

Como usar a Tabela de Integrais

Abaixo estão listadas algumas das propriedades básicas das integrais e, resumidamente, as principais técnicas de integração. Muitas vezes, será necessário combinar essas propriedades e técnicas para obter o resultado da integral. Além disso, as constantes na tabela estão generalizadas — na maior parte das vezes, será necessário observar com cuidado a tabela para encontrar a integral desejada.

Atenção: este resumo não é completo e está longe de solucionar todos os problemas de integração que vão aparecer no futuro. Além disso, a tabela contém poucas entradas. Sugere-se com bastante ênfase que livros de Cálculo I sejam consultados para um estudo mais aprofundado e recordação do assunto.

$$\int af(x) dx = a \int f(x) dx \quad (1)$$

$$\int f(x) dx + g(x) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx \quad (2)$$

Integração por Partes:

$$\int u(x) \cdot v'(x) dx = u(x) \cdot v(x) - \int u'(x) \cdot v(x) dx \quad (3)$$

Exemplo:

Para calcular $\int xe^x dx$, fazemos $u(x) = x$ e $v'(x) = e^x$. Portanto, $u'(x) = 1$ e $v(x) = e^x$. Substituindo na equação 3 temos:

$$\begin{aligned} \int xe^x dx &= x \cdot e^x - \int 1 \cdot e^x dx = x \cdot e^x - \int e^x dx \\ &= x \cdot e^x - e^x dx = (x - 1)e^x \end{aligned}$$

Substituição de Variáveis:

$$\int f(x) dx = \int f(u) du \quad (4)$$

onde $u = u(x)$ e $du = u'(x) dx$.

Exemplo:

Para calcular $\int \sqrt{ax+b} dx$, fazemos $u(x) = ax+b$, e portanto $u'(x) = a$ e $du = a dx$. Substituindo na equação 4, temos:

$$\begin{aligned} \int \sqrt{ax+b} dx &= \int \sqrt{u(x)} \cdot u'(x) dx = \int \sqrt{u} \frac{1}{a} du = \frac{1}{a} \int \sqrt{u} du = \\ &= \frac{1}{a} \cdot \frac{2}{3} \sqrt{u^3} = \frac{2}{3a} \sqrt{(ax+b)^3} \end{aligned}$$

Tabela de Integrais

1. $\int x^\alpha dx = \frac{1}{\alpha+1} x^{\alpha+1} \quad x \neq -1$
2. $\int \alpha^{ax} dx = \frac{1}{a \ln |\alpha|} \alpha^{ax}$
3. $\int \frac{1}{x} dx = \ln x$
4. $\int e^{\alpha x} dx = \frac{1}{\alpha} e^{\alpha x}$
5. $\int x e^{\alpha x} dx = \frac{e^{\alpha x}}{\alpha^2} (\alpha x - 1)$
6. $\int \frac{1}{1+e^{\alpha x}} dx = \frac{1}{\alpha} \ln \left| \frac{e^{\alpha x}}{1+e^{\alpha x}} \right|$
7. $\int e^{ax} \operatorname{sen} bx dx = \frac{e^{ax}}{a^2+b^2} (a \operatorname{sen} bx - b \cos bx)$
8. $\int e^{ax} \cos bx dx = \frac{e^{ax}}{a^2+b^2} (a \cos bx + b \operatorname{sen} bx)$
9. $\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \ln |ax+b|$
10. $\int \frac{1}{(ax+b)^\alpha} dx = -\frac{1}{a(\alpha-1)(ax+b)^{\alpha-1}}$
11. $\int \frac{1}{(ax+b)(cx+d)} dx = \frac{1}{bc-ad} \ln \left| \frac{cx+d}{ax+b} \right|$
12. $\int \frac{x}{ax+b} dx = \frac{x}{a} - \frac{b}{a^2} \ln |ax+b|$
13. $\int \frac{1}{x(ax+b)} dx = -\frac{1}{b} \ln \left| a + \frac{b}{x} \right|$
14. $\int \frac{x}{(ax+b)^2} dx = \frac{b}{a^2(ax+b)} + \frac{1}{a^2} \ln |ax+b|$
15. $\int \frac{1}{a^2+x^2} dx = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a}$
16. $\int \frac{x}{a^2+x^2} dx = \frac{1}{2} \ln |a^2+x^2|$
17. $\int \frac{x^2}{a^2+x^2} dx = x - a \operatorname{arctg} \frac{x}{a}$
18. $\int \frac{1}{a^2-x^2} dx = -\int \frac{1}{x^2-a^2} dx = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{a+x}{a-x} \right|$
19. $\int \frac{x}{a^2-x^2} dx = -\int \frac{x}{x^2-a^2} dx = -\frac{1}{2} \ln |a^2-x^2|$
20. $\int \sqrt{ax+b} dx = \frac{2}{3a} \sqrt{(ax+b)^3}$
21. $\int \frac{1}{\sqrt{ax+b}} dx = \frac{2}{a} \sqrt{ax+b}$
22. $\int \frac{x}{\sqrt{a^2+x^2}} dx = \sqrt{a^2+x^2}$
23. $\int \operatorname{sen} ax dx = -\frac{1}{a} \cos ax$
24. $\int \cos ax dx = \frac{1}{a} \operatorname{sen} ax$
25. $\int \operatorname{sen}^2 ax dx = \frac{x}{2} - \frac{1}{4a} \operatorname{sen} 2ax$
26. $\int \cos^2 ax dx = \frac{x}{2} + \frac{1}{4a} \operatorname{sen} 2ax$
27. $\int \tan ax dx = -\frac{1}{a} \ln |\cos ax|$
28. $\int \tan^2 ax dx = \frac{1}{a} \tan ax - x$
29. $\int \operatorname{arcsen} x dx = x \operatorname{arcsen} x + \sqrt{1-x^2}$
30. $\int \operatorname{arccos} x dx = x \operatorname{arccos} x - \sqrt{1-x^2}$