Probabilidad 1[1]
Tarea 3 parte uno
Momentos de Variables Aleatorias

Semestre 2009-II

1. Considerar la siguiente función $f(x) = Kx^2 1_{(-K,K)}(x)$.
   a) Encuentra la constante K tal que la anterior sea una función de densidad para una v.a. X continua.
   b) Calcula la esperanza de X.
   c) Calcula la esperanza de X^2.
   d) Calcula la esperanza de e^X.
2. Calcula la esperanza de X con la función de densidad dada en cada inciso.
   a) $f_1(x) = e^{-x} 1_{(0,\infty)}(x)$
   b) $f_2(x) = 2e^{-2x} 1_{(0,\infty)}(x)$
   c) $f(x) = (\theta + 1)f_1(x) - (\theta)f_2(x), 0 < \theta < 1$
3. El experimento de lanzar 2 bolas en cuatro cajas es tal que cada bola tiene igual probabilidad de caer en alguna de ellas. Sea X el número de bolas en la primera caja
   a) ¿Cuál es la función de densidad de probabilidad de X?
   b) Calcular la esperanza.

   Resuelva el ejercicio considerando que las bolas son distinguibles.
4. Una urna (1) contiene 5 bolas blancas y 6 bolas negras, otra urna (2) contiene 8 bolas blancas y 10 bolas negras. Dos bolas son aleatoriamente seleccionadas de la urna (1) y son puestas en la urna (2). Determine la función de distribución acumulativa de X, donde X mide el número de bolas blancas en la muestra seleccionada de la urna (1), y la función de distribución acumulativa de Y, donde Y es el número de bolas blancas en la urna (2) terminado el experimento.
   a) Calcular la esperanza de X y de Y.
   b) Calcular la esperanza de $e^{tX}, t \in R$
5. Una moneda equilibrada es lanzada hasta que aparece cara. Sea X el número de lanzamientos requeridos.
   a) Encontrar la función de probabilidad de X.
   b) Calcular la esperanza de X.
   c) Calcular la varianza de X.
   d) Calcular la función generadora de momentos de X.
6. Sea X una v.a. continua con función de densidad dada por:

$$f_X(t) = |1 - t| \, 1_{[0,2]}(t)$$

   Encontrar la media y varianza de X.
7. Sea X una v.a. con media μ y varianza σ^2. Demostrar que $E\left[(X-b)^2\right]$, como una función de b, es minimizada cuando b=μ.

[1]Profesor David Josafat Santana Cobián