

RECOPIACIÓN DE FÓRMULAS DE ESTADÍSTICA

Medidas de centralización:

media muestral $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$; para datos agrupados $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i x_i$

el valor x_i aparece n_i veces, $n = \sum_{i=1}^k n_i$

Medidas de dispersión:

varianza muestral $s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$ para datos agrupados

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n n_i (x_i - \bar{x})^2$$

otra expresión $s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x}^2$

Para dos variables, covarianza muestral $\text{COV}_{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$

otra expresión $\text{COV}_{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i - \bar{x} \bar{y}$

Regresión lineal:

$$\hat{y} = a + b.x \quad b = \frac{\text{COV}_{xy}}{S_x^2} \quad a = \bar{y} - \frac{\text{COV}_{xy}}{S_x^2} \cdot \bar{x} \quad \text{O sea:} \quad a = \bar{y} - b.\bar{x}$$

varianza residual: $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y})^2 = s_y^2 \left(1 - \frac{\text{COV}_{xy}^2}{S_x^2 S_y^2} \right) = s_y^2 (1 - r^2)$

coeficiente de correlación muestral $r = \frac{\text{COV}_{xy}}{S_x S_y}$

regresión logarítmica: $\hat{y} = a + b.\log(x)$ regresión exponencial: $\hat{y} = a.e^{bx}$

regresión en general: $\hat{y} = a + b.g(x)$

Probabilidad

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

Probabilidad condicionada

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(\bigcap_{i=1}^n A_i) = P(A_1).P(A_2 | A_1).P(A_3 | A_1 \cap A_2).P(A_4 | A_1 \cap A_2 \cap A_3) \dots P(A_n | \bigcap_{i=1}^{n-1} A_i)$$

para sucesos independientes: $P(\bigcap_{i=1}^n A_i) = P(A_1).P(A_2).P(A_3) \dots P(A_n)$

Regla de Bayes:

$$P(A_j | B) = \frac{P(A_j \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A_j).P(B|A_j)}{\sum_{i=1}^n P(A_i) P(B|A_i)}$$

Esperanza y varianza poblacionales (variable discreta):

$$\mu = E(x) = \sum_{i=1}^n x_i.P(x_i)$$

$$\sigma^2 = E[(x - \mu)^2] = \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2.P(x_i)$$

$$\sigma^2 = E(x^2) - \mu^2$$

Esperanza y varianza poblacionales (variable continua):

$$\mu = E(x) = \int_{\mathbb{R}} x.f(x) dx \quad \sigma^2 = E[(x - \mu)^2] = \int_{\mathbb{R}} (x - \mu)^2 f(x) dx = \int_{\mathbb{R}} x^2 f(x) dx - \mu^2$$

Vectores aleatorios (dos variables)

a) variables discretas

Distribución marginal de X: $P(X = x_i) = \sum_{j=1}^n P(X = x_i, Y = y_j)$

Distribución marginal de Y: $P(Y = y_j) = \sum_{i=1}^m P(X = x_i, Y = y_j)$

para $i = 1, 2, \dots, m$ $j = 1, 2, \dots, n$

$\text{cov}_{xy} =$

$$E[(X - E(X))(Y - E(Y))] = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (x_i - E(X))(y_j - E(Y)) P(X = x_i, Y = y_j)$$

Otra fórmula equivalente:

$$\text{cov}_{xy} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_i y_j P(X = x_i, Y = y_j) - E(X) E(Y) = E(XY) - E(X) E(Y)$$

variables independientes: $P(X = x_i, Y = y_j) = P(X = x_i) P(Y = y_j)$ $\text{cov}_{xy} = 0$

probabilidad de X condicionada por y_j fijo $P(X = x_i | Y = y_j) = \frac{P(X=x_i, Y=y_j)}{P(Y=y_j)}$

b) variables continuas Densidad marginal de X: $f(x) = \int_{\mathbb{R}} f(x, y) dy$

