

## **4. MODELOS DE RENTABILIDAD, RIESGO Y LIQUIDEZ DEL FUTURO SOBRE EL BONO NOCIONAL A 10 AÑOS.**

### **4.1. INTRODUCCIÓN.**

### **4.2. RENTABILIDAD.**

#### **4.2.1. SERIES OPERACIÓN A OPERACIÓN.**

#### **4.2.2. SERIES DE CINCO MINUTOS.**

### **4.3. RIESGO.**

### **4.4. LIQUIDEZ.**

### **4.5. CONCLUSIONES.**

### **4.1. INTRODUCCIÓN.**

En el capítulo anterior habíamos presentado el modelo [4.1.1], en el que nuestras variables eran rentabilidad, volatilidad y liquidez, como uno capaz de explicar el comportamiento de estas tres variables referidas al Futuro sobre el Bono Nocional a 10 años.

$$\begin{aligned}dr_t &= \mathbf{a}_r(r_t, \mathbf{s}_t, L_t) \cdot dt \\d\mathbf{s}_t &= \mathbf{a}_s(r_t, \mathbf{s}_t, L_t) \cdot dt \\dL_t &= \mathbf{a}_L(r_t, \mathbf{s}_t, L_t) \cdot dt\end{aligned}\tag{4.1.1}$$

Para poder estudiar estas variables, en el capítulo dos habíamos descrito unas series temporales para los precios de los contratos con vencimientos en marzo, junio,

septiembre y diciembre de 1998. Estas series temporales eran las de los precios del contrato de futuro sobre el bono nocional a 10 años, en frecuencias de cinco minutos y operación a operación, y las series de duraciones de las operaciones. A partir de las series de precios podemos obtener medidas de los rendimientos y de la volatilidad del contrato, mientras que las series de duraciones nos van a permitir estudiar la liquidez.

Para poder estudiar si estas series temporales proceden de sistemas caóticos o no tendremos que usar toda una serie de herramientas de detección de caos que se presentan en el capítulo cinco. Estas herramientas son sensibles a los procesos estocásticos en los que existen dependencias entre las variables. Para evitar que los resultados de ese análisis se vean afectados por estas dependencias la práctica habitual es filtrar previamente la serie utilizando un modelo ARMA<sup>1</sup>, y este es uno de los objetivos de este capítulo.

La serie filtrada, nos proporcionará una serie de residuos incorrelacionados. Si el sistema era caótico, la serie de residuos continuará poseyendo las características del sistema original, mientras que si el sistema era estocástico y hemos eliminado las dependencias, los residuos no serán más que un ruido blanco.

Para estar seguros de que lo que estamos detectando son comportamientos caóticos y no otro tipo de comportamientos de tipo estocástico, y que no necesitan acudir a la explicación caótica, vamos a plantear distintas alternativas de tipo estocástico, siguiendo la misma metodología de análisis que Morales<sup>2</sup>. Los residuos de

---

<sup>1</sup> Brock, 1986; Brock, Dechert y Scheinkmann, 1987; Hsieh, 1991.

<sup>2</sup> Morales, 1993.

los distintos modelos que proponemos en este capítulo tanto para las series de operación a operación como de cinco minutos, serán los que analicemos en el capítulo 5 en busca de indicios de caos.

En un principio, vamos a hacer un análisis exclusivo de los rendimientos del activo. Para ello vamos a utilizar modelos de tipo ARIMA que van a recoger las dependencias lineales que puedan existir en los rendimientos del futuro.

La segunda variable del modelo [4.1.1] es la volatilidad. La forma de incluir dicha variable en nuestro análisis es a través de la familia de modelos tipo GARCH.

Por último analizaremos la liquidez a través de las series de duraciones. Estas dan información sobre liquidez, pues cuanto menor sean los valores, querrá decir que con mayor facilidad se pueden cruzar operaciones.

Sin embargo, tenemos que tener en cuenta que filtrar la serie conlleva un riesgo, pues como señalan Theiler y Eubank<sup>3</sup>, el filtrado de una serie caótica aumenta su complejidad, lo que va a hacer que sea difícilmente distinguible de una serie aleatoria. Por ello también analizaremos las series originales.

---

<sup>3</sup> Theiler y Eubank, 1993.

## 4.2. RENTABILIDAD.

Nuestro primer objetivo es encontrar el mejor modelo lineal posible para explicar el comportamiento de la rentabilidad. Para poder estudiar la rentabilidad vamos a partir de los precios,  $P$ , de tal forma que la tasa instantánea de rentabilidad va a venir definida en la ecuación [4.2.1].

$$r_t = \log P_t - \log P_{t-1} \quad [4.2.1]$$

Para poder hacer inferencia sobre modelos lineales, el primer paso que tenemos que dar es comprobar que la serie con la que trabajamos es estacionaria. Partiendo de la serie de precios, el primer paso es tomar logaritmos, para asegurar que la serie sea estacionaria en varianza. Para lograr que las series sean estacionarias en media habrá que averiguar primero el número de raíces unitarias que posee.

Se dice que una serie  $r_t$  es integrada de orden  $d$ , si diferenciada  $d$  veces tiene una representación ARMA estacionaria e invertible como en [4.2.2].

$$(1-L)^d r_t = \frac{J(L)}{\Phi(L)} e_t \quad [4.2.2]$$

Donde  $L$  es el operador de retardos ( $L r_t = r_{t-1}$ ),  $\varepsilon_t$  es una serie que podemos asimilar a un proceso ruido blanco<sup>4</sup> y  $\vartheta(L)$  y  $\Phi(L)$  son polinomios en el operador de retardos, tal como aparecen en [4.2.3] y [4.2.4].

$$\Phi(L)=1-\Phi_1L-\Phi_2L^2-\dots-\Phi_pL^p \quad [4.2.3]$$

$$\vartheta(L)=1-\vartheta_1L-\vartheta_2L^2-\dots-\vartheta_qL^q \quad [4.2.4]$$

Al polinomio  $\Phi(L)$  se le denomina polinomio autorregresivo (AR) y al  $\vartheta(L)$  polinomio media móvil (MA). A estos polinomios se les exige que cumplan unas condiciones: el polinomio autorregresivo debe ser estacionario y el polinomio media móvil invertible.

Para hacer la serie estacionaria es necesario conocer el número de veces  $d$  a diferenciar, equivalente al número de raíces unitarias. Para identificar el número de éstas en las series analizadas<sup>5</sup> vamos a utilizar los contrastes de Dickey-Fuller<sup>6</sup> y de Phillips Perron<sup>7</sup>.

El contraste de Dickey-Fuller aumentado (ADF) tiene como hipótesis nula que la serie posee una raíz unitaria, mientras que la hipótesis alternativa es que la serie es estacionaria. Para ello partimos del modelo [4.2.5].

---

<sup>4</sup> al proceso estocástico formado por "... una secuencia de variables aleatorias distribuidas idéntica e independientemente con media cero y varianza constante se conoce como *ruido blanco*." (Aznar y Trávez, 1993, p. 29). En nuestro caso vamos a considerar que  $\varepsilon_t$  está incorrelacionado.

<sup>5</sup> Existen muchos otros contrastes, aunque estos dos son los más utilizados. Para un análisis más completo de los distintos contrastes de estacionariedad y raíces unitarias ver Gimeno, Manchado y Mínguez, 1999.

<sup>6</sup> Dickey y Fuller, 1979.

<sup>7</sup> Phillips y Perron, 1988.

$$(1-L)r_t = \mathbf{a} + \mathbf{b}t + \mathbf{d} \cdot r_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \mathbf{f}_j (1-L)r_{t-j} + \mathbf{e}_t \quad [4.2.5]$$

Donde vamos a considerar los casos en los que  $\mathbf{a}$  y  $\mathbf{b}$  valen cero,  $\mathbf{b}$  vale cero pero  $\mathbf{a}$  es no nulo, y por último cuando ambos son no nulos. El sumatorio permite recoger posibles dependencias en retardos superiores, garantizando que no existe correlación serial en  $\mathbf{e}_t$ . En este modelo, si la serie tiene una raíz unitaria, entonces  $\delta = 0$ . Por tanto las hipótesis se expresarán,

$$H_0: \delta = 0 \quad H_1: \delta < 0 \quad [4.2.6]$$

El contraste de Phillips-Perron parte de un modelo autorregresivo en el que las posibles correlaciones no son tratadas directamente aumentando el modelo, sino modificando el estadístico  $t$  del coeficiente  $\delta$ .

$$(1-L)r_t = \mathbf{a} + \mathbf{b}t + \mathbf{d} \cdot r_{t-1} + \mathbf{e}_t \quad [4.2.7]$$

En ambos casos el estadístico  $t$  de  $\delta$  no tiene una distribución normal. MacKinnon<sup>8</sup> proporciona los valores críticos para la elaboración del contraste.

---

<sup>8</sup> MacKinnon, 1991.

#### 4.2.1. SERIES OPERACIÓN A OPERACIÓN.

Para intentar recoger cualquier correlación en retardos superiores, hemos escogido el desfase 36. Para la forma de  $f(t)$  hemos considerado la posibilidad de que fuera tanto una constante, como una tendencia o que valiera cero. Los resultados obtenidos se pueden ver para el caso de las series de rendimientos operación a operación en las tablas [4.2.1] y [4.2.2].

El procedimiento a seguir, tanto con el contraste de Dickey - Fuller como con Phillips - Perron, es partir de la serie de diferencias de logaritmos de precios del futuro para comprobar si esta serie tiene una raíz unitaria. Los resultados se presentan en las tablas 4.2.1 y 4.2.2. Estos resultados nos confirman que esta raíz unitaria no está presente.

Tabla 4.2.1: Contraste de Dickey Fuller aumentado de las series de diferencias de logaritmos (operación a operación)

	$a=b=0$		$b=0$		$a \neq 0$		$a \neq 0$ $b \neq 0$	
	Estadístico	Valor crítico 1%	Estadístico	Valor crítico 1%	Estadístico	Valor crítico 1%	Estadístico	Valor crítico 1%
Bono a 10 años								
Marzo 98	-77.753	-2.566	-77.778	-3.435	-77.784	-3.965		
Junio 98	-70.798	-2.566	-70.800	-3.435	-70.807	-3.965		
Septiembre 98	-66.439	-2.566	-66.463	-3.435	-66.466	-3.965		
Diciembre 98	-67.492	-2.566	-67.495	-3.435	-67.501	-3.965		

Se han considerado 36 retardos. Los valores críticos están tomados siguiendo a MacKinnon<sup>9</sup>

Tabla 4.2.2: Contraste de Phillips-Perron de las series de diferencias de logaritmos (operación a operación)

	$a=b=0$		$b=0$		$a \neq 0$		$a \neq 0$ $b \neq 0$	
	Estadístico	Valor crítico 1%	Estadístico	Valor crítico 1%	Estadístico	Valor crítico 1%	Estadístico	Valor crítico 1%
Bono a 10 años								
Marzo 98	-785033.8	-2.566	-787102.3	-3.435	-789007.5	-3.965		
Junio 98	-882232.2	-2.566	-896634.3	-3.435	-896269.3	-3.965		
Septiembre 98	-924485.5	-2.566	-930736.0	-3.435	-957913.5	-3.965		
Diciembre 98	-418826.2	-2.566	-423770.7	-3.435	-426405.4	-3.965		

Se han considerado 36 retardos. Los valores críticos están tomados siguiendo a MacKinnon<sup>10</sup>

<sup>9</sup> Valores obtenidos con Econometric Views 3.1.

<sup>10</sup> Valores obtenidos con Econometric Views 3.1.

Una vez que sabemos que no es necesario tomar más diferencias, procedemos a comprobar si la serie de logaritmos de precios del futuro necesita esa primera diferencia. Los contrastes sobre presencia de una raíz unitaria en la serie de logaritmos de precios del futuro aparecen en las tablas 4.2.3 y 4.2.4. Estos resultados confirman la presencia de una raíz unitaria, lo que unido a la ausencia de esta raíz unitaria para la serie de diferencia de logaritmos de precios del futuro nos llevan a elegir esta última serie como la adecuada para continuar con nuestro análisis.

Tabla 4.2.3: Contraste de Dickey Fuller aumentado de las series de logaritmos  
(operación a operación)

	$a=b=0$		$b=0 \quad a \neq 0$		$a \neq 0 \quad b \neq 0$	
	Estadístico	Valor crítico 1%	Estadístico	Valor crítico 1%	Estadístico	Valor crítico 1%
Bono a 10 años.						
Marzo 98	1.958	-2.566	-2.725	-3.435	-3.815	-3.965
Junio 98	0.436	-2.566	-1.394	-3.435	-1.330	-3.965
Septiembre 98	1.772	-2.566	-0.230	-3.435	-3.417	-3.965
Diciembre 98	0.669	-2.566	-1.063	-3.435	-1.249	-3.965

Se han considerado 36 retardos. Los valores críticos están tomados siguiendo a MacKinnon<sup>11</sup>

Tabla 4.2.4: Contraste de Phillips Perron de las series de logaritmos  
(operación a operación)

	$a=b=0$		$b=0 \quad a \neq 0$		$a \neq 0 \quad b \neq 0$	
	Estadístico	Valor crítico 1%	Estadístico	Valor crítico 1%	Estadístico	Valor crítico 1%
Bono a 10 años						
Marzo 98	1.882	-2.566	-2.641	-3.435	-3.775	-3.965
Junio 98	0.470	-2.566	-1.409	-3.435	-1.350	-3.965
Septiembre 98	1.793	-2.566	-0.256	-3.435	-3.371	-3.965
Diciembre 98	0.712	-2.566	-1.053	-3.435	-1.229	-3.965

Se han considerado 36 retardos. Los valores críticos están tomados siguiendo a MacKinnon<sup>12</sup>

El siguiente paso es escoger el modelo adecuado para recoger las dependencias lineales que puedan existir en las series. El modelo será uno del tipo ARMA como el de la ecuación [4.2.2]. Tendremos ahora que seleccionar el orden de los polinomios

<sup>11</sup> Valores obtenidos con Econometric Views 3.1.

<sup>12</sup> Valores obtenidos con Econometric Views 3.1.



autorregresivo y de media móvil. Para ello vamos a analizar sus correlogramas y correlogramas parciales. Los resultados pueden observarse en el apéndice del capítulo, en las figuras de la A.1 a la A.4. Lo primero que nos llama la atención son las bandas de confianza que, debido al tamaño de la serie, son muy bajas (están alrededor de 0.002), lo que hace que aunque los coeficientes de correlación sean bajos, son significativos con mucha facilidad. Podemos observar que tanto en los correlogramas, como en los correlogramas parciales hay leyes de formación que determinan el valor de los coeficientes, de lo que deducimos que el mejor modelo va a ser un ARMA (1,1).

