

## 1. INTRODUCCIÓN.

1.1. ESTADO DE LA CUESTION.

1.2. OBJETIVO.

1.3. DATOS.

1.4. METODOLOGÍA.

### 1.1. ESTADO DE LA CUESTIÓN.

El análisis de series temporales sufrió el empuje necesario para su desarrollo en el trabajo de Box y Jenkins<sup>1</sup>. En éste proponían una metodología de trabajo rigurosa para tratar datos de corte temporal a través de modelos dinámicos. A esta forma de trabajar es a la que se conoce como *metodología Box-Jenkins* o *metodología ARIMA*.

Los modelos ARIMA han logrado un notable éxito en el análisis de múltiples variables económicas reales, pero han fracasado en el estudio de las variables financieras. Los modelos ARIMA no consiguen sino corroborar la hipótesis de que no es posible usar el pasado de un precio de un activo financiero para conocer su futuro. Esta hipótesis fue planteada por Fama<sup>2</sup>, y es a la que se conoce como *Hipótesis de Mercado Eficiente*.

La hipótesis de mercado eficiente nos dice que un mercado será eficiente si el precio de un activo financiero de dicho mercado recoge toda la información conocida

---

<sup>1</sup> Box y Jenkins, 1970.

<sup>2</sup> Fama, 1965.

relevante para su determinación. En un mercado que sea eficiente, lo único que podemos decir sobre el precio futuro de un activo es el precio actual, pues este recogerá toda la información que pueda servir para valorar dicho activo.

Desde el punto de vista de la metodología ARIMA, la hipótesis de mercado eficiente hace que el único modelo que puede aceptarse es aquél que afirma que la serie de rendimientos de un activo financiero sigue un proceso de tipo ruido blanco. Aceptar este modelo es lo mismo que decir que nada vamos a poder predecir sobre él.

La hipótesis de mercado eficiente no ha contado nunca con aceptación unánime, encontrando indicios que van en su contra<sup>3</sup>. Esto ha llevado a la búsqueda de modelos alternativos a los modelos ARIMA, principalmente modelos no lineales.

De estos intentos destacan los modelos ARCH y GARCH<sup>4</sup> desarrollados por Engle y Bollerslev<sup>5</sup>. Este tipo de modelos, apoyándose en la metodología desarrollada por Box y Jenkins para estudiar la media de un proceso estocástico, la extienden al estudio de la varianza.

En un mercado financiero, los rendimientos del activo son muestras de un proceso estocástico, en el que interesa tanto la media condicional como la varianza condicional. Entre los estudios realizados en España sobre los mercados financieros,

---

<sup>3</sup> Lo y Mackinlay, 1987.

<sup>4</sup> *Generalized Autoregressive Conditional Heterokedasticity*.

<sup>5</sup> Engle, 1982; Bollerslev, 1986; Engle, Lilien y Robins 1987; Bollerslev, 1988; Nelson, 1991; Bollerslev, Chou y Kroner, 1992.

podemos destacar el de Morales para los tipos de cambio<sup>6</sup> y Corredor y Santamaría para el IBEX-35<sup>7</sup>.

Otro tipo de modelos surgidos, no como alternativa, sino como generalización no lineal de los modelos ARIMA, son los modelos ARFIMA, propuestos por Granger, Joyeux y Hosking<sup>8</sup>. Los modelos ARFIMA permiten modelizar procesos con dependencias a largo plazo. Para ello aprovechan el concepto de procesos fraccionarios que ya introducían Mandelbrot y Van Ness<sup>9</sup>. Existen múltiples estudios sobre modelización ARFIMA de mercados financieros<sup>10</sup>.

Un planteamiento distinto al de los procesos estocásticos es el que presenta a las series temporales no como originadas por un proceso estocástico, sino como un proceso determinista. El desarrollo de la teoría del caos propiciado en los años 70, gracias a las contribuciones de autores como Ruelle, Takens, Lorenz, Li, Yorke, May, Feigenbaum y el mismo Mandelbrot<sup>11</sup>, proporciona una explicación teórica alternativa para la existencia de sistemas dinámicos con comportamientos irregulares sin necesidad de recurrir a las variables aleatorias.