Densidad marginal de Y: $f(y) = \int_{\mathbb{R}} f(x, y) dx$

$$\text{cov}_{xy} = E[(X - E(X))(Y - E(Y))] = \int_{\mathbb{R}} \int_{\mathbb{R}} (X - E(X))(Y - E(Y)) f(x, y) dx dy$$

$$\text{cov}_{xy} = \int_{\mathbb{R}} \int_{\mathbb{R}} xyf(x, y) dx dy - E(X) E(Y) = E(XY) - E(X) E(Y)$$

variables independientes: $f(x, y) = f(x) f(y)$ $\text{cov}_{xy} = 0$

densidad de X condicionada por y $f(X | Y) = f(X | Y = y) = \frac{f(x, y)}{f(y)}$

Propiedades de esperanzas y varianzas

a) $E(k.X) = kE(X)$ b) $E(X + Y) = E(X) + E(Y)$ c) $V(k.X) = k^2.V(X)$

d) $\text{cov}_{xy} = 0 \Rightarrow E(XY) = E(X) E(Y)$

e) $V(X_1 + X_2 + \dots + X_n) = V(X_1) + V(X_2) + \dots + V(X_n) + 2 \sum_{i < j} \text{cov}(x_i, y_j)$

f) Si X_1, X_2, \dots, X_n son incorreladas, se tiene:

$$V(X_1 + X_2 + \dots + X_n) = V(X_1) + V(X_2) + \dots + V(X_n)$$

g) $V(X - Y) = V(X) + V(Y) - 2 \text{cov}(x, y)$

h) Si X e Y son incorreladas, se tiene:

$$V(X - Y) = V(X) + V(Y)$$

Distribuciones de probabilidad

Bernoulli $\begin{cases} P(x = 0) = 1 - p = q \\ P(x = 1) = p \end{cases}$ $P(X = x) = p^x(1 - p)^{1-x}$ $x = 0, 1$ $B(1; p)$

$$\mu = E(x) = p \quad \sigma^2 = E(x^2) - (E(x))^2 = p(1 - p) = p.q$$

Binomial $P(X = x) = \binom{n}{x} p^x(1 - p)^{n-x}$ $x = 0, 1, \dots, n$ $\mu = E(x) = n.p$

$$\sigma^2 = n.p.q$$

Si $X \sim B(n; p)$ y $Y \sim B(n; q) \Rightarrow P(X = x) = P(Y = n - x)$

Geométrica $X = N^\circ$ de pruebas hasta la aparición del primer éxito inclusive.

$$P(X = x) = (1 - p)^{x-1} . p \quad x = 0, 1, \dots \quad \mu = E(X) = \frac{1}{p} \quad \sigma^2 = \frac{q}{p^2}$$

Binomial negativa $X = N^\circ$ de pruebas incluyendo el r -ésimo éxito

$$P(X = x) = \binom{x-1}{r-1} p^r q^{x-r} \quad \mu = \frac{r}{p} \quad \sigma^2 = \frac{r \cdot q}{p^2}$$

Poisson $P(X = x) = \frac{\lambda^x \cdot e^{-\lambda}}{x!} \quad x = 0, 1, \dots \quad \mu = \sigma^2 = \lambda$

Hipergeométrica $N =$ población, $D =$ éxitos, $N-D =$ fracasos $X = N^\circ$ de éxitos

obtenidos en n observaciones

$$P(X = x) = \frac{\binom{D}{x} \cdot \binom{N-D}{n-x}}{\binom{N}{n}} \quad \mu = \frac{n \cdot D}{N}$$

$$\sigma^2 = \frac{n \cdot D \cdot (N-D) \cdot (N-n)}{N^2(N-1)}$$

Variable continua

Normal $X \sim N(\mu; \sigma)$ $f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]$ $E(X) = \mu$ Varianza: σ^2