Las estimaciones de los modelos ARMA(1,1) se presentan en la tabla 4.2.5.

Tabla 4.2.5: Modelos Estimados sobre series de operación a operación<sup>13</sup>

	$(1-fL)(1-L) \text{Log}(P_t) = (1-qL) e_t$	
Bono Marzo 98	$(1-0.32878 L)(1-L) \text{Log}(P_t) = (1-0.49525 L) e_t$	
	(0.01046)	(0.00962)
Bono Junio 98	$(1-0.30093 L)(1-L) \text{Log}(P_t) = (1-0.46112 L) e_t$	
	(0.01218)	(0.01134)
Bono Septiembre 98	$(1-0.22489 L)(1-L) \text{Log}(P_t) = (1-0.36569 L) e_t$	
	(0.01591)	(0.01519)
Bono Diciembre 98	$(1-0.42662 L)(1-L) \text{Log}(P_t) = (1-0.49219 L) e_t$	
	(0.02665)	(0.02565)

<sup>13</sup> Coeficientes estimados con Econometric Views 3.1. Entre paréntesis, valores de las desviaciones típicas.

En todas las series observamos que los coeficientes son significativos, y los correlogramas simples y parciales de los residuos de estos modelos (figuras de la A.5 a la A.8 del apéndice del capítulo), nos permiten afirmar que están incorrelacionados (con la única salvedad del Bono Diciembre que presenta ciertos coeficientes no explicados por el modelo), lo que confirma que son los modelos ARIMA adecuados para estas series.

En un principio podríamos considerar que los coeficientes obtenidos para la parte media móvil y para la parte autorregresiva son similares y que podrían compensarse unos con otros. Sin embargo, dado que las desviaciones típicas de las estimaciones de esos parámetros son muy bajas, vamos a comprobar que no son estadísticamente iguales y que por tanto no podemos eliminarlos.

La primera consecuencia, es que las series de rendimientos del futuro (diferencias de logaritmos de precios) no siguen un ruido blanco, sino que dependen de su pasado, lo que nos está indicando que el proceso, medido a muy corto plazo, no es eficiente. Las oscilaciones debidas a la microestructura del mercado, están produciendo ineficiencias en la determinación del rendimiento del activo.

#### **4.2.2. SERIES DE CINCO MINUTOS.**

Las series operación a operación que venimos analizando tienen como principal característica que el intervalo temporal no es constante. Si queremos tener observaciones de las series temporales con periodicidad constante, necesitamos extraer la información de las series de operaciones. Las series de cotizaciones diarias se

obtienen utilizando el precio de una sola operación en ese periodo (generalmente la última: el precio de cierre). Nosotros vamos a buscar series con una frecuencia más alta, por lo que nos hemos quedado con la periodicidad de cinco minutos (la primera operación de cada periodo de cinco minutos).

Como hacíamos con las series de operaciones, procedemos a comprobar cuantas son las raíces unitarias presentes en las series. Los resultados aparecen en las tablas de la [4.2.6] a la [4.2.9].

Tabla 4.2.6: Contraste de Dickey Fuller aumentado de las series de diferencias de logaritmos (cinco minutos)

	$a=b=0$		$b=0 \quad a \neq 0$		$a \neq 0 \quad b \neq 0$	
	Estadístico	Valor crítico 1%	Estadístico	Valor crítico 1%	Estadístico	Valor crítico 1%
Bono a 10 años						
Marzo 98	-13.976	-2.566	-13.798	-3.435	-13.865	-3.965
Junio 98	-13.159	-2.566	-13.995	-3.435	-14.023	-3.965
Septiembre 98	-13.647	-2.566	-11.138	-3.435	-11.181	-3.965
Diciembre 98	-11.059	-2.566	-13.767	-3.435	-13.796	-3.965

Se han considerado 36 retardos. Los valores críticos están tomados siguiendo a MacKinnon<sup>14</sup>

Tabla 4.2.7: Contraste de Phillips-Perron de las series de diferencias de logaritmos (cinco minutos)

	$a=b=0$		$b=0 \quad a \neq 0$		$a \neq 0 \quad b \neq 0$	
	Estadístico	Valor crítico 1%	Estadístico	Valor crítico 1%	Estadístico	Valor crítico 1%
Bono a 10 años						
Marzo 98	-34098.0	-2.566	-35022.8	-3.435	-35249.0	-3.965
Junio 98	-49017.3	-2.566	-49094.5	-3.435	-49463.5	-3.965
Septiembre 98	-43834.8	-2.566	-44807.5	-3.435	-45202.7	-3.965
Diciembre 98	-25674.3	-2.566	-25771.7	-3.435	-25870.7	-3.965

Se han considerado 36 retardos. Los valores críticos están tomados siguiendo a MacKinnon<sup>15</sup>

Tabla 4.2.8: Contraste de Dickey Fuller aumentado de las series de logaritmos (cinco minutos)

	$a=b=0$		$b=0 \quad a \neq 0$		$a \neq 0 \quad b \neq 0$	
	Estadístico	Valor crítico 1%	Estadístico	Valor crítico 1%	Estadístico	Valor crítico 1%
Bono a 10 años.						
Marzo 98	1.915	-2.566	-2.654	-3.435	-3.897	-3.965
Junio 98	0.507	-2.566	-1.214	-3.435	-1.175	-3.965
Septiembre 98	2.014	-2.566	0.442	-3.435	-2.901	-3.965
Diciembre 98	0.730	-2.566	-0.869	-3.435	-1.393	-3.965

Se han considerado 36 retardos. Los valores críticos están tomados siguiendo a MacKinnon<sup>16</sup>

<sup>14</sup> Valores obtenidos con Econometric Views 3.1.

<sup>15</sup> Valores obtenidos con Econometric Views 3.1.

<sup>16</sup> Valores obtenidos con Econometric Views 3.1.

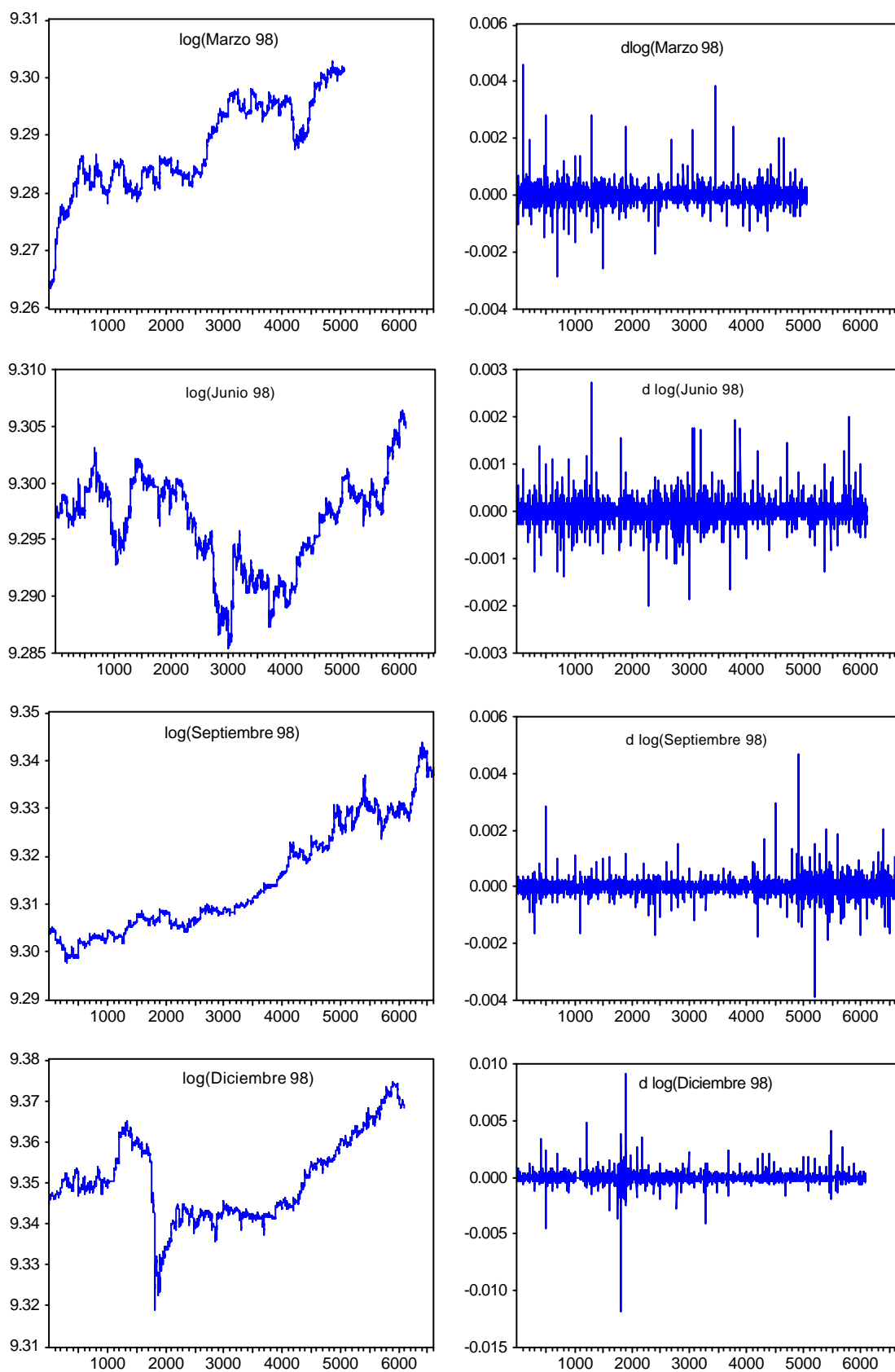


Figura 4.2.1: Logaritmos y diferencia de logaritmos de las series del futuro del Bono a 10 años (cinco minutos)

Tabla 4.2.9: Contraste de Phillips Perron de las series de logaritmos  
(cinco minutos)

	$a=b=0$		$b=0 \quad a \neq 0$		$a \neq 0 \quad b \neq 0$	
	Estadístico	Valor crítico 1%	Estadístico	Valor crítico 1%	Estadístico	Valor crítico 1%
Bono a 10 años						
Marzo 98	1.917	-2.566	-2.425	-3.435	-3.580	-3.965
Junio 98	0.531	-2.566	-1.249	-3.435	-1.211	-3.965
Septiembre 98	2.071	-2.566	0.440	-3.435	-2.861	-3.965
Diciembre 98	0.820	-2.566	-0.928	-3.435	-1.388	-3.965

Se han considerado 36 retardos. Los valores críticos están tomados siguiendo a MacKinnon<sup>17</sup>

En las tablas [4.2.8] y [4.2.9] se observa que una vez tomadas diferencias de logaritmos de precios del futuro, tanto el contraste de Dickey-Fuller aumentado, como el contraste de Phillips-Perron, lleva a rechazar la hipótesis nula de una raíz unitaria para esa diferencia. Con estos resultados pasamos a analizar las series de logaritmos de precios del futuro, y en este caso sí que aceptan ambos la hipótesis nula de raíz unitaria. A la vista de los resultados, podemos considerar que la serie de diferencia de logaritmos de los precios del futuro es la transformación estacionaria y es sobre la que vamos a trabajar, al igual que hacíamos con el caso de las series de operación a operación.

Para las series de operaciones habíamos seleccionado el modelo ARMA en función de la forma de los correlogramas simples y parciales de las series. Para las series de cinco minutos, al ser mucho más pequeñas de tamaño (6600 datos la que más) permiten utilizar métodos de selección que hagan un uso más intensivo de los ordenadores<sup>18</sup>.

<sup>17</sup> Valores obtenidos con Econometric Views 3.1.

<sup>18</sup> El tamaño de la serie es el principal inconveniente para el uso de los criterios de información, como señala Granger, 1998. Los correlogramas de estas series se encuentran en el apéndice del capítulo: figuras de la A.9 a la A.12.

Para la identificación de modelos que ajusten con las series de cinco minutos hemos procedido a la estimación para cada serie de 120 modelos distintos desde un ARMA(0,0) hasta alcanzar el ARMA(10,10) para escoger aquel que minimice el criterio de información Schwarz<sup>19</sup> que aparece en la ecuación [4.2.8].

$$Schwarz = \frac{k \cdot \log T}{T} - \frac{2 \cdot l}{T} \quad [4.2.8]$$

En la ecuación [4.2.8]  $k$  es el número de parámetros,  $T$  es el tamaño de la serie y  $l$  es el logaritmo de la función de verosimilitud del modelo. También se ha evaluado la capacidad de ajuste de cada modelo, comparándola con el valor medio de la serie. Los valores aparecen en las tablas de la 4.2.10 a la 4.2.13.

Existen otros criterios de información como es el caso del criterio de información de Akaike<sup>20</sup>, pero hemos preferido el propuesto por Schwarz por penalizar más la inclusión de nuevos parámetros<sup>21</sup>.

Tabla 4.2.10: Criterio de información de Schwarz para la serie del Bono Marzo 98.<sup>22</sup>

	ma(0)	ma(1)	ma(2)	ma(3)	ma(4)	ma(5)	ma(6)	ma(7)	ma(8)	ma(9)	ma(10)
ar(0)	-16,46998	-16,47142	-16,46995	-16,46827	-16,46672	-16,46505	-16,46347	-16,46186	-16,46064	-16,45916	-16,45844
ar(1)	-16,47154	-16,47119	-16,46965	-16,46796	-16,46633	-16,46467	-16,46310	-16,46144	-16,46021	-16,45866	-16,45820
ar(2)	<b>-16,47320</b>	-16,47246	-16,47080	-16,46921	-16,46774	-16,46607	-16,46480	-16,46306	-16,46140	-16,46186	-16,45925
ar(3)	-16,47231	-16,47068	-16,46903	-16,46751	-16,46742	-16,46419	-16,46379	-16,46270	-16,45967	-16,46060	-16,45817
ar(4)	-16,47066	-16,46897	-16,46730	-16,46752	-16,46606	-16,46452	-16,46391	-16,46147	-16,46081	-16,45918	-16,45752
ar(5)	-16,46883	-16,46734	-16,46561	-16,46672	-16,46616	-16,46580	-16,46422	-16,46057	-16,46075	-16,45999	-16,45875
ar(6)	-16,46708	-16,46556	-16,46384	-16,46728	-16,46535	-16,46266	-16,46059	-16,45980	-16,45911	-16,45864	-16,45782
ar(7)	-16,46535	-16,46377	-16,46298	-16,46344	-16,46112	-16,46220	-16,45946	-16,45820	-16,45658	-16,45672	-16,45654
ar(8)	-16,46392	-16,46238	-16,46282	-16,46171	-16,46035	-16,46080	-16,46132	-16,45650	-16,45982	-16,45838	-16,45500
ar(9)	-16,46282	-16,46236	-16,46084	-16,46014	-16,45930	-16,45984	-16,45849	-16,45680	-16,45872	-16,45595	-16,45427
ar(10)	-16,46181	-16,46063	-16,46030	-16,45915	-16,45768	-16,45936	-16,45767	-16,45598	-16,45622	-16,45433	-16,45248

<sup>19</sup> Schwarz, 1978.