El paso definitivo de los sistemas dinámicos caóticos teóricos al análisis de series temporales fue propuesto por Packard, Crutchfield, Farmer y Shaw<sup>12</sup>. La idea de

---

<sup>6</sup> Morales, 1993.

<sup>7</sup> Corredor y Santamaría, 1998.

<sup>8</sup> Granger y Joyeux, 1980; Hosking, 1981.

<sup>9</sup> Mandelbrot y Van Ness, 1968.

<sup>10</sup> Lo, 1991; Cheung, 1993; Cheung y Lai-Kon, 1995; Baillie, Chung y Tieslau, 1996.

<sup>11</sup> Lorenz, 1965; Ruelle y Takens, 1971; May, 1974; Li y Yorke, 1975; Feigenbaum, 1979; Mandelbrot, 1982.

<sup>12</sup> Packard, Crutchfield, Farmer y Shaw, 1980.

estos físicos era que todo el sistema dinámico podría estudiarse a través de una sola variable, pues la historia de ésta guardaría información sobre el resto del sistema. Una versión formalizada matemáticamente de dicho concepto se conoce como el teorema de Takens<sup>13</sup>, sobre el que está construido el análisis caótico de las series temporales.

En los años 80 se desarrollan dentro de la física toda una serie de herramientas para diferenciar series temporales aleatorias de series temporales caóticas<sup>14</sup>. Estas herramientas han tenido éxito para detectar comportamientos caóticos en campos tan dispares como la física, la química o la medicina.

La economía no ha sido ajena a la aplicación de la teoría del caos. Economistas como Brock, Scheinkman, Baumol, Benhabib, Hsieh y LeBaron<sup>15</sup> no sólo han introducido la teoría del caos al campo de la economía, sino que se han puesto a la cabeza del desarrollo de nuevas herramientas para el análisis caótico de series temporales<sup>16</sup>.

Básicamente, el desarrollo se ha producido en dos frentes: por un lado se han propuesto toda una serie de nuevos modelos económicos<sup>17</sup> en los que no se procede a linealizar sin más el sistema, sino que se estudia el comportamiento producido por la dinámica del sistema no lineal. Especialmente interesantes son los estudios realizados

---

<sup>13</sup> Takens, 1981.

<sup>14</sup> Grassberger y Procaccia, 1983A; Grassberger y Procaccia, 1983C; Sano y Sawada, 1985; Eckmann, Kamphorst, Ruelle y Ciliberto, 1986.

<sup>15</sup> Hinich y Patterson, 1985; Brock, 1986; Barnett y Chen, 1988; Scheinkman y LeBaron, 1989; Baumol y Benhabib, 1989; Scheinkman, 1990; Brock, Hsieh y LeBaron, 1991.

<sup>16</sup> Brock, Dechert, Scheinkman y LeBaron, 1996.

<sup>17</sup> DeCoster y Mitchell, 1991; Grauwe y Dewachter, 1993; Kaizouji, 1994; Matsumoto, 1994; Sasakura, 1995; Weddepohl, 1995.

sobre ciclos económicos<sup>18</sup> y sobre la determinación de precios en los mercados de competencia perfecta<sup>19</sup>.

La otra corriente del análisis caótico en economía ha buscado fenómenos económicos reales en los que se pudieran dar indicios de comportamiento caótico<sup>20</sup>. Dadas las características de las herramientas utilizadas en el análisis caótico de series temporales, éste resulta idóneo para el estudio de los mercados financieros. En estos mercados se ha dispuesto, tradicionalmente, de cotizaciones diarias con las que construir las series, lo que proporciona muestras con el tamaño requerido.

En España, se han realizado análisis de los principales mercados financieros tanto los tipos de cambio de la peseta frente a las principales divisas<sup>21</sup>, como los mercados de valores<sup>22</sup>. Dentro de esta enumeración destaca la ausencia de estudios sobre los mercados de derivados. Tampoco se han encontrado referencias a una variable económica tan importante como el tipo de interés.

