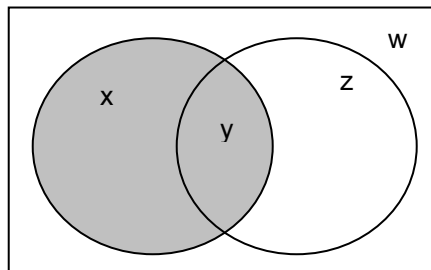
Ejemplo

Del total de 50 alumnos de un salón de clase, 30 juegan fútbol y 30 juegan básquet. Si todos hacen deporte, ¿cuántos alumnos juegan fútbol y básquet simultáneamente?

Primero debemos identificar qué región de la figura corresponde a la pregunta. Como deben practicar los dos deportes simultáneamente, la región que cumple con ello es la "y".

Sea F (fútbol) el conjunto de color gris, B el otro conjunto y U el total de alumnos.

Notemos que como todos practican algún deporte entonces "w" debe ser 0 (cero). Por tanto, si sumamos las tres áreas restantes determinadas por los conjuntos A y B (x, y, z) obtendremos el total de alumnos (50).

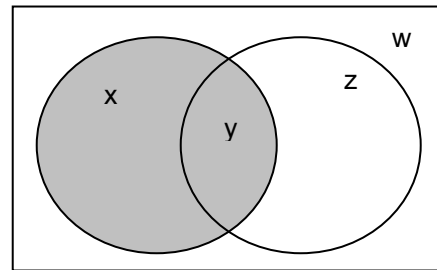


Los alumnos que practican fútbol son 30, es decir, son las áreas correspondientes a "x", "y" ($x+y=30$). Como las tres áreas suman 50 tenemos que: $30 + z = 50$, $z = 20$ (= solamente básquet). Finalmente, como los que practican básquet son 30 (regiones "y", "z"; $y+z=30$) tenemos que: $y + 20 = 30$, $y = 10$ (= los dos deportes simultáneamente).

Ejemplo

Del total de 50 alumnos de un salón de clase, 30 juegan fútbol, 30 juegan básquet y 5 no practican ningún deporte.

- ¿Cuántos alumnos practican solamente básquet?
- ¿Cuántos practican los dos deportes simultáneamente?
- ¿Cuántos practican solamente fútbol?



Utilizaremos la misma figura anterior para resolver el ejercicio. Igualmente, sea F el conjunto de color gris, B el otro conjunto y Universo (el total de alumnos) el rectángulo.

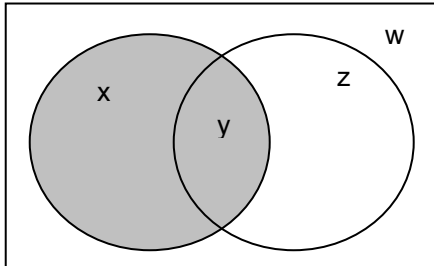
Primero, debemos identificar la región que corresponde a la pregunta:

- Solamente básquet sería “ z ”.
- Practican los dos deportes simultáneamente sería “ y ”.
- Practican solamente fútbol sería “ x ”.
- Ningún deporte sería “ w ”

Como 5 alumnos no practican ningún deporte, entonces $w = 5$. Queda por tanto un total de $50 - 5 = 45$ alumnos que practican deporte. Como 30 alumnos juegan fútbol (región gris, $x+y=30$) tendremos que: región gris + $z = 45$, $30 + z = 45$, $z = 15$ (= solamente básquet). Como 30 alumnos practican básquet tenemos que: $y + 15 = 30$, $y = 15$ (= los dos deportes). Finalmente, como 30 alumnos practican fútbol: $30 = x + 15$, $x = 15$ (= solamente fútbol).

Ejemplo

Del total de 70 alumnos inscritos en cursos de nivelación, 30 llevan matemáticas y 50 llevan literatura.



- ¿Cuántos alumnos llevan solamente matemática?
- ¿Cuántos practican los dos cursos simultáneamente?
- ¿Cuántos llevan solamente literatura?

Utilizaremos la misma figura anterior para resolver el ejercicio. Igualmente, sea M el conjunto de color gris, L el otro conjunto y Universo (el total de alumnos) el rectángulo.