<sup>20</sup> Akaike, 1977.

<sup>21</sup> Para un estudio de los distintos criterios de información: Aznar, 1989.

<sup>22</sup> Valores obtenidos con Econometric Views 3.1.

Tabla 4.2.11: Criterio de información de Schwarz para la serie del Bono Junio 98.<sup>23</sup>

	ma(0)	ma(1)	ma(2)	ma(3)	ma(4)	ma(5)	ma(6)	ma(7)	ma(8)	ma(9)	ma(10)
ar(0)	-16,99557	-16,99426	-16,99298	-16,99210	-16,99068	-16,98926	-16,98807	-16,98690	-16,98609	-16,98485	-16,98373
ar(1)	-16,99413	-16,99315	-16,99218	-16,99119	-16,98983	-16,98872	-16,98784	-16,98656	-16,98530	-16,98388	-16,98245
ar(2)	-16,99386	-16,99261	-16,99140	-16,99013	-16,98870	-16,98730	-16,98658	-16,98536	-16,98440	-16,98300	-16,98185
ar(3)	-16,99280	-16,99138	-16,99038	-16,98898	-16,98759	-16,98610	-16,98555	-16,98423	-16,98320	-16,98186	-16,98081
ar(4)	-16,99125	-16,98989	-16,98880	-16,98746	-16,98611	-16,98583	-16,98501	-16,98312	-16,98252	-16,98130	-16,97947
ar(5)	-16,98994	-16,98852	-16,98719	-16,98650	-16,98480	-16,98405	-16,98376	-16,98251	-16,98120	-16,97979	-16,97880
ar(6)	-16,98862	-16,98817	-16,98697	-16,98554	-16,98451	-16,98328	-16,98240	-16,98065	-16,97925	-16,97784	-16,97768
ar(7)	-16,98741	-16,98671	-16,98610	-16,98681	-16,98300	-16,98193	-16,98061	-16,98011	-16,98044	-16,97709	-16,97666
ar(8)	-16,98640	-16,98533	-16,98487	-16,98351	-16,98213	-16,98081	-16,98011	-16,98061	-16,97654	-16,97565	-16,97522
ar(9)	-16,98532	-16,98393	-16,98313	-16,98213	-16,98070	-16,97876	-16,98029	-16,97732	-16,97464	-16,97597	-16,97538
ar(10)	-16,98407	-16,98278	-16,98194	-16,98031	-16,97979	-16,97843	-16,97758	-16,97555	-16,97693	-16,97746	-16,97428

Tabla 4.2.12: Criterio de información de Schwarz para la serie del Bono Septiembre 98.<sup>24</sup>

	ma(0)	ma(1)	ma(2)	ma(3)	ma(4)	ma(5)	ma(6)	ma(7)	ma(8)	ma(9)	ma(10)
ar(0)	-16,67975	-16,67896	-16,67936	-16,67814	-16,67713	-16,67608	-16,67479	-16,67357	-16,67230	-16,67121	-16,67004
ar(1)	-16,67897	-16,67884	-16,67845	-16,67718	-16,67603	-16,67481	-16,67391	-16,67266	-16,67136	-16,67013	-16,66880
ar(2)	-16,67942	-16,67832	-16,67715	-16,67613	-16,67493	-16,67355	-16,67289	-16,67121	-16,67004	-16,66936	-16,66838
ar(3)	-16,67806	-16,67691	-16,67598	-16,67465	-16,67391	-16,67251	-16,67122	-16,67046	-16,66915	-16,66878	-16,66809
ar(4)	-16,67709	-16,67601	-16,67507	-16,67382	-16,67252	-16,67118	-16,66985	-16,66925	-16,66831	-16,66699	-16,66591
ar(5)	-16,67593	-16,67463	-16,67362	-16,67244	-16,67111	-16,66977	-16,66950	-16,66817	-16,66679	-16,66558	-16,66446
ar(6)	-16,67451	-16,67340	-16,67239	-16,67096	-16,66972	-16,66937	-16,66947	-16,66705	-16,66572	-16,66439	-16,66314
ar(7)	-16,67311	-16,67199	-16,67067	-16,66950	-16,66839	-16,66820	-16,66691	-16,66558	-16,66442	-16,66293	-16,66307
ar(8)	-16,67176	-16,67063	-16,66983	-16,66833	-16,66788	-16,66707	-16,66548	-16,66438	-16,66292	-16,66303	-16,66078
ar(9)	-16,67057	-16,66934	-16,66886	-16,66754	-16,66717	-16,66515	-16,66412	-16,66277	-16,66277	-16,66135	-16,65891
ar(10)	-16,66941	-16,66814	-16,66692	-16,66746	-16,66540	-16,66460	-16,66414	-16,66125	-16,66272	-16,65921	-16,65992

Tabla 4.2.13: Criterio de información de Schwarz para la serie del Bono Diciembre 98.<sup>25</sup>

	ma(0)	ma(1)	ma(2)	ma(3)	ma(4)	ma(5)	ma(6)	ma(7)	ma(8)	ma(9)	ma(10)
ar(0)	-15,58688	-15,58914	-15,58963	-15,58820	-15,58764	-15,58958	-15,58950	-15,58811	-15,58668	-15,58924	-15,59128
ar(1)	-15,58930	-15,58899	-15,58807	-15,58664	-15,58692	-15,59026	-15,58889	-15,58752	-15,58653	-15,58875	-15,59078
ar(2)	-15,58940	-15,58861	-15,58732	-15,58589	-15,59977	-15,58871	-15,58731	-15,58598	-15,58952	-15,59577	-15,59626
ar(3)	-15,58797	-15,58723	-15,58581	-15,58925	-15,59816	-15,59883	-15,59792	-15,59654	-15,59512	-15,59598	-15,59481
ar(4)	-15,58666	-15,58626	-15,59892	-15,59771	-15,58713	-15,59779	-15,59748	-15,59649	-15,59505	-15,59617	-15,59334
ar(5)	-15,58990	-15,59069	-15,58931	-15,59971	-15,59828	-15,59762	-15,59685	-15,59464	-15,59399	-15,59539	-15,59460
ar(6)	-15,59023	-15,58880	-15,59795	-15,59690	-15,59799	-15,59684	-15,59579	-15,59363	-15,59428	-15,59326	-15,59261
ar(7)	-15,58865	-15,58800	-15,59772	-15,59732	-15,59655	-15,59557	-15,59464	-15,59322	-15,59289	-15,59253	-15,59049
ar(8)	-15,58706	-15,58704	-15,59072	-15,59512	-15,59557	-15,59401	-15,59416	-15,59281	-15,59306	-15,59166	-15,59238
ar(9)	-15,58964	-15,58900	-15,59596	-15,59608	-15,59480	-15,59345	-15,59395	-15,59277	-15,59160	-15,59094	-15,59028
ar(10)	-15,59042	-15,59034	-15,59646	-15,59508	-15,59366	-15,59279	-15,59170	-15,59071	-15,59004	-15,58962	-15,58826

Los resultados obtenidos por el criterio de Schwarz nos llevan a seleccionar como modelos para nuestras series los de la tabla 4.2.14.

<sup>23</sup> Valores obtenidos con Econometric Views 3.1.

<sup>24</sup> Valores obtenidos con Econometric Views 3.1.

<sup>25</sup> Valores obtenidos con Econometric Views 3.1.

Tabla 4.2.14: Modelos Estimados sobre series de cinco minutos<sup>26</sup>

	$\Phi_p(L)(1-L)\log(P_t) = \Theta_q(L)e_t$
Bono Marzo 98	$(1+0.05740L+0.01674\cdot L^2)(1-L)\text{Log}(P_t) = e_t$ (0.013988) (0.013985)
Bono Junio 98	$(1-L)\text{Log}(P_t) = e_t$
Bono Septiembre 98	$(1-L)\text{Log}(P_t) = e_t$
Bono Diciembre 98	$(1+0.1905L+0.9664\cdot L^2)(1-L)\text{Log}(P_t) = (1+0.2535L+1.0395\cdot L^2+0.0829\cdot L^3+0.0889\cdot L^4)e_t$ (0.0096) (0.0093) (0.0158) (0.0158) (0.0133) (0.0130)

En los modelos estimados, se observa que los parámetros son significativos, con excepción de la segundo coeficiente del modelo sobre el Bono con vencimiento en Marzo. Esto nos lleva a preferir como modelo, en este caso un AR(1) ([4.2.9]) en vez del AR(2) que seleccionaba el criterio de información de Schwarz.

$$(1+0.055347L)(1-L)\text{Log}(P_t) = e_t \quad [4.2.9]$$

(0.013985)

Observando los correlogramas simples y parciales de los residuos obtenidos con estos modelos, podemos afirmar que están incorrelacionados (figuras de la A.13 a la A.16 del apéndice del capítulo).

De estos resultados, llama la atención el número de parámetros, hasta seis, que necesitamos en el modelo de los rendimientos del Futuro sobre el Bono con vencimiento en diciembre. Teniendo en cuenta que el siguiente vencimiento es el de

<sup>26</sup> Coeficientes estimados con Econometric Views 3.1. Entre paréntesis las desviaciones típicas de las estimaciones.



marzo donde nos hemos quedado con un solo parámetro en la parte autorregresiva, podemos sospechar la presencia de comportamientos anómalos en los resultados obtenidos en el vencimiento de diciembre.

El primer análisis a realizar es una simple inspección de la gráfica de la serie de precios del Bono (figura 4.2.1). Esta figura nos revela la presencia de una fuerte caída en el precio, en la primera mitad de la serie. Un análisis más detallado, nos permite constatar, que el día 8 de octubre de 1998, cruzándose la última operación a 11400, para abrir a las 9 de la mañana a 11265 (figura 4.2.2). Esto supone un rendimiento de  $-0.01191$ , o lo que es lo mismo, 29 veces la desviación típica del proceso. Lo cual es un claro indicio de movimiento anormal.

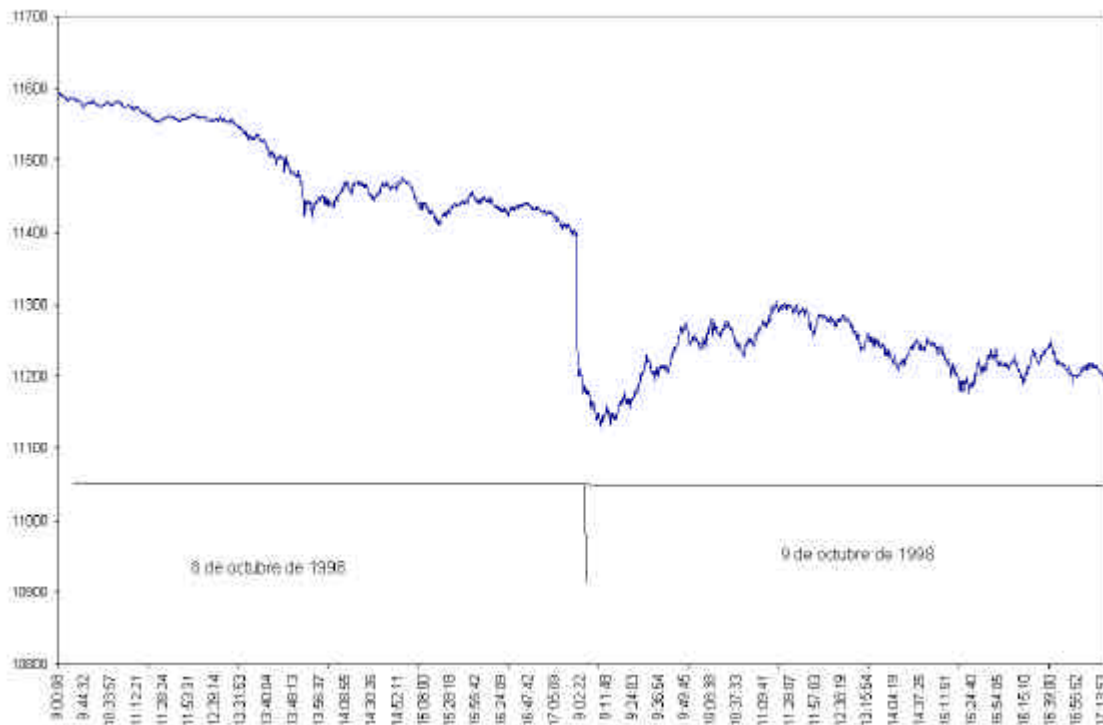


Figura 4.2.2: Precios del Futuro los días 8 y 9 de octubre de 1998.

Para confirmar que estamos en presencia de un movimiento ajeno a la dinámica propia del mercado, procedemos a buscar las posibles causas que justifiquen dicho movimiento en el mercado. Un primer paso nos lleva a la búsqueda de la aparición de posibles datos macroeconómicos que pudieran hacer moverse el mercado. Para comprobar qué datos se publicaron en ese día utilizamos la base de datos *World Economic Releases* de Bloomberg. En ella hemos comprobado que entre la tarde del día 8 y la mañana del día 9 se publicaron distintos datos económicos de México y Brasil, así como el Producto Interior Bruto de Francia, y los índices de precios al consumo de Holanda y Noruega. Ninguno de ellos fue muy distinto del que esperaba el mercado y parecen no justificar el movimiento de los precios del Futuro. Visto lo cual, hemos considerado, la posible presencia de otro tipo de noticia con influencia en el mercado.

Consultados los diarios de información económica de esas fechas se han observado una serie de factores que llevaron al hundimiento de los precios de los mercados de renta fija en todo el mundo el 9 de octubre. La crisis en Iberoamérica había comenzado. El miércoles, 7 de octubre, Alan Greenspan, presidente de la *Federal Reserve*, hizo público un comunicado en el que advertía de la fragilidad del mercado. Los mercados de renta variables comenzaron a caer, caída que pasó el día 8 a los mercados de divisas (el dólar cayó un 10% frente al yen), lo que se trasladó a los mercados de renta fija el día 9<sup>27</sup>.

---

<sup>27</sup> Diario *Expansión*, días 9 y 10 de octubre de 1998.

Dadas las turbulencias ajenas a MEFF que provocan el cambio brusco del precio, hemos procedido a la reestimación de el modelo de diciembre incluyendo en el modelo una variable escalón diferenciada [4.2.10].

$$(1-L)\ln P_t = \mathbf{d} \cdot (1-L)S_{9-10-98} + \frac{J(L)}{\Phi(L)} \mathbf{e}_t \quad [4.2.10]$$

Procedemos a probar qué modelo es el que nos minimiza el criterio de Schwarz que habíamos definido en [4.2.8]. Los resultados obtenidos se encuentran en la tabla 4.2.15.