Si $Z = \frac{x-\mu}{\sigma} \Rightarrow Z \sim N(0; 1)$

Chi cuadrado Si (X_1, X_2, \dots, X_n) son variables independientes, siendo

$$X_i \sim N(0; 1)$$

para todo i , entonces: $\chi_n^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2$ donde $n =$ grados de liber-

tad

$$\mu = n \quad \sigma^2 = 2n$$

Student Si $(Y, X_1, X_2, \dots, X_n)$ son variables independientes, todas $N(0; 1)$, entonces:

$$t_n = \frac{Y}{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2}} = \frac{Y}{\sqrt{\chi_n^2 / \sqrt{n}}} = \frac{Y \sqrt{n}}{\sqrt{\chi_n^2}} \quad \mu = 0 \quad \sigma^2 = \frac{n}{n-2}$$

Fisher - Snedecor Sean X_1, X_2, \dots, X_m , Y_1, Y_2, \dots, Y_n todas $N(0; 1)$ entonces:

$$F = \frac{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_i^2}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2} = \frac{\chi_m^2 / m}{\chi_n^2 / n} = \frac{n \cdot \chi_m^2}{m \cdot \chi_n^2}$$

$$\begin{cases} m = \text{grados de libertad numerador} \\ n = \text{grados de libertad denominador} \end{cases}$$

$$\mu = \frac{n}{n-2}$$

$$\sigma^2 = \frac{2n^2(m+n-2)}{m(n-4)(n-2)^2}$$

Distribución normal bivariada

vector aleatorio $(X, Y) \sim N(\mu; \Sigma)$

$$\mu = (\mu_1, \mu_2)$$

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \text{cov}(x, y) \\ \text{cov}(x, y) & \sigma_2^2 \end{pmatrix}$$

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi \sqrt{|\Sigma|}} \exp\left[-\frac{1}{2} (x - \mu_1, y - \mu_2) \Sigma^{-1} \begin{pmatrix} x - \mu_1 \\ y - \mu_2 \end{pmatrix}\right]$$

Distribución marginal de X: $N(\mu = \mu_1, \sigma = \sigma_1)$

Distribución marginal de Y: $N(\mu = \mu_2, \sigma = \sigma_2)$

Distribución de Y condicionada por X = x :

$$N\left(\mu = \mu_2 + \frac{\text{cov}(x, y)}{\sigma_1^2} (x - \mu_1); \sigma = \sigma_2 \sqrt{1 - \rho^2}\right)$$

$$\rho = \frac{\text{cov}(x, y)}{\sigma_1 \sigma_2} \quad \rho = \text{coeficiente de correlación}$$

Si X e Y son independientes ($\text{cov}(x, y) = 0$) la función de densidad conjunta queda:

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\left(\frac{x-\mu_1}{\sigma_1}\right)^2 + \left(\frac{y-\mu_2}{\sigma_2}\right)^2\right]\right\} = f(x) f(y)$$

Intervalos de confianza

poblaciones normales, para μ , σ conocido, sea $X \sim N(\mu; \sigma)$, (X_1, X_2, \dots, X_n) una muestra

$$\bar{X} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad \text{al nivel } 1 - \alpha, \quad P(Z > Z_{\alpha}) = \alpha, \quad Z \sim N(0; 1)$$

poblaciones normales, para μ , σ desconocido, sea $X \sim N(\mu; \sigma)$, $n < 30$

$$\bar{X} - t_{n-1, \frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + t_{n-1, \frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}} \quad \frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}} \sim t_{n-1} \quad \text{al nivel } 1 - \alpha,$$

$$P(t_n > t_{n, \alpha}) = \alpha$$

si $n \geq 30$ puede utilizarse **Z** en lugar de t.

poblaciones normales, para σ^2

$$\frac{(n-1)S^2}{\chi_{n-1; \alpha/2}^2} < \sigma^2 < \frac{(n-1)S^2}{\chi_{n-1; 1-\alpha/2}^2} \quad \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi_{n-1}^2 \quad \text{al nivel } 1 - \alpha, \quad P(\chi_n^2 > \chi_{n, \alpha}^2) = \alpha$$