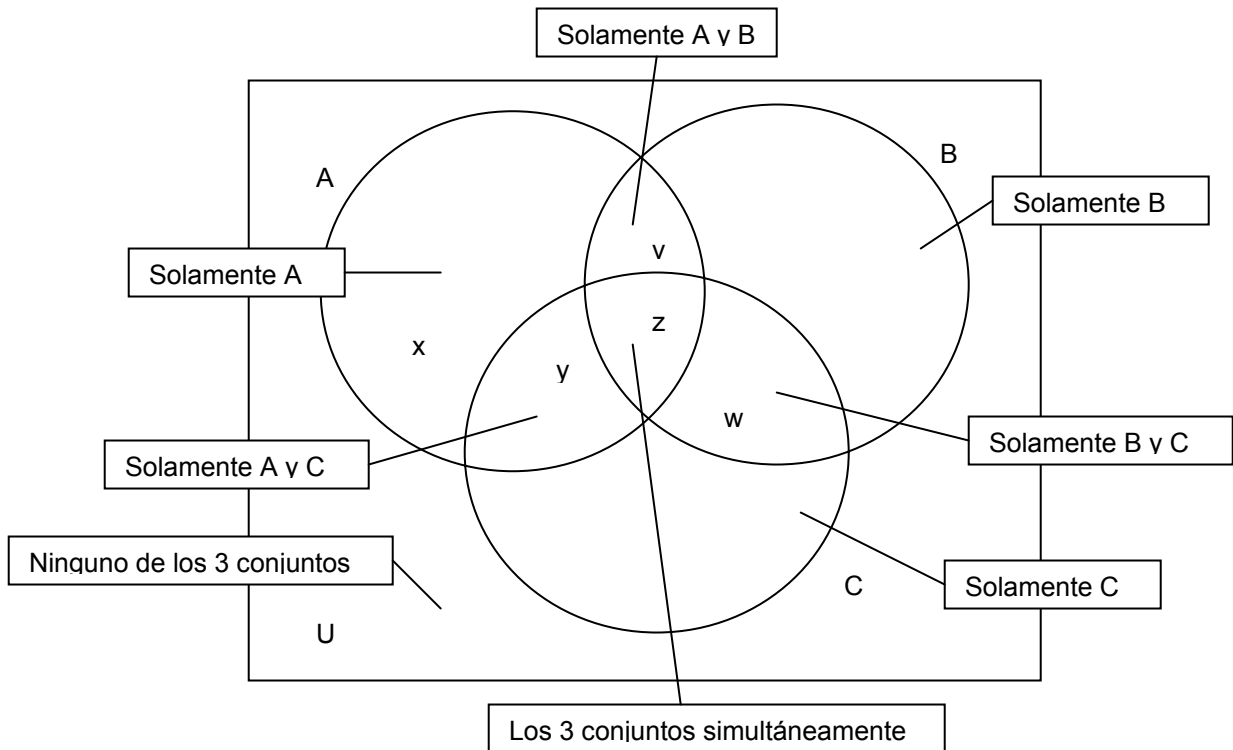
Primero, debemos identificar la región que corresponde a la pregunta:

- Solamente matemática sería “ x ”.
- Llevan los dos cursos simultáneamente sería “ y ”.
- Llevan solamente literatura sería “ z ”.

Siendo que los 70 alumnos están inscritos (llevan cursos) entonces $w = 0$. Como 30 alumnos llevan matemática (región gris, $x+y=30$) tendremos que: región gris + $z = 70$, $30 + z = 70$, $z = 40$ (= solamente literatura). Como 50 alumnos llevan literatura ($y+z=50$) tenemos que: $y + 40 = 50$, $y = 10$ (= dos cursos simultáneamente). Finalmente, como 30 alumnos llevan matemática: $30 = x + 10$, $x = 20$ (=solamente matemática).

Notemos que los enunciados pueden cambiar, lo importante es convertir éstos a un “lenguaje” simbólico matemático que sea para nosotros fácil de entender. Es muy importante apoyarse en los gráficos para facilitar el desarrollo e identificar exactamente las regiones que componen tanto el problema como la(s) pregunta(s).

Para el caso de 3 o más conjuntos el proceso es similar, teniendo en cuenta que la intersección de los tres conjuntos es la región de aquellos que pertenecen a estos 3 conjuntos simultáneamente. En el siguiente esquema mostramos el significado de cada región:



“Un elemento pertenece a dos conjuntos” es diferente a “Un elemento pertenece solamente a dos conjuntos”.

Ejemplo

Sean deportes los conjuntos A, B y C. Identificar las siguientes regiones:

- Solamente el deporte A: “x”
- Los deportes A y C simultáneamente: “y” + “z”
- Solamente los deportes A y C: “y”
- Solamente los deportes B y C: “w”
- Los tres deportes: “z”
- Solamente dos deportes: “v” + “y” + “w”.

En este caso (de 3 o más conjuntos) nos daremos cuenta de la importancia de:

- Usar gráficas legibles.
- Ser ordenado en el desarrollo del proceso.
- Identificar plenamente cada región del gráfico.
- Generalmente debemos ir desde el centro del gráfico hacia afuera. Esto significa que debemos usar los datos desde la intersección de los 3 conjuntos (región “z”), continuar con la intersección de conjuntos 2 a 2 (regiones “y”, “v”, “w”) para finalizar en las regiones que son solamente de un conjunto (por ejemplo región “x”).
- Recordar que la suma de todas las regiones debe dar la totalidad de elementos (Universo).
- Podemos apoyarnos en el álgebra para resolver estos problemas. Debe asignarse una variable a cada región y luego plantear las ecuaciones según los datos recibidos.

Ejemplo

Usando el gráfico anterior: 30 practican solamente dos deportes ($y+v+w=30$), 5 solamente A ($x=5$), 15 practican A y B ($v+z=15$), 8 solamente B y C ($w=8$), 4 los tres deportes simultáneamente ($z=4$), etc. Finalmente utilizamos las ecuaciones según convenga. Por ejemplo, tenemos que $v+z=15$, pero $z=4$, entonces $v+4=15$, $v=11$, etc.