Tabla 4.2.15: Criterio de información de Schwarz para la serie intervenida del Bono Diciembre 98.<sup>28</sup>

	ma(0)	ma(1)	ma(2)	ma(3)	ma(4)	ma(5)	ma(6)	ma(7)	ma(8)	ma(9)	ma(10)
ar(0)	-42810,81	<b>-42820,00</b>	-42811,49	-42802,89	-42803,28	-42815,35	-42806,87	-42798,99	-42792,21	-42791,56	-42782,90
ar(1)	-42812,88	-42804,55	-42800,94	-42802,35	-42799,11	-42801,00	-42795,48	-42787,78	-42780,57	-42775,91	-42768,46
ar(2)	-42797,70	-42794,23	-42800,01	-42789,54	-42797,02	-42789,13	-42790,40	-42777,61	-42783,02	-42780,56	-42767,19
ar(3)	-42783,10	-42783,73	-42774,01	-42792,91	-42788,27	-42772,39	-42763,75	-42780,47	-42767,54	-42765,96	-42761,86
ar(4)	-42778,45	-42780,35	-42775,22	-42782,14	-42774,60	-42752,36	-42766,16	-42766,06	-42748,68	-42759,50	-42734,32
ar(5)	-42786,23	-42781,30	-42774,74	-42764,96	-42765,35	-42760,03	-42751,64	-42738,92	-42753,80	-42746,79	-42723,37
ar(6)	-42773,47	-42766,78	-42758,37	-42753,50	-42751,57	-42744,99	-42745,99	-42744,98	-42719,17	-42728,33	-42733,10
ar(7)	-42757,98	-42753,94	-42751,57	-42756,50	-42748,15	-42739,54	-42731,40	-42726,71	-42730,56	-42728,11	-42722,44
ar(8)	-42744,01	-42740,52	-42732,82	-42731,58	-42742,84	-42734,93	-42714,28	-42711,10	-42698,67	-42700,98	-42705,13
ar(9)	-42737,04	-42728,94	-42734,73	-42729,28	-42720,60	-42713,38	-42701,49	-42699,22	-42700,41	-42683,11	-42683,25
ar(10)	-42722,58	-42715,96	-42714,83	-42713,15	-42707,85	-42716,26	-42701,95	-42708,18	-42699,47	-42680,23	-42685,40

El modelo propuesto ahora contiene tan sólo un parámetro en el polinomio de medias móviles con lo que el modelo nos queda [4.2.11].

$$(1-L)\text{Log}(P_t) = -0.01229 \cdot (1-L)S_{9-10-98} + (1+0.0438L) \mathbf{e}_t \quad [4.2.11]$$

(0.000382)                      (0.0128)

<sup>28</sup> Cálculos realizados con Winrats 4.0.

### **4.3. RIESGO.**

Podemos definir el riesgo como la incertidumbre respecto a la rentabilidad de un activo. Cuanto más fluctúen los precios de un activo mayor será el riesgo. Para el análisis del riesgo asociado a un activo vamos a comprobar si las volatilidades<sup>29</sup> (la variabilidad de los precios) son predecibles en base a la información previa o no.

En un principio, con el análisis ARIMA hemos eliminado cualquier tipo de dependencia lineal que pueda haber en la serie, lo que puede comprobarse en los correlogramas de las series de residuos. Como ya hemos ido señalando (figuras A.5-A.8 y A.13-A.16 del apéndice).

Sin embargo si elevamos al cuadrado las series de residuos, obtenemos unas nuevas series sobre las que podemos volver a calcular los correlogramas simples y parciales (figuras de la A.17 a la A.24 del apéndice). En las series de operaciones las dependencias vuelven a hacerse evidentes. Ahora la dependencia en vez de lineal es no lineal. Como ya indicamos, los residuos están incorrelacionados, pero esto no implica independencia, pues existe dependencia en los segundos momentos. Se hace posible estudiar las dependencias en las varianzas.

En el caso de las series de cinco minutos, tan sólo la del vencimiento de diciembre parece confirmar lo observado en las series de operaciones. Sin embargo si

---

<sup>29</sup> En Bollerslev, Chou y Kroner, 1992, se puede encontrar una revisión de la literatura sobre análisis de volatilidades de los tipos de interes.

utilizamos los correlogramas del valor absoluto de estas series (figuras de la A.25 a la A.28 del apéndice), sí que se hacen evidente la presencia de pautas no lineales.

El correlograma de los residuos al cuadrado no sólo sirve para contrastar si los residuos son independientes, sino que además se puede utilizar para especificar el tipo de modelo capaz de generar la heteroscedasticidad condicional presente en los datos<sup>30</sup>.

En nuestro caso, comprobamos que las series de residuos efectivamente están incorrelacionadas, pero que en cambio si existe dependencia en los momentos de orden dos.

El análisis de volatilidades se hace modelizando la varianza, que es una medida de volatilidad, mediante los modelos GARCH. Existen multitud de variantes de estos modelos<sup>31</sup>. Para la modelización de los tipos de interés a largo plazo, Bollerslev, Chou y Kroner<sup>32</sup> proponen los modelos GARCH, GARCH-M y EGARCH que son los que nosotros vamos a utilizar.

El punto de partida son los modelos autorregresivos condicionalmente heterocedásticos (ARCH) de Engle<sup>33</sup>. Este tipo de modelización fue generalizado por Bollerslev<sup>34</sup> (GARCH) que es el que representamos con la ecuación [4.3.1]

---

<sup>30</sup> Bollerslev, 1986.

<sup>31</sup> Morales, 1993.

<sup>32</sup> Bollerslev, Chou y Kroner, 1992.

<sup>33</sup> Engle, 1982.

<sup>34</sup> Bollerslev, 1986.

$$(1-L)\ln P_t = \frac{J(L)}{\Phi(L)} \mathbf{e}_t$$

$$\sigma_{\varepsilon_t}^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{\varepsilon_{t-j}}^2 \quad [4.3.1]$$

En [4.3.1]  $\varepsilon_t$  son los residuos del modelo ARIMA tal como lo obteníamos en el apartado anterior. Los modelos de tipo GARCH permiten estudiar la varianza de este residuo en función de su pasado. Dado que la varianza tiene que tomar un valor positivo, es necesario establecer como restricción que los coeficientes  $\alpha$  y  $\beta$  sean no negativos. Los modelos ARCH son un caso particular de este para el caso en que  $p$  sea igual a cero.

En la tablas 4.3.1 y 4.3.2 se presentan las estimaciones obtenidas de los modelos GARCH(1,1) sobre las series operación a operación y de cinco minutos, respectivamente.

Tabla 4.3.1: Modelos GARCH(1,1) estimados sobre series de operación a operación<sup>35</sup>

	$(1-qL)(1-L) \text{Log}(P_t) = (1-fL)e_t$ $\sigma_{\varepsilon_t}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{\varepsilon_{t-1}}^2$
Bono Marzo 98	$(1-0.28962 \cdot L)(1-L) \text{Log}(P_t) = (1-0.49952 \cdot L) e_t$ $(0.00799) \quad (0.00717)$ $\sigma_{\varepsilon_t}^2 = 4.29670e-10 + 0.04452 \cdot \varepsilon_{t-1}^2 + 0.81900 \cdot \sigma_{\varepsilon_{t-1}}^2$ $(1.74634e-12) \quad (1.82621e-4) \quad (6.68304e-4)$
Bono Junio 98	$(1-0.29038 \cdot L)(1-L) \text{Log}(P_t) = (1-0.49025 \cdot L) e_t$ $(0.00808) \quad (0.00709)$ $\sigma_{\varepsilon_t}^2 = 1.81967e-10 + 0.04610 \cdot \varepsilon_{t-1}^2 + 0.88490 \cdot \sigma_{\varepsilon_{t-1}}^2$ $(0.00000) \quad (1.66956e-4) \quad (4.40610e-4)$
Bono Septiembre 98	$(1-0.35677 \cdot L)(1-L) \text{Log}(P_t) = (1-0.48695 \cdot L) e_t$ $(0.01066) \quad (0.01038)$ $\sigma_{\varepsilon_t}^2 = 6.08034e-11 + 0.04489 \cdot \varepsilon_{t-1}^2 + 0.94382 \cdot \sigma_{\varepsilon_{t-1}}^2$ $(0.00000) \quad (1.10201e-4) \quad (9.44670e-5)$
Bono Diciembre 98	$(1-0.24889 \cdot L)(1-L) \text{Log}(P_t) = (1-0.39599 \cdot L) e_t$ $(0.00924) \quad (0.00861)$ $\sigma_{\varepsilon_t}^2 = 9.12470e-010 + 0.12880 \cdot \varepsilon_{t-1}^2 + 0.72776 \cdot \sigma_{\varepsilon_{t-1}}^2$ $(0.00000) \quad (1.25574e-4) \quad (2.01349e-4)$

Tanto para las series de cinco minutos como para las de operaciones, los coeficientes son significativos. Los residuos están incorrelacionados<sup>36</sup>, con la excepción de la de septiembre para la serie de operaciones. También lo están las de los residuos al cuadrado<sup>37</sup> y las de los valores absolutos de las series de cinco minutos<sup>38</sup>.

<sup>35</sup> Coeficientes estimados con Winrats 4.0. Entre paréntesis las desviaciones típicas de las estimaciones.

<sup>36</sup> figuras A.29, A.32, A.35 y A.38 del apéndice para las series operación a operación, y A.41, A.44, A.47 y A.50 para las series de cinco minutos.

<sup>37</sup> figuras A.30, A.33, A.36 y A.39 del apéndice para las series operación a operación, y A.42, A.45, A.48 y A.51 para las series de cinco minutos.

<sup>38</sup> figuras A.31, A.34, A.37 y A.40 del apéndice para las series operación a operación, y A.43, A.46, A.49 y A.52 para las series de cinco minutos.

Tabla 4.3.2: Modelos GARCH(1,1) estimados sobre series de cinco minutos<sup>39</sup>

	$\Phi_p(L)(1-L)\log(P_t) = \Theta_q(L)\mathbf{e}_t$ $\sigma_{\varepsilon_t}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{\varepsilon_{t-1}}^2$
Bono Marzo 98	$(1+0.0388 L)(1-L) \text{Log}(P_t) = \mathbf{e}_t$ $(0.016)$ $\sigma_{\varepsilon_t}^2 = 1.4178\text{e-}8 + 0.4484 \cdot \varepsilon_{t-1}^2 + 0.5244 \cdot \sigma_{\varepsilon_{t-1}}^2$ $(2.6667\text{e-}10) (0.0118) \quad (6.6466\text{e-}3)$
Bono Junio 98	$(1-L) \text{Log}(P_t) = \mathbf{e}_t$ $\sigma_{\varepsilon_t}^2 = 5.71992\text{e-}9 + 0.30337 \cdot \varepsilon_{t-1}^2 + 0.63272 \cdot \sigma_{\varepsilon_{t-1}}^2$ $(1.90239\text{e-}10) (0.00892) \quad (0.00994)$
Bono Septiembre 98	$(1-L) \text{Log}(P_t) = \mathbf{e}_t$ $\sigma_{\varepsilon_t}^2 = 1.24850\text{e-}9 + 0.31904 \cdot \varepsilon_{t-1}^2 + 0.68096 \cdot \sigma_{\varepsilon_{t-1}}^2$ $(4.15802\text{e-}11) (0.00683) \quad (0.00330)$
Bono Diciembre 98	$(1-L) \text{Log}(P_t) = -0.015 \cdot (1-L)S_{9-10-98} + (1+0.0288 L) \mathbf{e}_t$ $(1.4711\text{e-}4) \quad (0.0116)$ $\sigma_{\varepsilon_t}^2 = 4.981\text{e-}9 + 0.23725 \cdot \varepsilon_{t-1}^2 + 0.76275 \cdot \sigma_{\varepsilon_{t-1}}^2$ $(1.0162\text{e-}10) (3.2579\text{e-}3) \quad (2.0446\text{e-}3)$

Para las series de los rendimientos del Futuro de cinco minutos en los vencimientos de septiembre y diciembre se ha contrastado y aceptado la hipótesis de que los coeficientes estimados para **a** y **b**, sumaran uno. La estimación del modelo que incluye dicha restricción es la que aparece en la tabla 4.3.2.

Una posible causa de estos resultados puede ser la presencia de valores anómalos. Es abundante la literatura científica sobre el tema y en concreto sobre las colas largas de las distribuciones de los rendimientos<sup>40</sup>. Tenemos dos alternativas, o

<sup>39</sup> Coeficientes estimados con Winrats 4.0. Entre paréntesis las desviaciones típicas de las estimaciones.

<sup>40</sup> Bollerslev, Chou y Kroner, 1992.



definimos un nuevo modelo capaz de explicar dichos comportamientos anómalos<sup>41</sup>, o bien los consideramos como entrada de información nueva, y por tanto ajena a la dinámica del sistema, y por tanto casos en los que tenemos que intervenir<sup>42</sup>.

Tabla 4.3.3: Número de casos que superan en n-veces la desviación típica ( $s$ ) de la serie de rendimientos (cinco minutos)

	Marzo	Junio	Septiembre	Diciembre
$s^*1$	1093	851	1149	685
$s^*2$	178	243	240	146
$s^*3$	57	104	91	75
$s^*4$	32	55	61	48
$s^*5$	19	26	30	31
$s^*6$	15	19	18	20
$s^*7$	<b>14</b>	<b>12</b>	<b>16</b>	<b>13</b>
$s^*8$	9	10	6	11
$s^*9$	8	5	4	8
$s^*10$	5	1	4	6
$s^*11$	2	1	4	4
$s^*12$	2	1	3	3
$s^*13$	2	1	2	3
$s^*14$	2	0	2	3
$s^*15$	1	0	2	3

En función del tamaño de la serie hemos decidido intervenir todos aquellos rendimientos que superen en 7 veces las desviaciones típicas de las series de rendimientos. Si considerásemos un número más pequeño de veces la desviación típica el número de puntos sería excesivo.

Una vez consideradas las intervenciones de esos casos, vamos a tener los modelos de la tabla 4.3.4.

<sup>41</sup> Una alternativa para su modelización es la inclusión de variables que representen los saltos en las series a través de variables con distribución de Poisson como hacen Andersen, Benzoni y Lund, 1998.

<sup>42</sup> Tal y como comprobamos que sucedía en el contrato de futuro con vencimiento en Diciembre del apartado anterior.