Los resultados obtenidos con los análisis sobre los mercados financieros han sido, a pesar de las expectativas, desalentadores. Una de las causas tradicionalmente utilizadas para justificar dicho fracaso ha sido el considerar que las series que se estaban utilizando para el análisis eran demasiado cortas.

---

<sup>18</sup> Szpiro, 1994; Chichilnisky, Heal y Lin, 1995.

<sup>19</sup> Gallegati y Gardini, 1991; Nishimura y Yano, 1995; Michener y Ravikumar, 1998.

<sup>20</sup> Hsieh, 1991.

<sup>21</sup> Bajo, Fernández y Sosvilla, 1992; Rio y Santamaría, 1998.

<sup>22</sup> Olmeda y Pérez, 1995; Olmeda, 1995; Grau, 1996.

Las herramientas que se usan para el análisis caótico han sido diseñadas por matemáticos, que pueden recurrir al empleo de límites en el caso de que la muestra tienda a infinito y por físicos que pueden elaborar experimentos para obtener todos los datos necesarios. La elaboración de experimentos es una posibilidad que no está al alcance del economista.

En vista de ese fracaso, la única alternativa que se presenta es la ampliación de la muestra disponible para el análisis. La ampliación del horizonte temporal de la muestra no resulta factible dado que en ese aspecto estamos limitados por la historia del fenómeno económico. Sin embargo, sí es posible la ampliación de la frecuencia con la que se toman las observaciones. El desarrollo tecnológico ha puesto a disposición de la investigación de series de datos cada vez mayores, hasta el punto que ya es posible almacenar todas las operaciones que se cruzan en un mercado.

La disponibilidad de nueva información<sup>23</sup> ha permitido el desarrollo de una nueva rama del análisis de series temporales, la que utiliza los datos intradía<sup>24</sup>. Han proliferado los estudios sobre series con frecuencias de media hora, quince e incluso cinco minutos. Se ha propuesto, también el uso de la llamada *frecuencia de operación* para usar las observaciones tal y como se producen en el mercado, operación a operación<sup>25</sup> en vez de agruparlas en intervalos constantes.

---

<sup>23</sup> Granger, 1998.

<sup>24</sup> Dunis, y Zhou, 1998.

<sup>25</sup> Stock, 1988; Muller, Dacorogna, Olsen, Pictet, Schwarz y Morgeneegg, 1990; Szpiro, 1998. Dacorogna, 1999.

La disponibilidad de datos operación a operación, donde la periodicidad no es constante, abre las puertas al estudio de un tipo nuevo de series: las series de duraciones<sup>26</sup>. Estas series se obtienen de la periodicidad que hay entre operaciones o entre cambios de precios y que se han propuesto como medidas de volatilidad o de llegada de información al mercado.

Los análisis de tipo caótico de series temporales con datos financieros de alta frecuencia resultan escasos<sup>27</sup>. El principal motivo radica en la opinión extendida que señala que la reducción artificial de la frecuencia de las observaciones no aporta ninguna mejora en las herramientas disponibles para la detección de caos<sup>28</sup> y que han frenado el estudio de series intradía en la economía.

Los estudios de series temporales financieras con datos intradía vienen ligados al creciente interés por la estructura interna del funcionamiento del mercado. Esta modalidad teórica es la que se conoce como *microestructura de mercados*<sup>29</sup>. Dentro de este tipo de análisis dinámico del mercado operación a operación, existen estudios sobre la presencia de comportamiento caótico en mercados teóricos provocada por la microestructura del mercado<sup>30</sup>. Esto indicaría que en contra de lo habitualmente aceptado, las series intradía no son una frecuencia artificialmente corta, sino que constituyen la frecuencia adecuada para el análisis caótico de series temporales.

---

<sup>26</sup> Engle y Russel, 1997; Bauwens y Giot, 1997; Bauwens y Giot, 1999.

<sup>27</sup> Moody. y Lizhong Wu, 1998.

<sup>28</sup> Smith, 1998.

<sup>29</sup> O'Hara, 1995.

<sup>30</sup> Lux, 1998.