poblaciones normales, para $\mu_1 - \mu_2$

(X_1, X_2, \dots, X_n) una muestra, $X \sim N(\mu_1; \sigma)$

(Y_1, Y_2, \dots, Y_n) una muestra $Y \sim N(\mu_2; \sigma)$

σ_1, σ_2 desconocidas, $\sigma_1 = \sigma_2$

$$\bar{X} - \bar{Y} - t_{m+n-2; \frac{\alpha}{2}} \cdot S_p \sqrt{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}} < \mu_1 - \mu_2 < \bar{X} - \bar{Y} + t_{m+n-2; \frac{\alpha}{2}} \cdot S_p \sqrt{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}}$$

al nivel $1 - \alpha$, $S_p = \sqrt{\frac{(m-1)S_1^2 + (n-1)S_2^2}{m+n-2}}$

σ_1, σ_2 conocidas

$$\bar{X} - \bar{Y} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{m} + \frac{\sigma_2^2}{n}} < \mu_1 - \mu_2 < \bar{X} - \bar{Y} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{m} + \frac{\sigma_2^2}{n}}$$

σ_1, σ_2 desconocidas, $\sigma_1 \neq \sigma_2$

$$\bar{X} - \bar{Y} - t_{f; \frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{S_1^2}{m} + \frac{S_2^2}{n}} < \mu_1 - \mu_2 < \bar{X} - \bar{Y} + t_{f; \frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{S_1^2}{m} + \frac{S_2^2}{n}}$$

$f =$ entero más próximo a $\frac{\left(\frac{S_1^2}{m} + \frac{S_2^2}{n}\right)^2}{\frac{\left(\frac{S_1^2}{m}\right)^2}{m-1} + \frac{\left(\frac{S_2^2}{n}\right)^2}{n-1}}$

para $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$

(X_1, X_2, \dots, X_m) una muestra, $X \sim N(\mu_1; \sigma)$ (Y_1, Y_2, \dots, Y_n) una muestra $Y \sim$

$N(\mu_2; \sigma)$

$$\frac{S_1^2/S_2^2}{F_{m-1; n-1; \alpha/2}} < \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < \frac{S_1^2/S_2^2}{F_{m-1; n-1; 1-\alpha/2}} \quad \text{al nivel } 1 - \alpha, \quad P(F_{m,n} > F_{m,n,\alpha}) = \alpha$$

Observación para el manejo de la tabla $F_{m,n,1-\alpha} = \frac{1}{F_{n,m,\alpha}}$

para una distribución de **Bernoulli**, para p

sea (X_1, X_2, \dots, X_n) una muestra, $X \sim B(1; p)$,

$$\boxed{\bar{X} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\bar{X}(1-\bar{X})}{n}} < p < \bar{X} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\bar{X}(1-\bar{X})}{n}}} \text{ al nivel } 1 - \alpha, \quad \boxed{\frac{\bar{X}-p}{\sqrt{\frac{\bar{X}(1-\bar{X})}{n}}} \sim N(0; 1)}$$

para una distribución de **Poisson**, para λ
 sea (X_1, X_2, \dots, X_n) una muestra, $X \sim P(\lambda)$,

$$\boxed{\bar{X} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\bar{X}}{n}} < \lambda < \bar{X} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\bar{X}}{n}}} \text{ al nivel } 1 - \alpha, \mathbf{n} \text{ grande, } \boxed{\frac{\bar{X}-\lambda}{\sqrt{\bar{X}/n}} \sim N(0; 1)}$$

error de la estimación = semiamplitud del intervalo

dado $\epsilon = \text{error hallar } n \quad \boxed{Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \epsilon} \implies \boxed{n \geq \left(\frac{Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma}{\epsilon}\right)^2}$

para la diferencia de proporciones (muestras grandes e independientes)

para $p_1 - p_2$

$X \sim B(1; p_1), X_1, X_2, \dots, X_m, Y \sim B(1; p_2), Y_1, Y_2, \dots, Y_n$

$$\boxed{\bar{X} - \bar{Y} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\bar{X}(1-\bar{X})}{m} + \frac{\bar{Y}(1-\bar{Y})}{n}} < p_1 - p_2 < \bar{X} - \bar{Y} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\bar{X}(1-\bar{X})}{m} + \frac{\bar{Y}(1-\bar{Y})}{n}}}$$