Tabla 4.3.4: Modelos GARCH(1,1) estimados sobre series de cinco minutos con intervenciones<sup>43</sup>

	$\Phi_p(L)(1-L)\log(P_t) = \Theta_q(L)e_t$ $\sigma_{\varepsilon_t}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{\varepsilon_{t-1}}^2$
Bono Marzo 98	$(1+0.0187L)(1-L)\text{Log}(P_t) =$ $(0.0106) \quad \begin{aligned} &+0.00446 \cdot (1-L)S_{101} + 0.00196 \cdot (1-L)S_{201} + \\ &\quad (0.00020) \quad (4.061) \\ &+0.00266 \cdot (1-L)S_{501} - 0.00355 \cdot (1-L)S_{701} + \\ &\quad (0.00069) \quad (0.00014) \\ &+0.00279 \cdot (1-L)S_{1301} - 0.00261 \cdot (1-L)S_{1501} + \\ &\quad (0.0204) \quad (0.0158) \\ &+0.00212 \cdot (1-L)S_{1901} - 0.00205 \cdot (1-L)S_{2401} + \\ &\quad (0.00016) \quad (0.00393) \\ &+0.00195 \cdot (1-L)S_{2701} + 0.00229 \cdot (1-L)S_{3102} + \\ &\quad (0.00061) \quad (0.00026) \\ &+0.00384 \cdot (1-L)S_{3501} + 0.00239 \cdot (1-L)S_{3801} + \\ &\quad (0.00229) \quad (0.00552) \\ &+0.00197 \cdot (1-L)S_{4601} + 0.00203 \cdot (1-L)S_{4701} + \\ &\quad (0.00119) \quad (0.00159) \\ &+ e_t \end{aligned}$ $\sigma_{\varepsilon_t}^2 = 3.143e-9 + 0.1662 \cdot \varepsilon_{t-1}^2 + 0.7841 \cdot \sigma_{\varepsilon_{t-1}}^2$ $(1.3142e-10) \quad (0.00734) \quad (0.00748)$
Bono Junio 98	$(1-L)\text{Log}(P_t) = 0.00275 \cdot (1-L)S_{1301} + 0.00156 \cdot (1-L)S_{1801} +$ $(5.026) \quad (0.0444)$ $-0.00187 \cdot (1-L)S_{2301} - 0.00199 \cdot (1-L)S_{3001} +$ $(0.00009) \quad (0.00091)$ $-0.00571 \cdot (1-L)S_{3069} + 0.00218 \cdot (1-L)S_{3101} +$ $(0.00011) \quad (0.00006)$ $+0.00175 \cdot (1-L)S_{3201} - 0.00141 \cdot (1-L)S_{3701} +$ $(0.0933) \quad (0.00003)$ $+0.00208 \cdot (1-L)S_{3801} + 0.00185 \cdot (1-L)S_{3901} +$ $(0.00007) \quad (0.00009)$ $+0.00175 \cdot (1-L)S_{4701} + 0.00181 \cdot (1-L)S_{5801} +$ $(0.00006) \quad (0.00018)$ $+ e_t$ $\sigma_{\varepsilon_t}^2 = 2.6164e-9 + 0.2913 \cdot \varepsilon_{t-1}^2 + 0.686 \cdot \sigma_{\varepsilon_{t-1}}^2$ $(1.116e-10) \quad (0.0096) \quad (0.00748)$

<sup>43</sup> Coeficientes estimados con Winrats 4.0. Entre paréntesis las desviaciones típicas de las estimaciones.

Bono Septiembre 98	$  \begin{aligned}  (1-L) \text{Log}(X_t) = & -0.00164 \cdot (1-L)S_{302} + 0.00272 \cdot (1-L)S_{501} + \\  & (0.0172) \quad (0.00032) \\  & -0.00137 \cdot (1-L)S_{1101} - 0.00173 \cdot (1-L)S_{2401} + \\  & (0.00006) \quad (0.0121) \\  & -0.00179 \cdot (1-L)S_{4201} + 0.00154 \cdot (1-L)S_{4301} + \\  & (0.8795) \quad (0.00013) \\  & + 0.00296 \cdot (1-L)S_{4501} + 0.00529 \cdot (1-L)S_{4901} + \\  & (0.0113) \quad (0.00010) \\  & - 0.0144 \cdot (1-L)S_{5202} + 0.00251 \cdot (1-L)S_{5401} + \\  & (0.00015) \quad (0.00016) \\  & - 0.00225 \cdot (1-L)S_{5422} - 0.00146 \cdot (1-L)S_{5436} + \\  & (0.00010) \quad (0.00143) \\  & + 0.00217 \cdot (1-L)S_{5601} - 0.00146 \cdot (1-L)S_{6001} + \\  & (0.00007) \quad (0.00016) \\  & + 0.00128 \cdot (1-L)S_{6401} - 0.00174 \cdot (1-L)S_{6501} + \\  & (0.00008) \quad (0.00067) \\  & + e_t \\  \sigma_{\varepsilon_t}^2 = & 2.055\text{e-}9 + 0.2050 \cdot \varepsilon_{t-1}^2 + 0.7348 \cdot \sigma_{\varepsilon_{t-1}}^2 \\  & (7.8331\text{e-}11) \quad (0.0089) \quad (0.0066)  \end{aligned}  $
Bono Diciembre 98	$  \begin{aligned}  (1-L) \text{Log}(P_t) = & 0.00359 \cdot (1-L)S_{401} - 0.00563 \cdot (1-L)S_{501} + \\  & (0.00034) \quad (0.00007) \\  & + 0.00482 \cdot (1-L)S_{1201} - 0.00219 \cdot (1-L)S_{1601} + \\  & (0.0864) \quad (0.00007) \\  & - 0.00357 \cdot (1-L)S_{1760} - 0.0128 \cdot (1-L)S_{1801} + \\  & (0.4515) \quad (0.00043) \\  & - 0.00879 \cdot (1-L)S_{1802} - 0.00152 \cdot (1-L)S_{1803} + \\  & (0.00034) \quad (0.00029) \\  & + 0.00476 \cdot (1-L)S_{1807} + 0.0103 \cdot (1-L)S_{1913} + \\  & (0.00118) \quad (0.00024) \\  & + 0.00308 \cdot (1-L)S_{2201} - 0.00444 \cdot (1-L)S_{3301} + \\  & (0.00007) \quad (0.00017) \\  & + 0.00507 \cdot (1-L)S_{5501} + (1+0.00903 L) e_t \\  & (0.00007) \quad (0.0124) \\  \sigma_{\varepsilon_t}^2 = & 6.39\text{e-}9 + 0.1929 \cdot \varepsilon_{t-1}^2 + 0.7662 \cdot \sigma_{\varepsilon_{t-1}}^2 \\  & (1.7246\text{e-}10) \quad (0.00541) \quad (0.00475)  \end{aligned}  $

En estas estimaciones ya no hay ningún caso en el que los coeficientes de la varianza estimada sumen uno. También podemos comprobar como, tanto el coeficiente autorregresivo de la serie con vencimiento en marzo como el coeficiente media móvil de la serie con vencimiento en diciembre ya no son significativos y que, por tanto,

podemos eliminar. Los nuevos modelos de marzo y diciembre serán los de la tabla 4.3.5.

Tabla 4.3.5: Modelos definitivos de las series de cinco minutos con vencimientos en marzo y diciembre de 1998.

Bono Marzo 98	$(1-L) \text{Log}(P_t) = 0.00484 \cdot (1-L)S_{101} + 0.00184 \cdot (1-L)S_{201} +$ $(0.00013) \quad (0.00069)$ $+ 0.00290 \cdot (1-L)S_{501} - 0.00344 \cdot (1-L)S_{701} +$ $(0.00074) \quad (0.00015)$ $+ 0.00279 \cdot (1-L)S_{1301} - 0.00259 \cdot (1-L)S_{1501} +$ $(0.0294) \quad (0.00301)$ $+ 0.00206 \cdot (1-L)S_{1901} - 0.00205 \cdot (1-L)S_{2401} +$ $(0.00013) \quad (0.5179)$ $+ 0.00194 \cdot (1-L)S_{2701} + 0.00279 \cdot (1-L)S_{3102} +$ $(0.00069) \quad (0.00005)$ $+ 0.00388 \cdot (1-L)S_{3501} + 0.00234 \cdot (1-L)S_{3801} +$ $(0.00089) \quad (0.00102)$ $+ 0.00194 \cdot (1-L)S_{4601} + 0.00197 \cdot (1-L)S_{4701} +$ $(0.00072) \quad (0.00092)$ $+ e_t$ $\sigma_{\varepsilon_t}^2 = 3.249\text{e-}9 + 0.1701 \cdot \varepsilon_{t-1}^2 + 0.7789 \cdot \sigma_{\varepsilon_{t-1}}^2$ $(1.3606\text{e-}10) \quad (0.00742) \quad (0.0076)$
Bono Diciembre 98	$(1-L) \text{Log}(P_t) = 0.00332 \cdot (1-L)S_{401} - 0.00565 \cdot (1-L)S_{501} +$ $(0.00025) \quad (0.00007)$ $+ 0.00489 \cdot (1-L)S_{1201} - 0.00219 \cdot (1-L)S_{1601} +$ $(0.00238) \quad (0.00007)$ $- 0.00358 \cdot (1-L)S_{1760} - 0.0110 \cdot (1-L)S_{1801} +$ $(41.6558) \quad (0.00044)$ $- 0.00879 \cdot (1-L)S_{1802} - 0.00148 \cdot (1-L)S_{1803} +$ $(0.00035) \quad (0.0003)$ $+ 0.00297 \cdot (1-L)S_{1807} + 0.00823 \cdot (1-L)S_{1913} +$ $(0.00128) \quad (0.00024)$ $+ 0.00411 \cdot (1-L)S_{2201} - 0.00363 \cdot (1-L)S_{3301} +$ $(0.00007) \quad (0.00017)$ $+ 0.00507 \cdot (1-L)S_{5501} + e_t$ $(0.00007)$ $\sigma_{\varepsilon_t}^2 = 5.9044\text{e-}9 + 0.1981 \cdot \varepsilon_{t-1}^2 + 0.7679 \cdot \sigma_{\varepsilon_{t-1}}^2$ $(1.5213\text{e-}10) \quad (0.00530) \quad (0.00448)$

Los modelos GARCH-M<sup>44</sup>, como los de [4.3.2], son una versión generalizada de los modelos GARCH, en los que la desviación típica es una variable explicativa más de los rendimientos. Este tipo de modelos permiten recoger distintos comportamientos en la media en función de lo que pase con la varianza. Así podrían darse casos en los que periodos con mayor varianza, y por tanto, mayor riesgos tenderían a compensarse con valores más altos de la media.

$$(1-L) \cdot \ln P_t = \delta_0 \cdot \varepsilon_t + [\vartheta(L)/\Phi(L)] \varepsilon_t$$

$$\sigma_{\varepsilon_t}^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{\varepsilon_{t-j}}^2 \quad [4.3.2]$$

Observando los coeficientes estimados de los modelos sobre las series de rendimientos del Futuro sobre el Bono Nocional a 10 años (operación a operación), vemos que ni los coeficientes ARMA ni los de la varianza han sufrido grandes cambios sobre el modelo GARCH, mientras que el nuevo coeficiente que multiplica a la desviación típica, resulta en todos los casos significativos.

Tal como indicábamos, los modelos GARCH pueden considerarse como un caso particular de los GARCH-M con el coeficiente de la desviación típica,  $\delta_0$ , igual a cero. Esta circunstancia nos permite realizar un contraste de razón de verosimilitud respecto a la restricción de que ese coeficiente vale cero (tabla 4.3.7). Este contraste confirma que el modelo mejora si incluimos la desviación típica dentro de la ecuación sobre la media, por lo que nos quedamos con los modelos GARCH-M.

---

<sup>44</sup> Engle, Lilien y Robins, 1987 y Bollerslev, Engle y Wooldridge, 1988.

Tabla 4.3.6: modelos GARCH-M (1,1) estimados sobre series de operación a operación<sup>45</sup>

	$(1-qL)(1-L) \text{Log}(P_t) = \delta_0 \cdot \mathbf{s}_{et} + (1-fL) \mathbf{e}_t$ $\sigma_{\varepsilon_t}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{\varepsilon_{t-1}}^2$
Bono Marzo 98	$(1-0.30339 \cdot L)(1-L) \text{Log}(P_t) = 0.00569 \cdot \mathbf{s}_{et} + (1-0.50517 \cdot L) \mathbf{e}_t$ $(0.00725) \quad (6.95618\text{e-}4) \quad (0.00688)$ $\sigma_{\varepsilon_t}^2 = 1.04052\text{e-}10 + 0.03313 \cdot \varepsilon_{t-1}^2 + 0.93744 \cdot \sigma_{\varepsilon_{t-1}}^2$ $(0.00000) \quad (9.65349\text{e-}5) \quad (1.66618\text{e-}4)$
Bono Junio 98	$(1-0.29046 \cdot L)(1-L) \text{Log}(P_t) = 0.00285 \cdot \mathbf{s}_{et} + (1-0.49039 \cdot L) \mathbf{e}_t$ $(0.00807) \quad (8.91897\text{e-}4) \quad (0.00708)$ $\sigma_{\varepsilon_t}^2 = 1.82752\text{e-}10 + 0.04628 \cdot \varepsilon_{t-1}^2 + 0.88442 \cdot \sigma_{\varepsilon_{t-1}}^2$ $(0.000) \quad (1.68416\text{e-}4) \quad (4.42004\text{e-}4)$
Bono Septiembre 98	$(1-0.35762 \cdot L)(1-L) \text{Log}(P_t) = 0.00377 \cdot \mathbf{s}_{et} + (1-0.48786 \cdot L) \mathbf{e}_t$ $(0.01076) \quad (7.35650\text{e-}4) \quad (0.01056)$ $\sigma_{\varepsilon_t}^2 = 6.08072\text{e-}11 + 0.04490 \cdot \varepsilon_{t-1}^2 + 0.94381 \cdot \sigma_{\varepsilon_{t-1}}^2$ $(0.000) \quad (1.13409\text{e-}4) \quad (9.58521\text{e-}5)$
Bono Diciembre 98	$(1-0.25370 \cdot L)(1-L) \text{Log}(P_t) = 0.01216 \cdot \mathbf{s}_{et} + (1-0.40159 \cdot L) \mathbf{e}_t$ $(0.00903) \quad (5.90851\text{e-}4) \quad (0.00836)$ $\sigma_{\varepsilon_t}^2 = 8.99021\text{e-}10 + 0.12841 \cdot \varepsilon_{t-1}^2 + 0.73064 \cdot \sigma_{\varepsilon_{t-1}}^2$ $(0.00000) \quad (1.39677\text{e-}4) \quad (2.47990\text{e-}4)$

Tabla 4.3.7: Contraste de razón de verosimilitud del modelo Garch-m sobre el modelo Garch para la serie de rendimientos del futuro sobre el bono a 10 años, operación a operación.