## **1.2. OBJETIVO.**

Como se ha indicado en el apartado anterior, los análisis de comportamiento caótico en series temporales financieras han venido centrándose en el estudio de los mercados de valores de renta variable y de divisas, dejando a un lado los activos de renta fija. Los mercados de renta fija determinan el valor de los tipos de interés. El estudio de los tipos de interés a largo plazo es el que ha motivado la presente tesis doctoral.

La forma ideal para analizar los tipos de interés a largo plazo es hacerlo a través de la evolución de un activo sin riesgo, que en España viene representado por las Obligaciones del Estado a 10 años. Sin embargo resulta complicado encontrar una serie de precios de Obligaciones adecuada para nuestro análisis. Esto se debe a que existen multitud de emisiones con distinta liquidez y con vencimientos muy dispares.

Los mercados de derivados proporcionan el activo adecuado para el seguimiento de los precios de las Obligaciones del Estado a 10 años. El futuro sobre el bono nomenclal a 10 años, que cotiza en el mercado MEFF Renta Fija de Barcelona, es el utilizado en España como referencia de los tipos de interés a largo plazo. Este mercado ofrece unos contratos normalizados en los que la evolución de los tipos no se ve afectada por los condicionantes propios de una emisión particular.

La segunda de las motivaciones de nuestra tesis está en comparar las consecuencias que sobre el análisis caótico de series temporales financieras tiene el tipo de frecuencia escogida para la construcción de la serie temporal.

Una de las principales características de las series temporales que presentan comportamiento caótico es que sólo se distinguen de series aleatorias a muy corto plazo. Es necesario, por tanto, definir previamente qué entendemos por corto plazo. Para ello, descendemos al plazo más corto posible, el de la operación a operación, y a partir de éste buscamos cuál es el corto plazo que permite un adecuado análisis, plazo que no tiene por qué coincidir con un día.

Los problemas de las series de frecuencia diaria son básicamente dos. Primero, que son series que se prolongan en el tiempo, por lo que pueden verse afectadas por cambios estructurales en los sistemas estudiados. Esto es, el mercado cambia de estructura con el paso del tiempo, por lo que nada nos garantiza que las características del mercado que refleja el principio de la serie temporal son las mismas que refleja el final de la serie. El segundo y principal problema viene dado por las propias características de los sistemas caóticos, que hacen que la dependencia entre observaciones se vea destruida cuando el intervalo temporal entre las observaciones es demasiado amplio.

Las series temporales de alta frecuencia permiten reducir el intervalo temporal entre las observaciones y con ello nos aseguran que, si existen dependencias a muy corto plazo en las observaciones, vamos a ser capaces de detectarlas. Además, dado el aumento del tamaño de las muestras, es posible utilizar series que están menos extendidas en el tiempo, y con ello podemos evitar que cambios en la estructura alteren nuestros resultados.

Dentro de las series de alta frecuencia podemos optar por dos alternativas, bien la agrupación de los datos en series con observaciones de periodicidad constante (cinco minutos en nuestro caso) o la utilización de series en las que se ha optado por el mantenimiento de la frecuencia de observación. Estos dos tipos de series son los que se van a utilizar a lo largo de la tesis.

Una de las claves para la adecuada interpretación de los resultados que obtengamos de la aplicación de las distintas herramientas para la detección de caos es el tratamiento previo que demos a la serie. A través de ésta vamos a intentar filtrar dependencias en las series temporales que no sean debidas al comportamiento caótico. El procedimiento normal es el filtrado mediante un modelo ARIMA. En la presente tesis, se va a proponer además el uso de modelos no lineales (GARCH y ARFIMA). Otro aspecto que vamos a considerar es la influencia de valores anómalos en los métodos de detección de caos<sup>31</sup>.

Aprovechando la reciente introducción por parte de Engle y Russell de las series de duraciones, vamos a proponer las series de duraciones de operaciones como medida de la liquidez del mercado. Analizaremos primero cuál es el mejor modelo estocástico para explicar su comportamiento. El análisis caótico se realizará sobre los residuos de este modelo. No existen estudios previos de detección de caos sobre series de duraciones.

---

<sup>31</sup> El análisis de intervención nos permite tratar observaciones atribuibles a la entrada de nueva información en el mercado y no a su dinámica interna, que es la susceptible de reflejar comportamiento caótico.