Contraste de hipótesis

Chi cuadrado, bondad de ajuste. Se rechaza H_0 si: $\boxed{\sum_{i=1}^k \frac{(O_i - e_i)^2}{e_i} > \chi_{k-1; \alpha}^2}$

o también: $\boxed{\sum_{i=1}^k \frac{(O_i)^2}{e_i} - n > \chi_{k-1; \alpha}^2}$ siendo $\boxed{n = \sum_{i=1}^k O_i}$

Contraste de hipótesis (regiones críticas - zonas de rechazo de H_0)

1) $X \sim N(\mu, \sigma)$

$H_0: \mu = \mu_o$ (σ conocida) $\boxed{R = \left\{ \left| \bar{x} - \mu_o \right| > z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right\}}$

$H_0: \mu = \mu_o$ (σ desconocida) $\boxed{R = \left\{ \left| \bar{x} - \mu_o \right| > t_{n-1, \alpha/2} \frac{S}{\sqrt{n}} \right\}}$

$H_0: \mu \leq \mu_o$ (σ conocida) $\boxed{R = \left\{ \bar{x} - \mu_o > z_{\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right\}}$

$H_0: \mu \leq \mu_o$ (σ desconocida) $\boxed{R = \left\{ \bar{x} - \mu_o > t_{n-1, \alpha} \frac{S}{\sqrt{n}} \right\}}$

$H_0: \mu \geq \mu_o$ (σ conocida) $\boxed{R = \left\{ \bar{x} - \mu_o < z_{1-\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right\}}$

$H_0: \mu \geq \mu_o$ (σ desconocida) $\boxed{R = \left\{ \bar{x} - \mu_o < t_{n-1, 1-\alpha} \frac{S}{\sqrt{n}} \right\}}$

$$H_0 : \sigma = \sigma_o \quad R = \left\{ \frac{n-1}{\sigma_o^2} s^2 \in (0, \chi_{n-1, 1-\alpha/2}^2) \cup (\chi_{n-1, \alpha/2}^2, +\infty) \right\}$$

$$H_0 : \sigma \leq \sigma_o \quad R = \left\{ \frac{n-1}{\sigma_o^2} s^2 > \chi_{n-1, \alpha}^2 \right\}$$

$$H_0 : \sigma \geq \sigma_o \quad R = \left\{ \frac{n-1}{\sigma_o^2} s^2 < \chi_{n-1, 1-\alpha}^2 \right\}$$

2) $X \sim B(1, p)$ (muestras grandes)

$$H_0 : p = p_o \quad R = \left\{ \left| \bar{x} - p_o \right| > z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p_o(1-p_o)}{n}} \right\}$$

$$H_0 : p \leq p_o \quad R = \left\{ \bar{x} - p_o > z_{\alpha} \sqrt{\frac{p_o(1-p_o)}{n}} \right\}$$

$$H_0 : p \geq p_o \quad R = \left\{ \bar{x} - p_o < z_{1-\alpha} \sqrt{\frac{p_o(1-p_o)}{n}} \right\}$$

3) $X \sim \text{Poisson}(\lambda)$ (muestras grandes)

$$H_0 : \lambda = \lambda_o \quad R = \left\{ \left| \bar{x} - \lambda_o \right| > z_{\alpha/2} \sqrt{\lambda_o/n} \right\}$$

$$H_0 : \lambda \leq \lambda_o \quad R = \left\{ \bar{x} - \lambda_o > z_{\alpha} \sqrt{\lambda_o/n} \right\}$$

$$H_0 : \lambda \geq \lambda_o \quad R = \left\{ \bar{x} - \lambda_o < z_{1-\alpha} \sqrt{\lambda_o/n} \right\}$$

4) Dos poblaciones normales independientes

$X \sim N(\mu_1, \sigma_1)$; $(X_1, X_2, \dots, X_{n_1})$ es una muestra aleatoria de X , se calcula \bar{x} y s_1^2