		Marzo	Junio	Septiembre	Diciembre
Logaritmo de la función de verosimilitud	Garch	1.732.443	1.509.072	1.339.901	1.350.497
	Garch-M	1.733.545	1.509.075	1.339.905	1.350.523
Contraste de Razón de verosimilitud		2205.2985	5.5974	8.8584	52.1595
Probabilidad		0	0.01799	0.00292	0

En los modelos sobre las series de rendimientos de cinco minutos del Futuro sobre el Bono Nocional a 10 años (tabla 4.3.8) tan solo en el caso del vencimiento de diciembre del 98 encontramos significativa la desviación típica como explicación de los rendimientos del Futuro. Para los otros tres vencimientos, en consecuencia, nos

<sup>45</sup> Coeficientes estimados con Winrats 4.0. Entre paréntesis las desviaciones típicas de las estimaciones.

quedamos con los modelos GARCH de las tablas 4.3.4 y 4.3.5. Estos resultados contrastan con los que obteníamos con las series operación a operación.

Tabla 4.3.8: Modelos GARCH-M (1,1) estimados sobre series de cinco minutos<sup>46</sup>

	$\Phi_p(L)(1-L) \text{Log}(P_t) = \delta_0 \cdot \mathbf{S}_{\text{et}} + \Theta_q(L) \mathbf{e}_t$ $\sigma_{\varepsilon_t}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{\varepsilon_{t-1}}^2$
Bono Marzo 98	$(1-L) \text{Log}(P_t) = 0.00267 \cdot \mathbf{S}_{\text{et}} +$ $(0.0139)$ $0.00484 \cdot (1-L)S_{101} + 0.00195 \cdot (1-L)S_{201} +$ $(0.00013) \quad (0.00816)$ $+ 0.00301 \cdot (1-L)S_{501} - 0.00342 \cdot (1-L)S_{701} +$ $(0.00039) \quad (0.00016)$ $+ 0.00278 \cdot (1-L)S_{1301} - 0.00262 \cdot (1-L)S_{1501} +$ $(0.0660) \quad (0.00919)$ $+ 0.00205 \cdot (1-L)S_{1901} - 0.00205 \cdot (1-L)S_{2401} +$ $(0.00013) \quad (0.00482)$ $+ 0.00194 \cdot (1-L)S_{2701} + 0.00239 \cdot (1-L)S_{3102} +$ $(0.0585) \quad (0.00022)$ $+ 0.00385 \cdot (1-L)S_{3501} + 0.00239 \cdot (1-L)S_{3801} +$ $(0.1670) \quad (0.00121)$ $+ 0.00201 \cdot (1-L)S_{4601} + 0.00186 \cdot (1-L)S_{4701} +$ $(0.0218) \quad (0.00028)$ $+ \mathbf{e}_t$ $\sigma_{\varepsilon_t}^2 = 3.1367\text{e-}9 + 0.1706 \cdot \varepsilon_{t-1}^2 + 0.7809 \cdot \sigma_{\varepsilon_{t-1}}^2$ $(1.3039\text{e-}10) \quad (0.0075) \quad (0.0076)$
Bono Junio 98	$(1-L) \text{Log}(P_t) = 0.00137 \cdot \mathbf{S}_{\text{et}} +$ $(0.0101)$ $0.00274 \cdot (1-L)S_{1301} + 0.00155 \cdot (1-L)S_{1801} +$ $(0.0498) \quad (0.2711)$ $- 0.00187 \cdot (1-L)S_{2301} - 0.00197 \cdot (1-L)S_{3001} +$ $(0.00009) \quad (0.00109)$ $- 0.00567 \cdot (1-L)S_{3069} + 0.00218 \cdot (1-L)S_{3101} +$ $(0.00012) \quad (0.00006)$ $+ 0.00174 \cdot (1-L)S_{3201} - 0.00141 \cdot (1-L)S_{3701} +$ $(0.0305) \quad (0.00003)$ $+ 0.00207 \cdot (1-L)S_{3801} + 0.00185 \cdot (1-L)S_{3901} +$ $(0.00007) \quad (0.00008)$ $+ 0.00175 \cdot (1-L)S_{4701} + 0.00180 \cdot (1-L)S_{5801} +$ $(0.00006) \quad (0.00017)$ $+ \mathbf{e}_t$ $\sigma_{\varepsilon_t}^2 = 2.5965\text{e-}9 + 0.2924 \cdot \varepsilon_{t-1}^2 + 0.6862 \cdot \sigma_{\varepsilon_{t-1}}^2$ $(1.1155\text{e-}10) \quad (0.00963) \quad (0.00749)$

<sup>46</sup> Coeficientes estimados con Winrats 4.0. Entre paréntesis las desviaciones típicas de las estimaciones.

Bono Septiembre 98	$(1-L) \text{Log}(P_t) = 0.00261 \cdot \mathbf{s}_{\mathbf{e}t} +$ $(0.00998)$ $-0.00166 \cdot (1-L)S_{302} + 0.00273 \cdot (1-L)S_{501} +$ $(2.4119) \quad (0.00038)$ $-0.00138 \cdot (1-L)S_{1101} - 0.00173 \cdot (1-L)S_{2401} +$ $(0.00006) \quad (0.0207)$ $-0.00179 \cdot (1-L)S_{4201} + 0.00186 \cdot (1-L)S_{4301} +$ $(0.00559) \quad (0.00014)$ $+ 0.00295 \cdot (1-L)S_{4501} + 0.00532 \cdot (1-L)S_{4901} +$ $(0.0136) \quad (0.00011)$ $- 0.0142 \cdot (1-L)S_{5202} + 0.00250 \cdot (1-L)S_{5401} +$ $(0.00015) \quad (0.00015)$ $- 0.00227 \cdot (1-L)S_{5422} - 0.00148 \cdot (1-L)S_{5436} +$ $(0.00010) \quad (0.00169)$ $+ 0.00216 \cdot (1-L)S_{5601} - 0.00147 \cdot (1-L)S_{6001} +$ $(0.00007) \quad (0.00016)$ $+ 0.00139 \cdot (1-L)S_{6401} - 0.00155 \cdot (1-L)S_{6501} +$ $(0.00009) \quad (0.00039)$ $+ \mathbf{e}_t$ $\sigma_{\mathbf{e}_t}^2 = 1.8668\text{e-}9 + 0.2054 \cdot \mathbf{\varepsilon}_{t-1}^2 + 0.7441 \cdot \sigma_{\mathbf{e}_{t-1}}^2$ $(7.234\text{e-}11) \quad (0.00845) \quad (0.00636)$
Bono Diciembre 98	$(1-L) \text{Log}(P_t) = 0.0426 \cdot \mathbf{s}_{\mathbf{e}t} +$ $(0.0102)$ $+ 0.00353 \cdot (1-L)S_{401} - 0.00565 \cdot (1-L)S_{501} +$ $(0.00068) \quad (0.00007)$ $+ 0.00468 \cdot (1-L)S_{1201} - 0.00220 \cdot (1-L)S_{1601} +$ $(0.00115) \quad (0.00007)$ $- 0.00363 \cdot (1-L)S_{1760} - 0.0321 \cdot (1-L)S_{1801} +$ $(15.9145) \quad (0.00010)$ $- 0.00768 \cdot (1-L)S_{1802} - 0.00323 \cdot (1-L)S_{1803} +$ $(0.2444) \quad (0.2176)$ $+ 0.00360 \cdot (1-L)S_{1807} + 0.00820 \cdot (1-L)S_{1913} +$ $(0.0321) \quad (0.00024)$ $+ 0.00410 \cdot (1-L)S_{2201} - 0.00321 \cdot (1-L)S_{3301} +$ $(0.00007) \quad (0.00010)$ $+ 0.00506 \cdot (1-L)S_{5501} + \mathbf{e}_t$ $(0.00007)$ $\sigma_{\mathbf{e}_t}^2 = 6.2260\text{e-}9 + 0.1887 \cdot \mathbf{\varepsilon}_{t-1}^2 + 0.7697 \cdot \sigma_{\mathbf{e}_{t-1}}^2$ $(1.7506\text{e-}10) \quad (0.00546) \quad (0.00477)$



Los correlogramas nos muestran las mismas características que tenían los de los modelos GARCH(1,1). Los residuos están incorrelacionados<sup>47</sup>, con la excepción de las de junio y septiembre para la serie de operaciones. También lo están las de los residuos al cuadrado<sup>48</sup>. Mientras que en las de los valores absolutos de las series de cinco minutos la del Bono con vencimiento en marzo, parece mantener ciertos coeficientes significativos<sup>49</sup>.

Un último tipo de modelo son los EGARCH<sup>50</sup> como el representado en [4.3.3], en los que las innovaciones no afectan de igual forma a la varianza si son positivos o negativas. Este tipo de modelos proponen un esquema exponencial para la varianza, por lo que no hace falta establecer restricciones al signo de los parámetros.

$$(1-L) \cdot \ln P_t = [\vartheta(L)/\Phi(L)] \varepsilon_t$$

$$\ln \sigma_{\varepsilon_t}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot \left[ \frac{e_{t-1}}{s_{e_{t-1}}} \right] - \lambda \cdot \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{\varepsilon_{t-i}}} - \sqrt{\frac{2}{p}} + \beta_1 \cdot \ln \sigma_{\varepsilon_{t-1}}^2 \quad [4.3.3]$$

En las tablas 4.3.9 y 4.3.10 se presentan los resultados obtenidos en la estimación de los modelos EGARCH. Estamos ante unos modelos en los que los parámetros son en todos los casos significativos. Como habíamos hecho antes pasamos a estudiar los correlogramas de los residuos del modelo, los residuos al cuadrado y el

<sup>47</sup> figuras A.53, A.56, A.59 y A.62 del apéndice para las series operación a operación, y A.65, A.68, A.71 y A.74 para las series de cinco minutos.

<sup>48</sup> figuras A.54, A.57, A.60 y A.63 del apéndice para las series operación a operación, y A.66, A.69, A.72 y A.75 para las series de cinco minutos.

<sup>49</sup> figuras A.55, A.58, A.61 y A.64 del apéndice para las series operación a operación, y A.67, A.70, A.73 y A.76 para las series de cinco minutos.

<sup>50</sup> Nelson, 1991.

valor absoluto de los residuos. En este caso excepto para las series de cinco minutos de junio y septiembre, los residuos parecen estar correlacionados<sup>51</sup>. No lo están las de los residuos al cuadrado<sup>52</sup>, excepto la de operaciones de junio. Mientras que en las de los valores absolutos de las series de cinco minutos tan solo la de cinco minutos con vencimiento en diciembre, parece estar incorrelacionada<sup>53</sup>.

Tabla 4.3.9: Modelos EGARCH (1,1) estimados sobre series operación a operación<sup>54</sup>

	$\Phi_p(L)(1-L) \text{Log}(P_t) = \Theta_q(L) e_t$ $\ln \sigma_{\varepsilon_t}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot \left[ \frac{e_{t-1}}{s_{e_{t-1}}} \right] - \lambda \cdot \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{\varepsilon_{t-i}}} - \sqrt{\frac{2}{p}} + \beta_1 \cdot \ln \sigma_{\varepsilon_{t-1}}^2$			
Bono Marzo 98	(1-0.27064·L)(1-L) Log(P <sub>t</sub> ) = (1-0.46480·L) e <sub>t</sub> (0.00549)	(0.00473)		
	$\ln \sigma_{\varepsilon_t}^2 = -0.4700 + 0.0659 \cdot \left[ \frac{e_{t-1}}{s_{e_{t-1}}} \right] - 0.3910 \cdot \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{\varepsilon_{t-i}}} - \sqrt{\frac{2}{p}} + 0.9750 \cdot \ln \sigma_{\varepsilon_{t-1}}^2$	(0.00168)	(0.00016)	(0.00212) (0.00008)
Bono Junio 98	(1-0.31502·L)(1-L) Log(P <sub>t</sub> ) = (1-0.50453·L) e <sub>t</sub> (0.00691)	(0.00591)		
	$\ln \sigma_{\varepsilon_t}^2 = -0.8924 + 0.0771 \cdot \left[ \frac{e_{t-1}}{s_{e_{t-1}}} \right] - 0.1638 \cdot \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{\varepsilon_{t-i}}} - \sqrt{\frac{2}{p}} + 0.9538 \cdot \ln \sigma_{\varepsilon_{t-1}}^2$	(0.00321)	(0.00018)	(0.00239) (0.00016)
Bono Septiembre 98	(1-0.26809·L)(1-L) Log(P <sub>t</sub> ) = (1-0.39398·L) e <sub>t</sub> (0.00867)	(0.00821)		
	$\ln \sigma_{\varepsilon_t}^2 = -0.4052 + 0.0895 \cdot \left[ \frac{e_{t-1}}{s_{e_{t-1}}} \right] - 0.0831 \cdot \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{\varepsilon_{t-i}}} - \sqrt{\frac{2}{p}} + 0.9778 \cdot \ln \sigma_{\varepsilon_{t-1}}^2$	(0.00106)	(0.00013)	(0.00183) (0.00005)
Bono Diciembre 98	(1+0.9760·L)(1-L) Log(P <sub>t</sub> ) = (1+0.9802·L) e <sub>t</sub> (4.3809e-4)	(3.8406e-4)		
	$\ln \sigma_{\varepsilon_t}^2 = -0.0309 + 0.0529 \cdot \left[ \frac{e_{t-1}}{s_{e_{t-1}}} \right] - 0.4494 \cdot \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{\varepsilon_{t-i}}} - \sqrt{\frac{2}{p}} + 0.9973 \cdot \ln \sigma_{\varepsilon_{t-1}}^2$	(9.1028e-5)	(5.6744e-5)	(1.5922e-3) (5.3828e-6)

<sup>51</sup> figuras A.77, A.80, A.83 y A.86 para operación; A.89, A.92, A.95 y A.98 para cinco minutos.

<sup>52</sup> figuras A.78, A.81, A.84 y A.87 para operación; A.90, A.93, A.96 y A.99 para cinco minutos.

<sup>53</sup> figuras A.79, A.82, A.85 y A.88 para operación; A.91, A.94, A.97 y A.100 para cinco minutos.

<sup>54</sup> Coeficientes estimados con Winrats 4.0. Entre paréntesis las desviaciones típicas de las estimaciones.

