

1. En los siguientes incisos demostrar o dar un contraejemplo en caso de que sea falsa la afirmación. Suponga que las probabilidades a la vista son mayores que cero.

- a) Si  $P(A/B) > P(A) \Rightarrow P(B/A) > P(B)$
- b) Si  $P(A) > P(B) \Rightarrow P(A/C) > P(B/C)$
- c) Si A y B son eventos independientes, entonces  $P(A \cap B/C) = P(A/C)P(B/C)$
- d) Si  $P(A/B) = P(B) \Rightarrow A$  y B son independientes
- e) Si  $P(A/B) \geq P(A) \Rightarrow P(B/A) \geq P(B)$
- f) Si  $P(B/A^c) = P(B/A) \Rightarrow A$  y B son independientes
- g) Si  $a = P(A)$  y  $b = P(B) \Rightarrow P(A/B) \geq \frac{a+b-1}{b}$
- h) Si  $P(A) = P(B) \Rightarrow P(A/B) = P(B/A)$
- i) Si  $P(A/B) = P(B/A) \Rightarrow P(A) = P(B)$
- j) Si  $P(A) = P(B) = P(B/A) = \frac{1}{2} \Rightarrow A$  y B son independientes
- k)  $P((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c)) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$
- l) Si  $P(A) > 0 \Rightarrow P(A \cap B/A) \geq P(A \cap B/A \cup B)$
- m) Si  $A_1, A_2, \dots, A_n$  son eventos

$$\text{independientes, } \Rightarrow P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - P(A_i))$$

2. a) Si A y B son independientes y  $P(A) = \frac{1}{2}$ ,  $P(B^c) = \frac{3}{4}$ , encuentre  $P(A \cup B)$

b) Si A y B son independientes y  $P(A) = P(B) = \frac{1}{2}$ , a que es igual

$$P((A \cap B^c) \cup (A^c \cap B))$$

c) De un ejemplo para mostrar que en general

$$P(A/B) + P(A/B^c) = 1 \text{ y } P(A/B) + P(A^c/B^c) = 1 \text{ son falsas.}$$

- 3. Siete botes indistinguibles son distribuidos aleatoriamente en 7 bolsas. Si exactamente dos bolsas quedan vacías, muestre que la probabilidad de una ocupación triple de alguna bolsa es igual a  $\frac{1}{4}$ .
- 4. Un dado A tiene 4 caras rojas y 2 azules, y un dado B tiene 2 rojas y 4 azules. El siguiente juego se lleva a cabo: se lanza una moneda, si sale águila, el jugador continúa lanzando repetidamente el dado A, si cae en la moneda sol, el dado B se lanza repetidamente.
  - a) Muestre que la probabilidad de roja en cualquier lanzamiento es  $\frac{1}{2}$ .
  - b) Si los dos primeros lanzamientos de un dado resultan rojos, ¿cuál es la probabilidad de que el tercer lanzamiento sea rojo?

- c) Si en los primeros  $n$  lanzamientos ha salido rojo, ¿cuál es la probabilidad de que el dado A es el que se está usando?
5. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos uno de una pareja de dados justos caiga con 6 dado que la suma de lo que cayó en ambos es  $i$ ?  $i=1,2,\dots,12$
6. A y B están envueltos en un duelo. Las reglas del duelo son que al mismo tiempo ambos levantarán su pistola y le dispararán al otro. Si uno de ellos o ambos es impactado, el duelo acaba. Si ambos fallaron, repiten el proceso. Supongamos que el resultado de los disparos son independientes y que cada tiro de A impactará a B con probabilidad  $p_A$  y cada tiro de B impactará a A con probabilidad  $p_B$ , calcular
- La probabilidad de que A no sea impactado
  - La probabilidad de que ambos duelistas se impacten
  - La probabilidad de que el duelo acabe después de  $n$  rondas de tiros
  - La probabilidad condicional de que el duelo termine después de  $n$  rondas de tiros dado que A no es impactado
  - La probabilidad condicional de que el duelo termine después de  $n$  rondas de tiros dado que ambos duelistas son impactados

PD: El ejercicio 6 es amplio favorito para venir en el examen!!