Por último trataremos de ver si resulta posible predecir a corto plazo el rendimiento del activo considerado, el Futuro sobre el Bono Nocional a 10 años. En caso de ser eso factible, procederemos a discutir cuál es el mejor método para predecir dicho rendimiento.

### 1.3. DATOS.

Para la presente tesis hemos utilizado los datos que proporciona MEFF mediante su base de datos *MEFF Tick Data*. En esta base de datos queda registrada cada una de las operaciones que se cruzan a través de los mercados MEFF Renta Fija y MEFF Renta Variable. Los datos que aparecen recogidos en dicha base de datos tienen la estructura que aparece en la Tabla 1.2.1.

Tabla 1.2.1: Ejemplo de los datos del mercado de futuro tal como aparecen en el *MEFF Tick Data*.

29/03/99	"M1"	335	"EM99"	"9:09:55"	9714	10	"M"
29/03/99	"M1"	336	"EM99"	"9:10:04"	9715	1	"M"
29/03/99	"M1"	337	"EM99"	"9:10:19"	9713	23	"M"
29/03/99	"M1"	338	"EM99"	"9:10:27"	9715	2	"M"
29/03/99	"M1"	339	"EM99"	"9:10:38"	9716	1	"M"
29/03/99	"M1"	345	"EM99"	"9:10:55"	9716	15	"M"
29/03/99	"M1"	346	"EM99"	"9:11:36"	9713	40	"M"

En la primera columna aparece la fecha en la que se ha producido la operación. En la segunda columna aparece el tipo de operación. El número de la tercera columna es el orden de entrada de la operación en el sistema, y permite identificar la operación dentro de cada día. La cuarta columna nos indica la fecha de vencimiento del contrato, en este caso marzo de 1999. La quinta columna es la hora a la que se ha cruzado la

operación. La sexta columna refleja el precio al que se ha cruzado la operación. La séptima columna es el número de contratos que se han comprado y vendido. La última columna señala si la operación procede de ofertas que ha casado el sistema (“M”), o si por el contrario, es una operación que han negociado dos operadores fuera del mercado y que posteriormente han comunicado a MEFF (“A”).

Dado que en la tesis tratamos de estudiar el comportamiento de lo que sucede dentro del mercado, hemos seleccionado las operaciones que se han producido dentro de éste, descartando aquellas que se han producido fuera, muchas de las cuales se deben a motivos ajenos al mercado y a precios que no se corresponden con los que se darían dentro del mercado.

De toda la información disponible, sólo vamos a utilizar la relativa al precio del activo y a la hora de la operación. La diferencia entre las horas es la que permite construir la serie de duraciones y darnos una medida de la liquidez del sistema en cada momento. Además, la hora es el criterio en virtud del cual agruparemos los datos en series de igual frecuencia (cinco minutos). El rendimiento y la volatilidad del futuro se estudia a partir del precio del activo.

Para considerar un intervalo temporal reducido en el que no se hayan producido cambios en la estructura interna del mercado, nos hemos limitado a los futuros con vencimientos (cuarta columna) en marzo, junio, septiembre y diciembre de 1998.

Por las características de los análisis que se realizan en la tesis, ésta presenta un uso intensivo de ordenadores. El volumen de datos al que nos enfrentábamos hacía que fuéramos muy selectivos con el equipo utilizado. El principal problema no ha sido tanto la velocidad de proceso, sino los muy frecuentes bloqueos del ordenador. De todos los ordenadores utilizados, el de menor capacidad ha sido un Pentium 200 con 32 Mb. de RAM y el mayor un Pentium III 500 con 256 Mb. de RAM. Ordenadores con menor potencia no eran capaces de procesar los programas utilizados. La velocidad de procesamiento de los datos no ha sido muy alta, por lo que la mayoría de las veces los equipos han tenido que permanecer funcionando varios días seguidos para obtener los resultados requeridos.

Para la elaboración de los distintos análisis se han utilizado herramientas informáticas disponibles en el mercado. Pocas de éstas permitían tratar a la vez con el volumen de datos con el que contábamos. Esta restricción ha supuesto el primer criterio a la hora de elegir los programas usados.