$Y \sim N(\mu_2, \sigma_2)$; $(Y_1, Y_2, \dots, Y_{n_2})$ es una muestra aleatoria de Y , se calcula \bar{y} y s_2^2

$$s_p^2 = \frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 \quad (\sigma_1, \sigma_2 \text{ conocidas}) \quad R = \left\{ \left| \bar{x} - \bar{y} \right| > z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \right\}$$

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 \quad (\sigma_1 = \sigma_2) \quad R = \left\{ \left| \bar{x} - \bar{y} \right| > t_{n_1 + n_2 - 2, \alpha/2} s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} \right\}$$

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 \quad (\sigma_1 \neq \sigma_2) \quad R = \left\{ \left| \bar{x} - \bar{y} \right| > t_{f, \alpha/2} \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} \right\}$$

donde $f =$ entero más próximo a $\frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{(s_1^2)^2}{n_1+1} + \frac{(s_2^2)^2}{n_2+1}}$

$$H_0 : \mu_1 \leq \mu_2 \ (\sigma_1, \sigma_2 \text{ conocidas}) \quad R = \left\{ \bar{x} - \bar{y} > z_\alpha \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \right\}$$

$$H_0 : \mu_1 \leq \mu_2 \ (\sigma_1 = \sigma_2) \quad R = \left\{ \bar{x} - \bar{y} > t_{n_1+n_2-2; \alpha} S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} \right\}$$

$$H_0 : \mu_1 \leq \mu_2 \ (\sigma_1 \neq \sigma_2) \quad R = \left\{ \bar{x} - \bar{y} > t_{f; \alpha} \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} \right\}$$

$$H_0 : \mu_1 \geq \mu_2 \ (\sigma_1, \sigma_2 \text{ conocidas}) \quad R = \left\{ \bar{x} - \bar{y} < z_{1-\alpha} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \right\}$$

$$H_0 : \mu_1 \geq \mu_2 \ (\sigma_1 = \sigma_2) \quad R = \left\{ \bar{x} - \bar{y} < t_{n_1+n_2-2; 1-\alpha} S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} \right\}$$

$$H_0 : \mu_1 \geq \mu_2 \ (\sigma_1 \neq \sigma_2) \quad R = \left\{ \bar{x} - \bar{y} < t_{f; 1-\alpha} \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} \right\}$$

$$H_0 : \sigma_1 = \sigma_2 \quad R = \left\{ \frac{S_1^2}{S_2^2} \in (0, F_{n_1-1, n_2-1; 1-\alpha/2}) \cup (F_{n_1-1, n_2-1; \alpha/2}, +\infty) \right\}$$

$$H_0 : \sigma_1 \leq \sigma_2 \quad R = \left\{ \frac{S_1^2}{S_2^2} > F_{n_1-1, n_2-1; \alpha} \right\}$$

$$H_0 : \sigma_1 \geq \sigma_2 \quad R = \left\{ \frac{S_1^2}{S_2^2} < F_{n_1-1, n_2-1; 1-\alpha} \right\}$$

5) Comparación de proporciones (muestras grandes e independientes)

$X \sim B(1, p_1)$ (X_1, X_2, \dots, X_{n_1}) es una muestra aleatoria de X

$Y \sim B(1, p_2)$ (Y_1, Y_2, \dots, Y_{n_2}) es una muestra aleatoria de Y

$$H_0 : p_1 = p_2 \quad R = \left\{ \left| \bar{x} - \bar{y} \right| > z_{\alpha/2} \sqrt{\bar{p}(1-\bar{p}) \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)} \right\}$$

$$H_0 : p_1 \leq p_2 \quad R = \left\{ \bar{x} - \bar{y} > z_\alpha \sqrt{\bar{p}(1-\bar{p}) \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)} \right\}$$

$$H_0 : p_1 \geq p_2 \quad R = \left\{ \bar{x} - \bar{y} < z_{1-\alpha} \sqrt{\bar{p}(1-\bar{p}) \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)} \right\}$$

$$\text{donde: } \bar{p} = \frac{\sum x_i + \sum y_i}{n_1 + n_2} = \frac{n_1 \bar{x} + n_2 \bar{y}}{n_1 + n_2}$$