Probabilidad 1[1]
Tarea examen 4. Equipos de 4
Vectores aleatorios discretos. Independencia
Fecha de entrega:Lunes 22 de junio.

Semestre 2009-II

1. Dos dados buenos son lanzados. Encontrar la función de probabilidad conjunta de X y Y cuando:
   a) X es el número más grande de lo obtenido en los dos dados y Y es la suma de lo obtenido en los dos dados.
   b) X es el valor obtenido en el primer dado y Y es el número más grande de lo obtenido en los dos dados.
   c) X es el menor y Y el mayor de los números obtenidos en los dos dados.
   d) Calcular $E(XY)$ con la conjunta obtenida en a).
   e) Calcular $E(X+Y)$ con la conjunta obtenida en b).
   f) Calcular $E(\frac{X}{Y})$ con la conjunta obtenida en c).
   g) Encontrar la función de probabilidad de X y la función de probabilidad de Y en a). Decidir si X y Y son independientes.
   h) Encontrar la función de probabilidad de X y la función de probabilidad de Y en b). Decidir si X y Y son independientes.
   i) Encontrar la función de probabilidad de X y la función de probabilidad de Y en c). Decidir si X y Y son independientes.
2. Supongamos que 3 bolas son escogidas sin reemplazo de una urna que contiene 5 bolas blancas y 8 bolas rojas. Sea X_i igual a 1 si la $i-ésima$ bola seleccionada es blanca, y cero en otro caso. Dar la función de probabilidad conjunta de:
   a) X_1 y X_2
   b) X_1 y X_2 y X_3
3. El experimento de lanzar 2 bolas en cuatro cajas es tal que cada bola tiene igual probabilidad de caer en alguna de ellas. Sea X el número de bolas en la primera caja, Y el número de bolas en la segunda caja, Z el número de bolas en la tercera caja y W el número de bolas en la cuarta caja.
   a) ¿Cuál es la función de probabilidad conjunta de X y Y y Z y W?
   b) ¿Cuál es la función de probabilidad conjunta de X y Z?
   c) Calcular $E(XYZW)$.
   d) Hay independencia entre X y Z?

   Resuelva el ejercicio considerando que las bolas son distinguibles.
4. Supongamos que $X_1, X_2, ..., X_n$ es una sucesión de variables aleatorias independientes idénticamente distribuidas. Encontrar la distribución de $\sum_{i=1}^{n} X_i$ usando la generadora de momentos cuando:
   a) $X_i \sim Blli(p)\ \forall\ i = 1, 2, ..., n$
   b) $X_i \sim Bin(n, p)\ \forall\ i = 1, 2, ..., n$
   c) $X_i \sim Poi(\lambda)\ \forall\ i = 1, 2, ..., n$
   d) $X_i \sim Geo(p)\ \forall\ i = 1, 2, ..., n$

[1]Profesor David Josafat Santana Cobián

5. Una moneda equilibrada es lanzada hasta que aparece cara. Sea X el número de lanzamientos requeridos. Adicionalmente sea Y el resultado al lanzar un dado bueno.

   a) Encontrar la función de probabilidad conjunta si X y Y son independientes.

   b) Calcular la generadora de momentos de $X + Y$.

   c) Calcular la varianza de $X + Y$ usando la generadora.

   d) Calcular la $P(X + Y < 5)$.

   e) Calcular la $P(X + Y > 10)$.

   f) Calcular la $E((X + Y)(X - Y))$.

   Lo siguiente puede ser Investigado en el libro de Ross, A first course in Probability.

6. Investigue y mencione cuál es La Desigualdad de Markov y escriba su demostración.

7. Investigue y mencione cuál es La Desigualdad de Chebyshev y escriba su demostración.

8. Investigue y mencione cuál es La ley débil de los Grandes Números y escriba su demostración. Además diga quién fue el primer matemático que la demostró.

9. Investigue y mencione cuál es El teorema del Límite Central y quién fue el primer matemático que la demostró.

10. Del libro de Ross, A first course in Probability, lea los problemas que vienen al final del capítulo Teoremas límite. Por cada uno de los 4 resultados anteriores, un ejercicio debe ser seleccionado y resuelto usando el resultado respectivo. Por lo tanto seleccione 4 ejercicios de su agrado para resolverlos con los resultados de las preguntas 6, 7, 8 y 9.

Se espera mucho esmero en las preguntas 6-10. Cada ejercicio del 2 al 9 vale un punto y los ejercicios 1 y 10 valen 2 puntos cada uno.

¡¡Suerte!!