El Círculo Trigonométrico

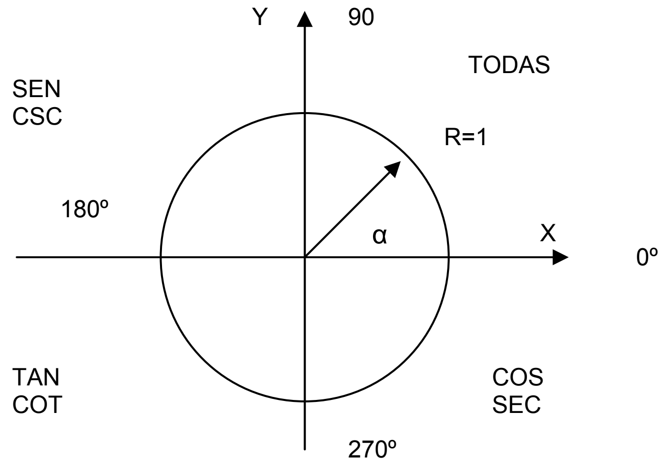
Es aquel cuyo centro está ubicado en la intersección de los ejes coordenados y tiene radio 1.

<u>Cuadrantes</u>

0º - 90º : 1^{er} Cuadrante
90º - 180º : 2^{do} Cuadrante
180º - 270º : 3^{er} Cuadrante
270º - 360º : 4^{to} Cuadrante

<u>Co-funciones</u>

seno COseno
tangente COtangente
secante COsecante



Las coordenadas para los ángulos principales son:

<table>
<tr><th>Ángulo</th><th>X</th><th>Y</th><th>R</th></tr>
<tr><td>0º</td><td>1</td><td>0</td><td rowspan="4">1</td></tr>
<tr><td>90º (π/2)</td><td>0</td><td>1</td></tr>
<tr><td>180º (π)</td><td>-1</td><td>0</td></tr>
<tr><td>270º (3π/2)</td><td>0</td><td>-1</td></tr>
</table>

El Radio R forma un triángulo rectángulo con la vertical y horizontal que parten de su extremo en cualquier punto de la circunferencia. Este radio forma un ángulo α con la horizontal o eje X. En el extremo del radio tendremos las coordenadas (x, y).

Definimos:

Sen α = Y/R
Cos α = X/R
Tan α = Y/X
Cot α = 1 / Tan α = X/Y
Sec α = 1 / Cos α = R/X
Csc α = 1 / Sen α = R/Y

Reemplazando los valores podremos obtener las funciones trigonométricas de esos ángulos.

Ejemplos
Sen 0º = Y/R = 0/1 = 0, Sen 90º = Y/R = 1/1 = 1, cos 180º = X/R = -1/1 = -1.

Otro dato importante son los signos de las funciones trigonométricas. Para ello debemos ver los valores que tienen X e Y en cada cuadrante.

Ejemplo
90º - 180º : 2^{do} Cuadrante
Los valores de Y son positivos (todos están por encima del eje X) y los de X son negativos (todos están a la izquierda del eje Y). Esto significa que todas las funciones que tengan exclusivamente a Y en la función trigonométrica serán positivas (Sen y Csc) mientras que las que tengan a X serán negativas (todas excepto Sen y Csc). Aplicando el mismo criterio podemos conocer en signo de las funciones trigonométricas en cada cuadrante. Las funciones positivas han sido colocadas en la figura anterior, en sus respectivos cuadrantes.

Reducción al Primer Cuadrante

A menudo podemos encontrar expresiones de la forma Sen 135º, Cos 210º, etc.
Deberemos "transformar" aquellas expresiones en otras que sean más familiares o fáciles de operar. Esto se llama reducir al primer cuadrante, es decir, encontrar un "ángulo equivalente" en el primer cuadrante cuyas funciones trigonométricas sean iguales a las pedidas.

Procedimiento

- Identificar en qué Cuadrante está ubicado el ángulo solicitado.
- Verificar el signo que tiene la función trigonométrica en el cuadrante correspondiente. Estos signos deberán respetarse en las funciones trigonométricas del ángulo equivalente.
- Efectuar una suma o resta de ángulos respecto a 90º, 180º, 270º, 360º según sea conveniente. Tomamos estos ángulos de referencia porque sus funciones trigonométricas son conocidas.
- Utilizar las Cofunciones cuando se utilicen de referencia los ángulos de 90º ó 270º.

Ejemplos

Sea el ángulo 135º
135º está ubicado en el segundo cuadrante.
En el segundo cuadrante las funciones Sen y Csc son positivas, las demás son negativas.
Los ángulos de referencia en el segundo cuadrante son 90º y 180º.
Los ángulos equivalentes serían: 135º - 90º= 45º ó 180º - 135º = 45º. En este caso obtenemos el mismo ángulo equivalente.

Por tanto tendremos las siguientes equivalencias:

Sen 135º	Cos 135º	Tan 135º	Cot 135º	Sec 135º	Csc 135º
Sen 45º	- Cos 45º	- Tan 45º	- Cot 45º	- Sec 45º	Csc 45º

Sea el ángulo 210º
210º está ubicado en el tercer cuadrante.
En el tercer cuadrante las funciones Tan y Ctg son positivas, las demás son negativas.
Los ángulos de referencia son 180º y 270º.
Los ángulos equivalentes serían: 210º - 180º = 30º ó 270º - 210º = 60º.

Por tanto tendremos las siguientes equivalencias:

Sen 210º	Cos 210º	Tan 210º	Cot 210º	Sec 210º	Csc 210º
- Cos 60º	- Sen 60º	Cot 60º	Tan 60º	- Csc 60º	- Sec 60º
- Sen 30º	- Cos 30º	Tan 30º	Cot 30º	- Sec 30º	- Csc 30º

Observar que cuando se eligió a 270º como referencia se trabajó con las cofunciones.

Notar también que como en el tercer cuadrante las funciones positivas son Tan y Cot (es decir Tan210º y Cot210º son positivos) deberá respetarse este signo en las funciones equivalentes. Cambia a negativo en las demás funciones.

Ángulo negativo

Deberemos trabajar con un proceso similar al anterior. Por ejemplo, un ángulo de -30º sería equivalente a otro de 360º - 30º = 330º (están ubicados en la misma posición). Aplicamos reducción al primer cuadrante y llegaremos a la siguiente conclusión (para cualquier ángulo α):

Sen (-α)	Cos (-α)	Tan (-α)	Cot (-α)	Sec (-α)	Csc (-α)
- Sen α	Cos α	- Tan α	- Cot α	Sec α	- Csc α

Sen(-100º) = - Sen 100º , Cot(-150º) = - Cot 150º, Sec(-20º) = Sec 20º.