Tabla 4.3.10: Modelos EGARCH (1,1) estimados sobre series de cinco minutos<sup>55</sup>

	$\Phi_p(L)(1-L) \text{Log}(P_t) = \Theta_q(L) \mathbf{e}_t$ $\ln \sigma_{\varepsilon_t}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot \left[ \frac{\mathbf{e}_{t-1}}{\sigma_{\varepsilon_{t-1}}} \right] - \lambda \cdot \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{\varepsilon_{t-i}}} - \sqrt{\frac{2}{p}} + \beta_1 \cdot \ln \sigma_{\varepsilon_{t-1}}^2$
Bono Marzo 98	$(1-L) \text{Log}(P_t) = 0.00481 \cdot (1-L)S_{101} + 0.00202 \cdot (1-L)S_{201} +$ $(0.00016) \quad (0.00697)$ $+ 0.00264 \cdot (1-L)S_{501} - 0.00333 \cdot (1-L)S_{701} +$ $(0.00055) \quad (0.00012)$ $+ 0.00271 \cdot (1-L)S_{1301} - 0.00534 \cdot (1-L)S_{1501} +$ $(0.00115) \quad (0.00003)$ $+ 0.00275 \cdot (1-L)S_{1901} - 0.00205 \cdot (1-L)S_{2401} +$ $(0.00011) \quad (0.00054)$ $+ 0.00194 \cdot (1-L)S_{2701} + 0.00230 \cdot (1-L)S_{3102} +$ $(0.00080) \quad (0.00039)$ $+ 0.00386 \cdot (1-L)S_{3501} + 0.00240 \cdot (1-L)S_{3801} +$ $(0.00084) \quad (0.00111)$ $+ 0.00202 \cdot (1-L)S_{4601} + 0.00202 \cdot (1-L)S_{4701} +$ $(0.00078) \quad (0.00060)$ $+ \mathbf{e}_t$ $\ln \sigma_{\varepsilon_t}^2 = -2.4814 + 0.2994 \cdot \left[ \frac{\mathbf{e}_{t-1}}{\sigma_{\varepsilon_{t-1}}} \right] - 0.1851 \cdot \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{\varepsilon_{t-i}}} - \sqrt{\frac{2}{p}} + 0.8520 \cdot \ln \sigma_{\varepsilon_{t-1}}^2$ $(0.1005) \quad (0.0114) \quad (0.0267) \quad (0.0059)$
Bono Junio 98	$(1-L) \text{Log}(P_t) = 0.00187 \cdot (1-L)S_{1301} + 0.00155 \cdot (1-L)S_{1801} +$ $(0.00006) \quad (0.00079)$ $- 0.00184 \cdot (1-L)S_{2301} - 0.00213 \cdot (1-L)S_{3001} +$ $(0.00008) \quad (0.00033)$ $+ 0.00174 \cdot (1-L)S_{3069} + 0.00218 \cdot (1-L)S_{3101} +$ $(0.00197) \quad (0.00007)$ $+ 0.00176 \cdot (1-L)S_{3201} - 0.00191 \cdot (1-L)S_{3701} +$ $(0.00058) \quad (0.00002)$ $+ 0.00185 \cdot (1-L)S_{3801} + 0.00151 \cdot (1-L)S_{3901} +$ $(0.00012) \quad (0.00005)$ $+ 0.00122 \cdot (1-L)S_{4701} + 0.00186 \cdot (1-L)S_{5801} +$ $(0.00007) \quad (0.00025)$ $\mathbf{e}_t$ $\ln \sigma_{\varepsilon_t}^2 = -1.7856 + 0.4042 \cdot \left[ \frac{\mathbf{e}_{t-1}}{\sigma_{\varepsilon_{t-1}}} \right] - 0.09409 \cdot \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{\varepsilon_{t-i}}} - \sqrt{\frac{2}{p}} + 0.8945 \cdot \ln \sigma_{\varepsilon_{t-1}}^2$ $(0.0653) \quad (0.0102) \quad (0.0142) \quad (0.0037)$

<sup>55</sup> Coeficientes estimados con Winrats 4.0. Entre paréntesis las desviaciones típicas de las estimaciones.

Bono Septiembre 98	$  \begin{aligned}  (1-L) \text{Log}(P_t) = & -0.00165 \cdot (1-L)S_{302} + 0.00272 \cdot (1-L)S_{501} + \\  & (0.00101) \quad (0.00028) \\  & -0.00186 \cdot (1-L)S_{1101} - 0.00173 \cdot (1-L)S_{2401} + \\  & (0.00008) \quad (0.00078) \\  & -0.00179 \cdot (1-L)S_{4201} + 0.00184 \cdot (1-L)S_{4301} + \\  & (0.00584) \quad (0.00019) \\  & + 0.00295 \cdot (1-L)S_{4501} + 0.00535 \cdot (1-L)S_{4901} + \\  & (0.00082) \quad (0.00009) \\  & - 0.00465 \cdot (1-L)S_{5202} + 0.00158 \cdot (1-L)S_{5401} + \\  & (0.00030) \quad (0.00012) \\  & - 0.00150 \cdot (1-L)S_{5422} - 0.00133 \cdot (1-L)S_{5436} + \\  & (0.00013) \quad (0.00045) \\  & + 0.00161 \cdot (1-L)S_{5601} - 0.00151 \cdot (1-L)S_{6001} + \\  & (0.00009) \quad (0.00022) \\  & + 0.00109 \cdot (1-L)S_{6401} - 0.00012 \cdot (1-L)S_{6501} + \\  & (0.00075) \quad (0.00039) \\  & + e_t  \end{aligned}  $ $  \ln \sigma_{\varepsilon_t}^2 = -1.4175 + 0.3837 \cdot \left[ \frac{e_{t-1}}{s_{e_{t-1}}} \right] + 0.0146 \cdot \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{\varepsilon_{t-i}}} - \sqrt{\frac{2}{p}} + 0.9150 \cdot \ln \sigma_{\varepsilon_{t-1}}^2  $ $  \begin{aligned}  & (0.0507) \quad (0.0091) \quad (0.0138) \quad (0.0029)  \end{aligned}  $
Bono Diciembre 98	$  \begin{aligned}  (1-L) \text{Log}(P_t) = & 0.00354 \cdot (1-L)S_{401} - 0.00345 \cdot (1-L)S_{501} + \\  & (0.00043) \quad (0.00007) \\  & + 0.00502 \cdot (1-L)S_{1201} - 0.00227 \cdot (1-L)S_{1601} + \\  & (0.00042) \quad (0.00009) \\  & - 0.00464 \cdot (1-L)S_{1760} - 0.00089 \cdot (1-L)S_{1801} + \\  & (0.00077) \quad (0.00013) \\  & - 0.00757 \cdot (1-L)S_{1802} - 0.00386 \cdot (1-L)S_{1803} + \\  & (0.53122) \quad (0.6342) \\  & + 0.00622 \cdot (1-L)S_{1807} + 0.00858 \cdot (1-L)S_{1913} + \\  & (0.00192) \quad (0.00041) \\  & + 0.00326 \cdot (1-L)S_{2201} - 0.00362 \cdot (1-L)S_{3301} + \\  & (0.00012) \quad (0.00018) \\  & + 0.00346 \cdot (1-L)S_{5501} + e_t \\  & (0.00011)  \end{aligned}  $ $  \ln \sigma_{\varepsilon_t}^2 = -1.6344 + 0.2553 \cdot \left[ \frac{e_{t-1}}{s_{e_{t-1}}} \right] + 0.3585 \cdot \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{\varepsilon_{t-i}}} - \sqrt{\frac{2}{p}} + 0.8983 \cdot \ln \sigma_{\varepsilon_{t-1}}^2  $ $  \begin{aligned}  & (0.0343) \quad (0.0057) \quad (0.0160) \quad (0.0021)  \end{aligned}  $

Con el fin de tomar una decisión sobre los modelos explicativos de la volatilidad del Futuro (entre los GARCH-M para las series operación a operación y para el vencimiento de diciembre de la de cinco minutos y los GARCH para el resto por un

lado y los modelos EGARCH por otro) hemos procedido a estimar de nuevo los modelos con el 90% inicial de la serie y a predecir la volatilidad del 10% restante. Los resultados obtenidos aparecen en las figuras 4.3.1 a 4.3.4, donde se comparan las estimaciones de la volatilidad de las series de cinco minutos<sup>56</sup>.

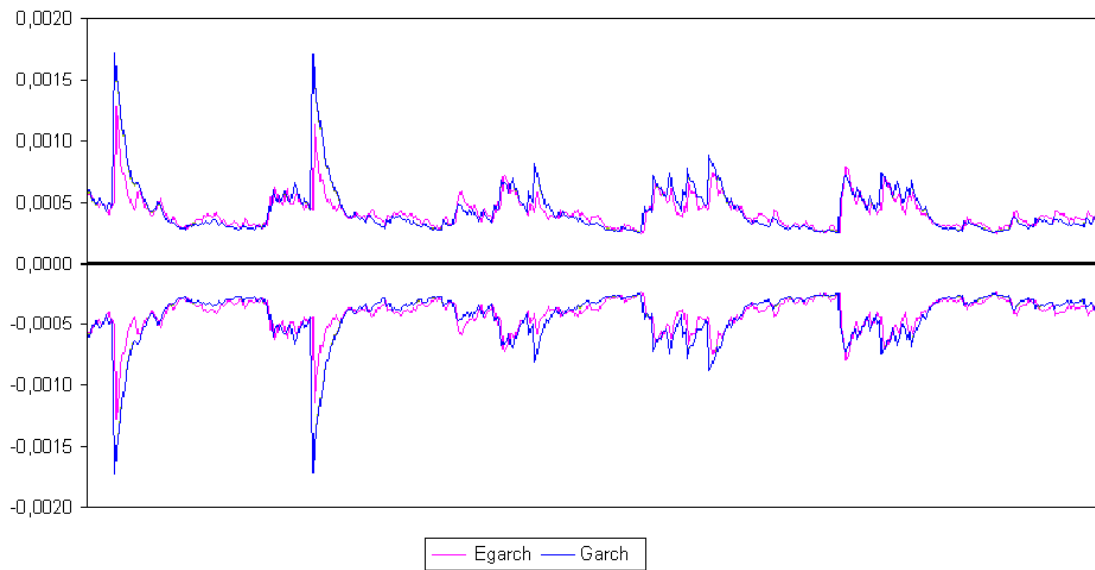


Figura 4.3.1: Predicción del 10% final de la serie de rendimientos del Futuro sobre el Bono Nocional a 10 años con vencimiento a marzo 98 (cinco minutos) con los modelos GARCH y EGARCH estimados con el 90% restante de la serie. Las bandas representan dos veces la desviación típica estimada.

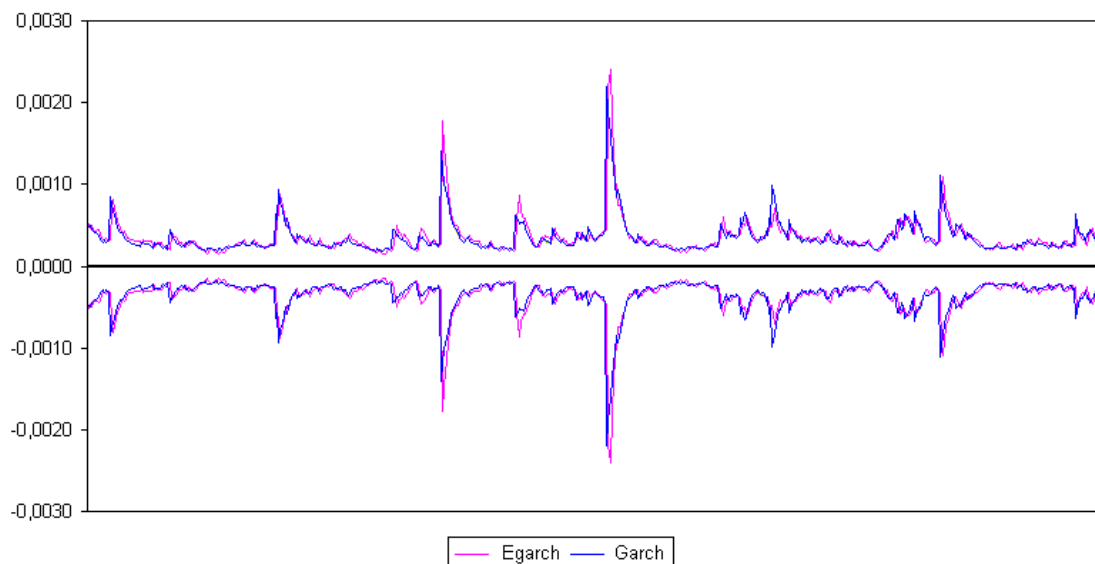


Figura 4.3.2: Predicción del 10% final de la serie de rendimientos del Futuro sobre el Bono Nocional a 10 años con vencimiento a junio 98 (cinco minutos) con los modelos GARCH y EGARCH estimados con el 90% restante de la serie. Las bandas representan dos veces la desviación típica estimada.

<sup>56</sup> Resultados equivalentes se obtienen para las series operación a operación.

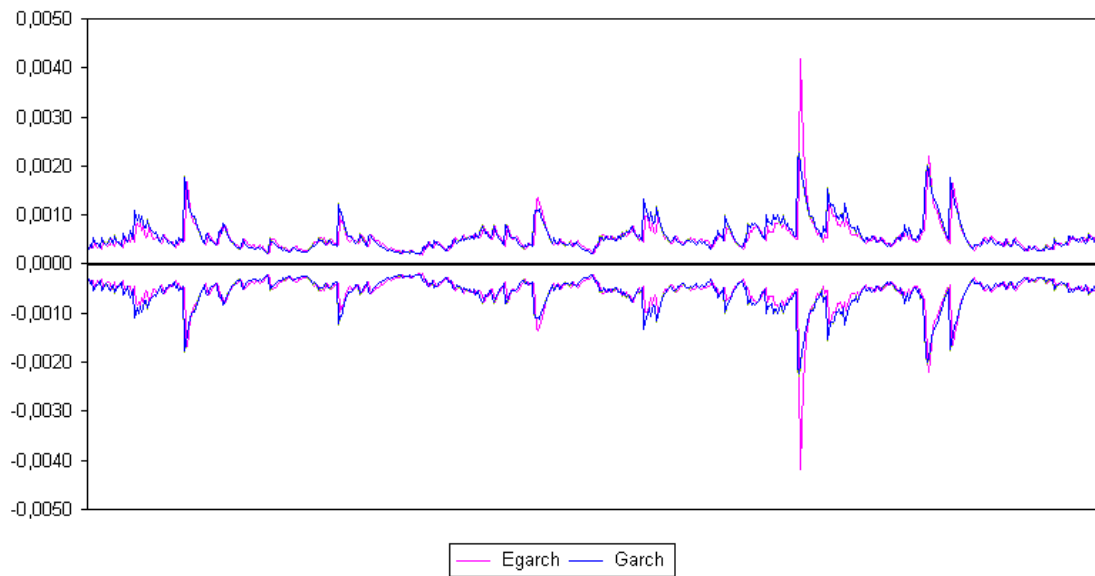


Figura 4.3.3: Predicción del 10% final de la serie de rendimientos del Futuro sobre el Bono Nacional a 10 años con vencimiento a septiembre 98 (cinco minutos) con los modelos GARCH y EGARCH estimados con el 90% restante de la serie. Las bandas representan dos veces la desviación típica estimada.