En lo que se refiere a la modelización de las series temporales se ha utilizado el *Econometric Views* para la contrastación de hipótesis y para la estimación de modelos ARIMA. Se ha escogido este programa por las posibilidades de elaborar programas para el tratamiento de los datos. Para la estimación de modelos tipo GARCH, se ha preferido, no obstante, el programa *Winrats*. Por último, para las gráficas de los correlogramas de las series se ha empleado el *SPSS*.

Para acometer el análisis caótico, sin embargo, existen pocos programas y de posibilidades muy limitadas en la mayoría de los casos, sobre todo en cuanto a tamaño de las series, y resultan muy discutibles los algoritmos utilizados, que en muchas ocasiones ni siquiera son mencionados. Por ello se ha preferido una elaboración propia de los programas de análisis de los datos, en el entorno MATLAB, que permite una fácil programación con variables de tipo matricial que facilitan una mayor velocidad de cómputo para el tipo de programas que estábamos utilizando.

#### **1.4. METODOLOGÍA.**

Vamos a introducir a continuación la estructura que se ha dado a la tesis y los pasos que se han seguido en el presente estudio.

En el capítulo segundo, presentamos las características de los contratos de futuro, las ventajas de su análisis respecto al contado y el funcionamiento del mercado de futuros MEFF, que es el que hemos escogido para realizar nuestro análisis. Además se compara su funcionamiento con el del Mercado de Deuda Pública Anotada, del que actúa como mercado derivado en el futuro sobre el bono nomenclal a 10 años.

En el capítulo tercero se define la teoría del caos, se explican las propiedades de sensibilidad a las condiciones iniciales, transitividad topológica y densidad de puntos periódicos. Se plantea, además, qué consecuencias tiene que un mercado tenga un comportamiento caótico. Por último se trata de los métodos que existen para pasar de un

sistema continuo a uno discreto y que va a justificar la construcción de las series de cinco minutos y de operación a operación, que son las empleadas en la tesis.

En el capítulo cuarto procedemos al tratamiento previo de los datos. Con este tratamiento buscamos filtrar nuestra serie de dependencias ajenas a las derivadas de un sistema caótico, requisito previo para dotar de significado a los análisis de comportamiento caótico que se abordarán en el siguiente capítulo. En un primer paso se hace un análisis de los rendimientos siguiendo la metodología ARIMA. En un segundo paso estudiamos las volatilidades del activo, para lo que usamos modelos de tipo GARCH. Por último, para el estudio de la liquidez del sistema se emplean las series de duraciones, para las que encontramos como modelos más adecuados, los modelos ARFIMA.

En el capítulo quinto se buscan indicios de la existencia de comportamiento caótico en el mercado de futuros sobre el bono a 10 años. Para ello partimos de las series de residuos obtenidas de los modelos del capítulo anterior. Sobre estas series hacemos un análisis gráfico previo. Para el resto del estudio, que es de tipo cuantitativo, es necesario transformar las series univariantes en series de vectores. Para ello primero escogemos la distancia óptima entre observación y observación. En un segundo paso localizamos cuántos retardos tenemos que considerar en nuestro análisis. Una vez obtenidas las series a analizar, se procede a calcular la dimensión de correlación, la entropía de Kolmogorov y los exponentes de Lyapunov. El análisis se completa con el contraste de Brock, Dechert y Scheinkman y el coeficiente de Hurst.

En los sistemas caóticos no resulta posible realizar una predicción ni a largo plazo, ni a medio plazo, pero sí es posible reducir la incertidumbre del comportamiento futuro a muy corto plazo. A lo largo del capítulo sexto se prueba la capacidad de una serie de modelos no paramétricos que permiten, en caso de existir comportamiento caótico, mejorar la predicción. Entre estas herramientas empleadas se encuentran métodos locales como el de los vecinos próximos y métodos globales como el de las redes neuronales.

En el último capítulo procedemos a resumir las conclusiones que se han obtenido del trabajo y a proponer líneas de investigación futuras afines a las de esta tesis.