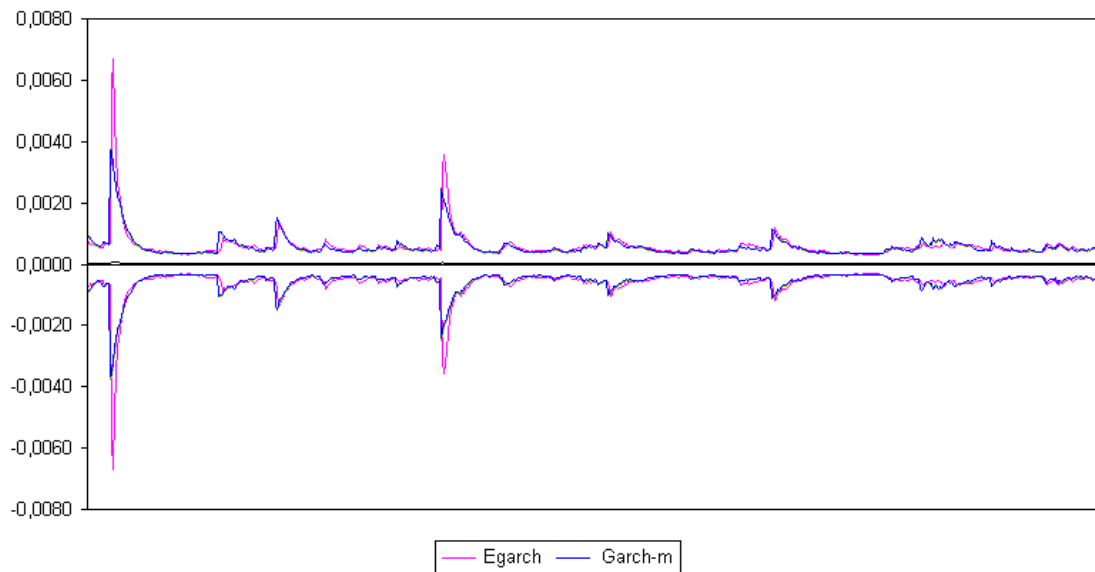


Figura 4.3.4: Predicción del 10% final de la serie de rendimientos del Futuro sobre el Bono Nacional a 10 años con vencimiento a diciembre 98 (cinco minutos) con los modelos GARCH-M y EGARCH estimados con el 90% restante de la serie. Las bandas representan dos veces la desviación típica estimada.

Las diferencias entre los modelos GARCH, GARCH-M y EGARCH son apenas perceptibles en las gráficas y no resulta posible elegir entre ellos. Hemos optado por quedarnos con los dos tipos de modelos y tener así dos series de residuos.

#### 4.4. LIQUIDEZ.

Normalmente, el análisis de series temporales financieras se concentra en el estudio de la rentabilidad y el riesgo del activo medido a través de la volatilidad, dejando a un lado la tercera característica que se tiene en cuenta a la hora de seleccionar una cartera de activos, su liquidez. Se espera que un inversor, a igualdad de rentabilidad y riesgo de dos activos, prefiera aquel que tenga mayor liquidez.

Un activo será menos líquido si para vender ese activo debemos aceptar una mayor rebaja en el precio. Engle y Lange<sup>57</sup> definen la liquidez como la posibilidad de vender un activo sin costes. La liquidez va ir unida a la facilidad para encontrar un comprador para nuestro activo. La necesidad de liquidez hace que la mayoría de los mercados posean la figura del creador del mercado, incluido MEFF.

La forma habitual<sup>58</sup> de analizar la liquidez es a través de la diferencia entre el precio ofrecido de compra y el precio ofrecido de venta en cada momento<sup>59</sup>, de tal modo que si esta diferencia es baja la liquidez es alta y si la diferencia crece, entonces la liquidez disminuye. Una alternativa es estudiar la liquidez a través de los volúmenes. Engle y Lange proponen como medida de liquidez la diferencia entre los volúmenes ofrecidos y demandados<sup>60</sup>.

---

<sup>57</sup> Engle y Lange, 1997.

<sup>58</sup> Jarrow y Subramanian, 1997; Bertsimas y Lo, 1998.

<sup>59</sup> Este concepto es más conocido por su término inglés: *Spread*.

<sup>60</sup> Engle y Lange, 1997.

La información disponible de MEFF no incluye los precios ofrecidos y demandados, ni los volúmenes de dichas ofertas, por lo que no resulta posible la construcción de este tipo de series. Sin embargo, esto no implica que no podamos estudiar la liquidez.

El uso de las series de operaciones en las que hemos tenido que definir el tiempo de operación, para poder tratarlas como una serie temporal más, nos permite obtener información adicional, el momento en que se realiza cada operación. Podemos añadir un último apartado en el que analizamos las series de estos tiempos.

Engle y Russell<sup>61</sup> proponen un nuevo tipo de series. La disposición de series de datos de alta frecuencia de la hora a la que se realiza cada una de las operaciones, permite a Engle y Russell obtener la distancia temporal entre los cambios de precios, a la que llaman duración de precios, medida que utilizan como alternativa para estudiar volatilidades.

De igual manera podemos obtener series de lo que vamos a denominar duración de operaciones. La distancia entre operación y operación nos permite analizar la liquidez del mercado. Esto puede ser útil, por ejemplo, para cuantificar dicha liquidez dependiendo de la hora del día, del día de la semana, o del mes del año.

---

<sup>61</sup> Engle y Russell, 1998.



Para analizar las series de duraciones, Engle y Russell proponen el modelo que denominan ACD<sup>62</sup>, que no es más que un modelo autorregresivo sobre la serie de duraciones. Bauwens y Giot<sup>63</sup>, sin embargo, proponen una versión logarítmica de ese mismo modelo ACD. Este tipo de modelos solo es factible si la serie no presenta valores cero, como las de duraciones de precios que analizan tanto Engle y Russell como Bauwens y Giot. Para series de duración de operaciones, como la nuestra, los valores cero son frecuentes, pues si tenemos una orden por un volumen alto esta se puede concretar en varias operaciones con contrapartidas distintas a la vez, dando origen a varias operaciones en el mismo momento y a duraciones iguales a cero.

A la vista de los correlogramas obtenidos<sup>64</sup> en nuestras series de duraciones de operaciones no parece que encaje bien un modelo de tipo ARIMA. Dado el lento decaimiento de éste parece clara la presencia de memoria a largo plazo, definida ésta como el caso en el que la suma de los coeficientes de la función de autocorrelación ( $\rho(k)$ ) tiende a infinito [4.4.1].

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} \rho(k) = \infty \quad [4.4.1]$$

Para modelizar una serie con memoria a largo plazo se utilizan modelos ARIMA fraccionales<sup>65</sup>. Por el término fraccional nos referimos a que la serie se diferencia un

<sup>62</sup> *Autorregresive Conditional Duration.*

<sup>63</sup> Bauwens y Giot, 1997; Bauwens y Giot, 1999.

<sup>64</sup> figuras A.101 a A.104 del apéndice del capítulo.

<sup>65</sup> Ver Berau, 1994, para un análisis en profundidad de los modelos ARFIMA.

número no entero de veces. Una serie decimos que está integrada  $d$  veces ([4.4.2]) si tomando  $d$  diferencias, la serie obtenida es estacionaria.

$$(1-L)^d X_t \quad [4.4.2]$$

$$(1-L)^d = \sum_{k=0}^d \binom{d}{k} (-1)^k L^k \quad [4.4.3]$$

La diferenciación puede expresarse como en [4.4.3], expresión en la que tenemos un binomio.

$$\binom{d}{k} = \frac{d!}{k!(d-k)!} = \frac{\Gamma(d+1)}{\Gamma(k+1)\Gamma(d-k+1)} \quad [4.4.4]$$

Podemos expresar el binomio a través de funciones Gamma que están definidas para todos los reales([4.4.4]). Si  $d$  es un entero y  $k > d$ , el binomio valdrá cero. Por tanto el concepto de diferenciación de [4.4.3] puede extenderse a cualquier valor real de  $d$  [4.4.5].

$$(1-L)^d = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{d}{k} (-1)^k L^k \quad [4.4.5]$$

Para estimar el exponente por el que vamos a hacer la diferenciación fraccionaria usamos la técnica de la regresión del dominio de frecuencias propuesta por

Geweke y Porter-Hudak<sup>66</sup>. Los resultados obtenidos se presentan en la tabla 4.4.1. Los resultados de esta tabla confirman la presencia de memoria a largo plazo que ya observábamos en los correlogramas.

Tabla 4.4.1: Exponentes obtenidos por el estadístico de Geweke y Porter-Hudak<sup>67</sup>

	Exponente	Desviación típica
Bono Marzo 98	0.29276	0.03093
Bono Junio 98	0.22825	0.03217
Bono Septiembre 98	0.21824	0.03308
Bono Diciembre 98	0.28545	0.03265

El análisis de los coeficientes de Hurst que tratamos en más detalle en el capítulo siguiente nos proporciona un camino alternativo para la obtención de los exponentes a usar para la diferenciación estacionaria. Los resultados están en la tabla 4.4.2. Aunque no son idénticos a los obtenidos por el método de Geweke y Porter-Hudak, si nos confirman la presencia de memoria a largo plazo y los valores de los exponentes situados entre 0.2 y 0.3.

Tabla 4.4.2: Exponentes obtenidos a través del estadístico R/S.

	Exponente	Desviación típica
Bono Marzo 98	0,26216	0,00468
Bono Junio 98	0,27097	0,00371
Bono Septiembre 98	0,28909	0,00430
Bono Diciembre 98	0,28278	0,00462

Las desviaciones típicas se corresponden a las de las regresiones lineales sobre dicho estadístico.<sup>68</sup>

Una vez hemos diferenciado las series de duraciones siguiendo la ecuación [4.4.5], y tomando las estimaciones obtenidas por el método de Geweke y Porter-

<sup>66</sup> Geweke y Porter-Hudak, 1983.

<sup>67</sup> Cálculos realizados con Winrats 4.0.

<sup>68</sup> Cálculo realizado con programa de elaboración propia para MATLAB 4.0.

Hudak, obtenemos unas series cuyos correlogramas<sup>69</sup>, siguen unas posibles leyes de formación tanto en los correlogramas simples como parciales, que nos llevan a pensar de nuevo en la conveniencia de usar modelos ARMA(1,1). La estimación de estos modelos nos lleva a los resultados presentados en la tabla 4.4.3.

Tabla 4.4.3: Modelos ARFIMA estimados sobre series de duraciones<sup>70</sup>

$(1-fL)(1-L)^d X_t = c + (1-qL) e_t$			
Bono Marzo 98	$(1-0.31752 L)(1-L)^{0.29276} X_t = 0.85779 + (1-0.52825 L) e_t$		
	(0.00824)	(0.02524)	(0.00738)
Bono Junio 98	$(1-0.12066 L)(1-L)^{0.22825} X_t = 2.32168 + (1-0.26469 L) e_t$		
	(0.01584)	(0.07306)	(0.01539)
Bono Septiembre 98	$(1-0.29042 L)(1-L)^{0.21824} X_t = 2.39750 + (1-0.42967 L) e_t$		
	(0.01506)	(0.07448)	(0.01421)
Bono Diciembre 98	$(1-0.29745 L)(1-L)^{0.28545} X_t = 1.36899 + (1-0.48418 L) e_t$		
	(0.01068)	(0.04300)	(0.00979)

Los parámetros estimados son en todos los casos significativos. Los correlogramas de los residuos<sup>71</sup>, logran eliminar las dependencias en los primeros retardos, quedando eso si coeficientes significativos para desfases altos.

<sup>69</sup> Figuras A.105 a A.108 del apéndice del capítulo.

<sup>70</sup> Diferenciaciones tomadas con el programa MATLAB 4.0. Estimación de los coeficientes de los modelos realizados con Econometric Views 3.1. Entre paréntesis las desviaciones típicas de las estimaciones.

<sup>71</sup> Figuras A.109 a A.112 del apéndice del capítulo.

#### **4.5. CONCLUSIONES.**

Las conclusiones que podemos sacar de la modelización en el presente capítulo son las siguientes:

1. Se ha comprobado que las tasas instantáneas de rentabilidad definidas en [4.2.1] son estacionarias, tanto para las series operación a operación como para las series de cinco minutos.
2. Las series de rendimientos operación a operación ajustan a un modelo ARMA(1,1), lo que indicaría que el mercado no es eficiente.
3. En las series de cinco minutos una conclusión similar no resulta tan evidente. En dos de los vencimientos, junio y septiembre, podemos comprobar que los rendimientos están incorrelacionados, sin embargo, en los vencimientos de marzo y diciembre si que encontramos un mejor ajuste con modelos ARMA(0,1), si bien en el vencimiento de diciembre tras incluir una variable artificial que recoja una caída en el precio observada el 9 de octubre de 1998.
4. Hemos comprobado que las volatilidades no son constantes en ninguno de los vencimientos estudiados, ni en las series operación a operación ni en las de cinco minutos, lo que nos ha llevado a formular modelos para recoger esa heterocedasticidad siguiendo esquemas autorregresivos.

5. En las series de cinco minutos tres de los vencimientos estudiados, marzo, septiembre y diciembre, presentan modelos integrados en varianza. No obstante, esta característica desaparece cuando en la ecuación de la media se incluye un número reducido de variables artificiales para captar la presencia de rendimientos que disten más de siete veces el valor medio.
6. Para todos los vencimientos de las series operación a operación y para el vencimiento de diciembre de las series de cinco minutos se ha comprobado la influencia de la volatilidad sobre la rentabilidad, por lo que se ha propuesto en estos casos modelos GARCH-M. En tres de los vencimientos analizados, marzo, junio y septiembre de las series de cinco minutos, el modelo es de tipo GARCH.
7. Para completar el análisis de las volatilidades se han utilizado alternativamente modelos EGARCH. A falta de un criterio concluyente para seleccionar un modelo único para la volatilidad nos hemos quedado con los dos tipos de series de residuos para el análisis posterior.
8. Al analizar las series de duraciones se ha comprobado que poseen memoria a largo plazo, por lo que se ha propuesto como modelos explicativos, modelos del tipo ARFIMA.